

APLICAÇÃO DA DEA PARA ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DO INDICADOR DE
SUSTENTABILIDADE EM UM NÍVEL LOCAL: UM ESTUDO DE CASO
APLICADO AOS MUNICÍPIOS DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

LUCCA LIRA DI LEONE

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em
Engenharia de produção da Universidade
Federal do Rio de Janeiro – Campus Macaé,
como requisito parcial para obtenção do
grau de Engenheiro de Produção.

Orientador: Matheus Ferreira Barros

Macaé

Janeiro de 2021

APLICAÇÃO DA DEA PARA ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DO INDICADOR DE
SUSTENTABILIDADE EM UM NÍVEL LOCAL: UM ESTUDO DE CASO
APLICADO AOS MUNICÍPIOS DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

LUCCA LIRA DI LEONE

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO APRESENTADO AO CURSO DE ENGENHARIA DE
PRODUÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO – CAMPUS MACAÉ, COMO
REQUISITO PARCIAL PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO DE PRODUÇÃO

Examinado por:

Prof.^a. Milena Estanislau Diniz Mansur dos Reis, DSc.
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof.^a. Marcilene De Fátima Dianin Vianna, DSc.
Universidade Federal Fluminense

MACAÉ, RJ – BRASIL

JANEIRO DE 2021

Di Leone, Lucca Lira

Proposição de Indicador de Sustentabilidade para o nível local: Um Estudo de Caso aplicado ao Estado do Rio de Janeiro / Lucca Lira Di Leone - Macaé: UFRJ/Curso de Engenharia de Produção, 2021.

x, 105 p.: il..

Orientador: Matheus Ferreira Barros

Trabalho de Conclusão de Curso – UFRJ/ Macaé/ Curso de Engenharia de Produção, 2021.

Referências Bibliográficas: p. 96-98.

1. análise DEA, 2. gestão municipal, 3. IDH, 4. sustentabilidade.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao meu pai, Gianfranco, por todo o suporte e conselhos dados. Agradecer a minha querida e eterna mãe, Susana, por todo o auxílio, carinho que me foi dedicado ao longo de sua vida, tenho a certeza de que onde quer que esteja, encontra-se orgulhosa e feliz com a conclusão desse meu ciclo. Sem eles, esse trabalho não existiria.

Agradecer a minha noiva, Natália que, ao longo de toda a graduação compartilhamos juntos alegrias, estresses, felicidades, preocupações e noites viradas, sempre na companhia um do outro. Sem a sua ajuda, incentivo e confiança em mim, não seria capaz de tornar esse momento uma realidade.

Além disso, não poderia deixar de agradecer aos amigos e a toda comunidade acadêmica da UFRJ Macaé por estes longos anos de muito aprendizado e crescimento pessoal e profissional, destacando meu orientador, Matheus, que me auxiliou na escolha do tema e por toda a paciência e tempo disponível para me conduzir neste trabalho.

Resumo do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado à Universidade Federal do Rio de Janeiro - Campus Macaé como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Engenharia de Produção.

APLICAÇÃO DA DEA PARA ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DO INDICADOR DE SUSTENTABILIDADE EM UM NÍVEL LOCAL: UM ESTUDO DE CASO APLICADO AOS MUNICÍPIOS DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Lucca Lira Di Leone

Janeiro/2021

Orientador: Matheus Ferreira Barros

Curso: Engenharia de Produção

Visto à necessidade de ter uma análise apurada do desenvolvimento humano aliado à sustentabilidade, o presente trabalho descreve a aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA) para análise de eficiência do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável, intitulado de IDHM+S, no estado do Rio de Janeiro. Aplicou-se DEA em subgrupos (*clusters*) com características semelhantes para que seja possível a comparabilidade, de maneira precisa, entre eles. Os resultados das aplicações foram voltados para a comparação e análise da eficiência de cada município, *cluster* e indicador, além de se projetar os valores necessários para os municípios ineficientes. Em relação ao objetivo, o trabalho mostrou-se eficaz no auxílio à gestão pública, uma vez que, através da comparação da eficiência do desenvolvimento sustentável dos municípios em cada subgrupo, pode-se traçar políticas personalizadas e efetivas de acordo com cada contexto.

Palavras-chave: análise, DEA, gestão, municipal, IDH, sustentabilidade.

Abstract of Undergraduate Completion Work presented to UFRJ – Campus Macaé as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

DEA APPLICATION FOR MESUARING THE EFFICIENCY OF THE
SUSTAINABILITY INDICATOR AT A LOCAL LEVEL: A CASE STUDY
APPLIED TO MUNICIPALITIES IN THE STATE OF RIO DE JANEIRO

Lucca Lira Di Leone

January/2021

Advisor: Matheus Ferreira Barros

Course: Production Engineering

Given the need to have an accurate analysis of human development combined with sustainability, this paper describes the application of Data Envelopment Analysis (DEA) to analyze the efficiency of the Sustainable Municipal Human Development Index, called MHDI + S, in the state of Rio de Janeiro. DEA was applied to subgroups (clusters) with similar characteristics so that comparability between them is possible. The results aimed to compare and analyze the efficiency of each municipality, cluster, and indicator, in addition to projecting the necessary values for inefficient counties. Concerning the objective, the work proved to be effective in assisting public management by comparing the efficiency of sustainable development of counties, in each subgroup personalized, and effective policies can be designed according to each context.

Keywords: DEA, analysis, municipal, management, HDI, sustainability.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA	13
1.2. OBJETIVOS	14
1.2.1. Objetivo Geral	14
1.2.2. Objetivos Específicos.....	14
1.3. JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÃO	15
1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO	16
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
2.1. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS	16
2.1.1. A Eficiência	16
2.1.2. Pesquisa Operacional e a Programação Linear	17
2.1.3. O Método DEA.....	18
2.1.4. Modelo CCR (CRS)	20
2.1.5. Modelo BCC (VRS)	25
2.1.6. CRS x VRS - Propriedades Gráficas e Diferenças	27
2.2. DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL	29
2.2.1. Índice De Desenvolvimento Humano (IDH)	31
2.2.2. Índice De Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável (IDHM+S).....	33
3. METODOLOGIA.....	36
3.1. CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	36
3.2. ETAPAS METODOLÓGICAS	37
3.2.1. Coleta de Dados	38
3.2.2. Aplicação da DEA.....	39
3.2.3. Resultados	40
4. ESTUDO DE CASO.....	41
4.1. COLETA DE DADOS.....	41
4.1.1. Características Demográficas e Econômicas	41
4.1.2. Estudo Exploratório Das Variáveis	46
4.1.3. IDHM+S dos Municípios	48
4.1.4. Agrupamento em <i>Clusters</i> dos Municípios	50
4.1.5. Estudo Exploratório dos <i>Clusters</i>	52
4.2. APLICAÇÃO DA DEA.....	56
4.2.1. Desenvolvimento do Modelo DEA	56

4.2.2.	Cálculo das Saídas dos Modelos.....	60
4.3.	RESULTADOS	83
4.3.1.	Análise por <i>Cluster</i>	83
4.3.2.	Análise Comparativa Entre <i>Clusters</i>	92
5.	CONCLUSÕES.....	95
5.1.	LIMITAÇÕES DA PESQUISA.....	96
5.2.	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	96
6.	REFERÊNCIAS	97
7.	ANEXOS.....	100
7.1.	ANEXO A - ETAPAS DE AGRUPAMENTO DOS MUNICÍPIOS	100

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DAS FRONTEIRAS CCR E BCC	28
FIGURA 2 – METODOLOGIA DE CÁLCULO DO IDHM	35
FIGURA 3 – CLASSIFICAÇÃO DO IDHM	36
FIGURA 4 – FLUXOGRAMA DAS ETAPAS METODOLÓGICAS	38
FIGURA 5 - ESTADO DO RIO DE JANEIRO DIVIDIDO POR REGIÕES	45
FIGURA 6 - BOXPLOT DAS VARIÁVEIS DE INTERESSE	47
FIGURA 7 - MAPA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO DIVIDIDO PELOS 5 CLUSTERS	54

LISTA DE EQUAÇÕES

EQUAÇÃO 1 - MODELO GERAL CRS/M/I	21
EQUAÇÃO 2 – MODELO PPL CRS/M/I	22
EQUAÇÃO 3 – MODELO GERAL CRS/M/O	23
EQUAÇÃO 4 – MODELO PPL CRS/M/O	23
EQUAÇÃO 5 – MODELO PPL CRS/E/I	24
EQUAÇÃO 6 – MODELO PPL CRS/E/O	24
EQUAÇÃO 7 – MODELO PPL VRS/E/I	25
EQUAÇÃO 8 – MODELO PPL VRS/E/O	25
EQUAÇÃO 9 – MODELO PPL VRS/M/I	26
EQUAÇÃO 10 – MODELO PPL VRS/M/O	27
EQUAÇÃO 11 – TRANSFORMAÇÃO LINEAR PARA CÁLCULO DOS ÍNDICES	32
EQUAÇÃO 12 – TRANSFORMAÇÃO NÃO LINEAR PARA CÁLCULO DO ÍNDICE	32
EQUAÇÃO 13 – CÁLCULO DO ÍNDICE AMBIENTAL	35
EQUAÇÃO 14 – CÁLCULO DO IDHM+S	35
EQUAÇÃO 15 – MODELO VRS/M/I PARA A BASE DE CÁLCULO DE IDHM+S	57
EQUAÇÃO 16 – MODELO VRS/E/I PARA A BASE DE CÁLCULO DE IDHM+S	57
EQUAÇÃO 17 – MODELO VRS/M/O PARA A BASE DE CÁLCULO DE IDHM+S	58
EQUAÇÃO 18 – MODELO VRS/E/O PARA A BASE DE CÁLCULO DE IDHM+S	59
EQUAÇÃO 19 – APLICAÇÃO VRS/M/O PARA DMU ₁ (ANGRA DOS REIS)	61
EQUAÇÃO 20 – APLICAÇÃO VRS/E/O PARA DMU ₁ (ANGRA DOS REIS)	61
EQUAÇÃO 21 – APLICAÇÃO VRS/M/I PARA DMU ₁ (ANGRA DOS REIS)	68
EQUAÇÃO 22 – APLICAÇÃO VRS/M/O PARA DMU ₁ CLUSTER 1 (ANGRA DOS REIS)	69
EQUAÇÃO 23 – APLICAÇÃO VRS/E/O PARA DMU ₁ CLUSTER 1 (ANGRA DOS REIS)	69
EQUAÇÃO 24 – APLICAÇÃO VRS/M/O PARA DMU ₁ CLUSTER 2 (APERIBÉ)	73
EQUAÇÃO 25 – APLICAÇÃO VRS/E/O PARA DMU ₁ CLUSTER 2 (ANGRA DOS REIS)	73
EQUAÇÃO 26 – APLICAÇÃO VRS/M/O PARA DMU ₁ CLUSTER 3 (MANGARATIBA)	77
EQUAÇÃO 27 – APLICAÇÃO VRS/E/O PARA DMU ₁ CLUSTER 3 (MANGARATIBA)	77
EQUAÇÃO 28 – APLICAÇÃO VRS/M/O PARA DMU ₁ CLUSTER 4 (AREAL)	78
EQUAÇÃO 29 – APLICAÇÃO VRS/E/O PARA DMU ₁ CLUSTER 4 (AREAL)	79
EQUAÇÃO 30 – APLICAÇÃO VRS/M/O PARA DMU ₁ CLUSTER 5 (ARARUAMA)	81
EQUAÇÃO 31 – APLICAÇÃO VRS/E/O PARA DMU ₁ CLUSTER 5 (ARARUAMA)	82

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – RELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DEA	29
TABELA 2 – PARÂMETROS PARA CÁLCULO DOS ÍNDICES DO IDH	32
TABELA 3 – MUNICÍPIOS DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO	42
TABELA 4 – VALORES DE IDHM+S	48
TABELA 5 – MUNICÍPIOS AGRUPADOS NO <i>CLUSTER</i> 1	51
TABELA 6 – MUNICÍPIOS AGRUPADOS NO <i>CLUSTER</i> 2	51
TABELA 7 – MUNICÍPIOS AGRUPADOS NO <i>CLUSTER</i> 3	52
TABELA 8 – MUNICÍPIOS AGRUPADOS NO <i>CLUSTER</i> 4	52
TABELA 9 – MUNICÍPIOS AGRUPADOS NO <i>CLUSTER</i> 5	52
TABELA 10 - ÍNDICES MÉDIOS POR <i>CLUSTER</i>	53
TABELA 11 - FAIXA DE CLASSIFICAÇÃO DOS ÍNDICES	53
TABELA 12 – VALORES DE EFICIÊNCIA GERAL	62
TABELA 13 – VALORES DE <i>BENCHMARKING</i> GERAL	64
TABELA 14 – VALORES DOS PESOS GERAL	66
TABELA 15 – VALORES DOS PESOS VRS/M/I GERAL	68
TABELA 16 – VALORES DE EFICIÊNCIA <i>CLUSTER</i> 1	70
TABELA 17 – VALORES DE <i>BENCHMARKING CLUSTER</i> 1	71
TABELA 18 – VALORES DOS PESOS <i>CLUSTER</i> 1	72
TABELA 19 – VALORES DE EFICIÊNCIA <i>CLUSTER</i> 2	74
TABELA 20 – VALORES DE <i>BENCHMARKING CLUSTER</i> 2	74
TABELA 21 – VALORES DOS PESOS <i>CLUSTER</i> 2	75
TABELA 22 – VALORES DE EFICIÊNCIA <i>CLUSTER</i> 3	77
TABELA 23 – VALORES DE <i>BENCHMARKING CLUSTER</i> 3	78
TABELA 24 – VALORES DOS PESOS <i>CLUSTER</i> 3	78
TABELA 25 – VALORES DE EFICIÊNCIA <i>CLUSTER</i> 4	79
TABELA 26 – VALORES DE <i>BENCHMARKING CLUSTER</i> 4	80
TABELA 27 – VALORES DOS PESOS <i>CLUSTER</i> 4	80
TABELA 28 – VALORES DE EFICIÊNCIA <i>CLUSTER</i> 5	82
TABELA 29 – VALORES DE <i>BENCHMARKING CLUSTER</i> 5	82
TABELA 30 – VALORES DOS PESOS <i>CLUSTER</i> 5	82
TABELA 31 – VALORES DE PROJEÇÃO E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 1	83
TABELA 32 – VALORES DE IDHM+S E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 1	85
TABELA 33 – VALORES DE PROJEÇÃO E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 2	86
TABELA 34 – VALORES DE IDHM+S E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 2	87
TABELA 35 – VALORES DE PROJEÇÃO E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 3	88
TABELA 36 – VALORES DE IDHM+S E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 3	89
TABELA 37 – VALORES DE PROJEÇÃO E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 4	89
TABELA 38 – VALORES DE IDHM+S E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 4	90
TABELA 39 – VALORES DE PROJEÇÃO E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 5	91
TABELA 40 – VALORES DE IDHM+S E VARIAÇÃO <i>CLUSTER</i> 5	92
TABELA 41 – CONTAGEM DE <i>BENCHMARKING</i> POR CENÁRIO	92
TABELA 42 – MAIOR VARIAÇÃO DE VALOR NOS <i>OUTPUTS</i>	94
TABELA 43 – MENOR VARIAÇÃO DE VALOR NOS <i>OUTPUTS</i>	94
TABELA 44 - COMPARATIVO ENTRE AS COMBINAÇÕES DE MÉTODO DE LIGAÇÃO E MEDIDA DE DISTÂNCIA	100
TABELA 45 - PASSOS DO PROCESSO DE AGLOMERAÇÃO	101
TABELA 46 - PARTIÇÃO FINAL DO AGRUPAMENTO	103
TABELA 47 –CENTRÓIDES DOS GRUPOS	103

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA

A preocupação de se aliar o desenvolvimento econômico ao desenvolvimento social não é recente. O Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD) criou o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) em 1993, com o objetivo de medir a condição de bem-estar humano de um país. Em extensão ao IDH, o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) é responsável por medir essas condições em nível municipal brasileiro, através dos dados coletados no censo, realizado a cada década pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Porém, além das esferas econômicas e sociais para a medição do IDHM, faz-se necessário levar em consideração aspectos importantes do desenvolvimento tais como a situação ambiental, distribuição de renda ou estabilidade política (ROMERO e FORTES, 2007). Este pressuposto e necessidade de incluir o viés ambiental foi desenvolvido por Silva (2019), sendo elaborados parâmetros para um novo Indicador, o de Sustentabilidade, e atualizado o cálculo do IDHM, de maneira que este passe a abordar também aspectos ambientais, sendo intitulado como o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável (IDHM+S).

Entretanto, a metodologia do IDH (e as suas variantes) é alvo de críticas. Neumayer (2001), destaca o fato de índices do indicador partirem de dados primários, enquanto Despostis (2004) realça o fato de serem atribuídos pesos iguais para os índices na composição do cálculo do índice. O próprio método para medição do IDH, antes através de média aritmética e atualmente por média geométrica, traz preocupação e é avaliado por Mahlberg e Obersteiner (2001).

Mediante aos questionamentos presentes na literatura em torno da metodologia do IDH, faz-se necessário avaliar diferentes métodos de análise para o índice, uma vez que o mesmo, é um parâmetro mais utilizado para a comparação e aferição da eficiência do desenvolvimento humano de um país ou município. O nível municipal (IDHM) pode ser considerado como o protagonista para a análise do índice,

visto que ocorre uma proximidade maior com a população, ou seja, é onde as ações realmente acontecem.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é avaliar eficiência do IDHM+S do estado do Rio de Janeiro e aplicar o método de Análise Envoltória dos Dados (DEA, do inglês *Data Envelopment Analysis*), com o intuito de auxiliar a gestão pública municipal na análise do seu desempenho de desenvolvimento humano sustentável. Em outras palavras, o trabalho tem por finalidade aplicando o método DEA, para que se possa analisar e avaliar a eficiência do IDHM+S de cada município, por meio de comparações com àqueles semelhantes.

1.2.2. Objetivos Específicos

Para que o objetivo geral deste trabalho possa ser atingido, os objetivos específicos listados devem ser alcançados:

- i. Identificar o referencial teórico do tema Análise Envoltória de Dados e Desenvolvimento Sustentável;
- ii. Verificar os dados e agrupamentos em torno do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável;
- iii. Constatar as variáveis de entrada e saída, para o método DEA, relacionadas ao Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável;
- iv. Elaborar e Aplicar os modelos para o cálculo da Eficiência Operacional do IDHM+S do estado do Rio de Janeiro e seus subgrupos;

- v. Avaliar os resultados obtidos através dos métodos propostos, indicando oportunidades de melhoria para os municípios não eficientes, assim como os municípios, que devem servir como referência para estes.

1.3. JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÃO

Diante do exposto em relação ao contexto do problema, o presente trabalho tem como justificativas os aspectos práticos e acadêmicos. No aspecto prático, fica evidente a necessidade de uma atuação forte de todas as esferas governamentais na busca dos objetivos estabelecidos e como a correta análise dos dados coletados é de extrema importância para o planejamento e execução da parte governamental.

Nesse sentido, a coleta e análise de dados em relação à prática dos objetivos sustentáveis devem levar em consideração a heterogeneidade dos grupos envolvidos (SILVA, 2019). Portanto, além da heterogeneidade, a aplicação proposta neste estudo é de extrema relevância para divisão dos dados e análise com maior precisão, pois visa à comparação e ao resultado através de um método otimizado, menos arbitrário e contestável (DESPOSTIS, 2004).

No aspecto acadêmico, é possível identificar o ganho por meio da utilização de ferramentas de Pesquisa Operacional, especificamente da Análise de Envoltória de Dados, para a medição de desempenho do IDHM+S, do estado do Rio de Janeiro. Após a publicação original de Charnes, Cooper e Rhodes (1978), os estudos relacionados ao método DEA, possuía até o ano de 2016, 10.300 artigos publicados mundialmente, através da base *Scopus* (EMROUZNEJAD e YANG, 2018). Porém, apesar do crescimento rápido e contínuo, os estudos envolvendo a aplicação da DEA e o IDH somam, ao todo, apenas 12 publicações, dentre as mais de dez mil listadas.

O autor tem como motivo a abordagem do tema deste trabalho, devido ao interesse acadêmico em se aprofundar no tópico de Métodos Quantitativos, através da aplicação do método DEA, proveniente da Pesquisa Operacional, sendo este não abordado durante a graduação do curso. Além disso, a necessidade de ser inserida a questão ambiental nas considerações e análises para qualquer tomada de decisão, estimulou o autor a estudar e abordar a eficiência do desenvolvimento humano sustentável no seu estado natal, o Rio de Janeiro.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho se encontra dividido em cinco capítulos. O primeiro capítulo contém a introdução do estudo, no qual são apresentados o problema e o contexto em que este se encontra inserido. São apontados os principais objetivos do trabalho, tanto no aspecto geral como no específico. Finalizando o capítulo, são descritas as justificativas práticas e acadêmicas para a realização do estudo, assim como a motivação pessoal do autor que o levou a se aprofundar no assunto.

O segundo capítulo consiste no referencial teórico, no qual é feita a revisão bibliográfica do tema e das ferramentas utilizadas no estudo. Este capítulo está dividido em duas seções: a primeira faz referência à bibliografia sobre a Análise Envoltório de Dados, um breve histórico sobre a Pesquisa Operacional e o conceito de eficiência que se é buscado na aplicação. A próxima seção deste capítulo enfatiza os aspectos de desenvolvimento sustentável (IDHM+S) e seus principais conceitos.

Em seguida, o terceiro capítulo apresenta a metodologia do trabalho, tendo início na classificação da pesquisa realizada e seguindo com a descrição das etapas metodológicas utilizadas para o desenvolvimento do estudo. Em resumo, o capítulo mostra de maneira simples e objetiva todas as etapas realizadas.

O capítulo quarto compreende a etapa prática do trabalho, através do estudo de caso. Nele é primeiramente delimitado a base de dados e agrupamentos utilizados, seguidos pelo processo de aplicação do método DEA e análise dos resultados e eficiências obtidas.

Por fim, o quinto e último capítulo traz a conclusão do trabalho, na qual se avaliará se os objetivos traçados no início foram alcançados. Além disso, são apresentados os principais resultados, limitações do estudo e perspectivas para futuros trabalhos referentes ao tema.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

2.1.1. A Eficiência

O significado de eficiência é a realização de tarefas ou trabalhos de modo eficaz e com mínimo de desperdício. A busca pela eficiência pode ser percebida em diversas áreas e aplicações, como por exemplo: eficiência da economia (BONELLI; FONSECA, 1998), nutricional (FAGERIA, 1998), energética (GASPAR, 2004), hospitalar (LA FORGIA; COUTTOLENC, 2009), de transportes (ERHART; PALMEIRA, 2006), entre outros.

Mello *et al.* (2005) afirma que a eficiência é a comparação do que foi produzido, com os recursos disponíveis, com o que poderia ter sido produzido com estes mesmos recursos. Segundo Peña (2008): “[...] eficiência é a capacidade de fazer certo as coisas, de minimizar a relação insumos – produtos.”. A relação insumos (*inputs*) – produtos (*outputs*), ou seja, a eficiência, é definida por Cooper *et al.* (2007) como a razão entre um produto pelo o insumo necessário para produzi-lo, podendo ser descrito matematicamente como:

$$Eficiência = \frac{Produto}{Insumo}$$

A razão descrita acima é utilizada para se calcular a eficiência de um processo de produção. Rosano-Peña (2012) afirma que o processo de produção é considerado eficiente quando o mesmo: “[...] emprega a menor quantidade possível de insumos para produzir um número dado de produtos, ou quando obtém o maior nível de produção possível com um determinado nível de insumo.” (ROSANO-PEÑA, 2012, p.779).

2.1.2. Pesquisa Operacional e a Programação Linear

A Pesquisa Operacional (PO) se consolidou durante a 2ª Guerra mundial pela força aérea americana e tinha como objetivo aplicar técnicas matemáticas aos problemas de programação orçamentaria e planejamento militar.

Segundo a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO), a Pesquisa Operacional estuda, desenvolve e aplica métodos analíticos avançados para auxiliar na tomada de melhores decisões nas mais diversas áreas de atuação humana. “As palavras ‘Pesquisa’ e ‘Operacional’ refletem a ideia de integrar, respectivamente, o caráter teórico e aplicado dos métodos de

Pesquisa Operacional, entre os quais a Programação Linear.” (LINS; CALÔBA, 2006).

Lins e Calôba (2006) caracterizam a Programação Linear (PL) como a utilização de métodos de cálculo baseados na execução repetida de operações relativamente simples. O modelo matricial é utilizado sob a forma de um Problema de Programação Linear (PPL) e analisa a relação insumo-produto (*input-output*, ou, entrada-saída).

2.1.3. O Método DEA

O método da Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA) foi discutido inicialmente no trabalho de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e desenvolvido também no trabalho de Banker, Charnes e Cooper (1984). O objetivo inicial do método foi desenvolver um modelo para estimar a eficiência técnica sem recorrer ao arbítrio de peso para cada variável de *input* e *output*, e sem converter todas as variáveis em valores econômicos comparáveis (LINS; MEZA, 2000).

Mello *et al.* (2005) afirma que DEA é uma ferramenta matemática para a medida de eficiência de unidades produtivas. Lins e Calôba (2006) corroboram descrevendo que DEA foi desenvolvido para tratar de problemas de avaliação de desempenho em organizações produtivas para apoiar decisão em problemas de natureza multidisciplinar.

A aplicação do método DEA vem sendo utilizado em diversos segmentos e com grande variedade. A grande abrangência na utilização do método foi tema de pesquisa de Emrouznejad e Yang (2018) que realizaram uma pesquisa sobre a literatura acadêmica da DEA em seus primeiros 40 anos, de 1978 a 2016, e foram listados 10.300 artigos publicados em periódicos relacionados à DEA, sendo que os mesmos destacam que não foram contabilizados a mais quase 2.200 artigos publicados como capítulos de livros, anais de conferências ou documentos de trabalho. Cooper *et al.* (2007) afirmam que diversas entidades envolvidas em contextos diferentes em vários países começaram a utilizar o método DEA devido ao mesmo abrir a possibilidade de relacionar múltiplas

entradas e múltiplas saídas envolvidas em atividades de natureza complexa (muita retirar das vezes desconhecidas).

Conforme Falcão *et al.* (2019), a Análise Envoltória dos Dados “Trata-se de um modelo de programação linear, não paramétrico, capaz de medir a eficiência relativa de cada Unidade Tomadora de Decisão – DMU – de um conjunto analisado, por meio da construção de uma fronteira de eficiência. ” (FALCÃO *et al.*, 2019, p. 193). Lins e Calôba (2006) relatam que a fronteira de eficiência (também conhecida como fronteira de produção) pode ser definida a partir da máxima quantidade de *outputs* que podem ser obtidos dados os *inputs* utilizados.

A Unidade Tomadora de Decisão é chamada de DMU, pois advém do inglês *Decision Making Unit* e é unidade cuja eficiência está sendo avaliada. Sobre as DMUs Lins e Calôba (2006) afirmam que: “O conjunto de DMUs adotados em uma análise DEA deve ter em comum a utilização dos mesmos *inputs* e *outputs* e ser homogêneos. ” (LINS; CALÔBA, 2006, p. 257). Mello *et al.* (2003) enfatiza o objetivo de que DEA consiste em comparar um certo número de DMUs que realizar tarefas similares, porém se diferenciam nas quantidades de *inputs* consumidos e *outputs* produzidos.

Em relação às variáveis e dados das entradas e saídas do conjunto de DMUs, Lins e Meza (2000) destacam que, cada uma destas, pode estar em unidades diferentes das demais, porém, necessariamente, cada uma deve operar na mesma unidade de medida em todas as DMUs. A possibilidade de serem relacionadas múltiplas variáveis sem a necessidade da conversão para uma única unidade (geralmente a monetária) é apontada como um dos principais benefícios da aplicação do método DEA. Outro benefício da aplicação do método é a fronteira de produção, pois a mesma permite determinar os níveis de ineficiência relativa e permite descobrir formas de redução das DMUs ineficiências, através da comparação com as DMUs consideradas eficientes (DOS SANTOS *et al.*, 2014).

Os modelos intitulados como modelos clássicos (ou básicos) do método DEA segundo Lins e Meza (2000) são os modelos CCR (CHARNES, COOPER e RHODES, 1978) e BCC (BANKER, CHARNES e COOPER, 1984). Em relação aos modelos CCR e BCC, Peña (2008) descreve:

[...] o Modelos proposto por Charnes *et al.* (1978) designado por CCR, foi desenhado para uma análise com retornos constantes de escala (CRS – *Constant Returns to Scale*). Posteriormente foi estendido por Banker, Charnes e Cooper (1984, pp. 1078-1092) para incluir retornos variáveis de escala (VRS – *Variable Returns to Scale*) e passou a ser chamado de BCC. Assim os Modelos básicos de DEA são conhecidos como CCR (ou CRS) e BCC (ou VRS). (PEÑA, 2008, p. 92).

Peña (2008) realça que ambos os modelos podem ser desenhados sob duas formas de maximizar a eficiência, que são: (i) reduzir o consumo de insumos (*inputs*) mantendo o nível de produção (*output*) - forma denominada como orientação *input* - e (ii) aumentar a produção (*output*) mantendo o nível de consumo dos insumos (*input*) – forma denominada como orientação *output*. Além das orientações, cada modelo (CRS e VRS) possui duas óticas para serem aplicadas: (i) Ótica dos Multiplicadores – utilizada para a construção da PPL que calcula o valor de eficiência de cada DMU em relação ao conjunto das demais DMUs e (ii) Ótica Envelope – construída através da teoria da dualidade da PPL descrita na ótica dos multiplicadores, sendo calculado o peso e a influência (*benchmarking*) que cada DMU do conjunto possui na eficiência da DMU analisada.

2.1.4. Modelo CCR (CRS)

O modelo CRS (*Constant Returns to Scale*), também conhecido como CCR devido o mesmo ser desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), conforme Lins e Meza (2000, p.1) tinha como objetivo: “[...] desenvolver um modelo para estimar a eficiência técnica sem recorrer ao arbítrio de pesos para cada variável de *input* e *output*, e sem converter todas as variáveis em valores econômicos comparáveis.”. O modelo desenvolvido visava comparar a eficiência de escolas públicas sendo levados em conta *inputs* e *outputs* que não necessariamente possuíam uma conversão das suas unidades de medidas. O modelo CRS determina uma fronteira que assume o pressuposto que crescimentos proporcionais dos *inputs* produzirão crescimentos proporcionais dos *outputs* (LINS; CALÔBA, 2006).

Segundo Mello *et al.* (2005) o Modelo, também chamado de Ótica, dos Multiplicadores é o modelo que determina os pesos dos *inputs* e *outputs* para cada DMU do conjunto, e o Modelo do Envelope baseia-se na curva que limita a

região onde as DMUs podem existir. É importante salientar que cada DMU possui seus pesos mais apropriados, que maximizem a sua eficiência em comparação com as demais DMUs do conjunto que está sendo analisado.

Sobre cada ótica (Multiplicador e Envelope) o modelo CRS pode ser descrito orientado no sentido de *input* (reduzir o consumo de insumos mantendo o nível de produção) ou no sentido *output* (Aumentar a produção mantendo o nível de consumo dos insumos). Desta forma, o modelo CRS possui ao todo 4 PPLs que são: (i) Modelo CRS sobre a ótica dos Multiplicadores orientado no sentido *input* – CRS/M/I; (ii) Modelo CRS sobre a ótica dos Multiplicadores orientado no sentido *output* – CRS/M/O; (iii) Modelo CRS sobre a ótica do Envelope orientado no sentido *input* – CRS/E/I e (iv) Modelo CRS sobre a ótica do Envelope orientado no sentido *output* – CRS/E/O.

Mello *et al.* (2005) descreve que modelo CRS/M/I determina a eficiência pela otimização da razão entre a soma ponderada dos *outputs* e soma ponderada dos *inputs*, e permite que cada DMU escolha os pesos para cada variável de entrada e saída, desde que esses pesos aplicados as) outras DMUs não gerem uma razão superior a 1. O objetivo do modelo é minimizar a utilização dos *inputs* sem que o nível de *outputs* seja reduzido (LINS; MEZA, 2000). O modelo em questão é descrito na Equação 1.

Equação 1 - Modelo geral CRS/M/I

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Eff_0 &= \left(\frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}} \right) \\
 \text{sujeito a} & \\
 \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}} &\leq 1, \forall k \\
 v_i, u_j &\geq 0, \forall i, j
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 1}$$

Eff_0 é a eficiência da DMU₀ que está sendo analisada; v_i e u_j são respectivamente os pesos dos *inputs* i e *outputs* j (onde $i = 1, 2, \dots, r$ e $j = 1, 2, \dots, s$); x_{ik} e y_{jk} são respectivamente os *inputs* i e *outputs* j da DMU_k (onde $k = 1, 2, \dots, n$) e x_{i0} e y_{j0} são respectivamente os *inputs* i e *outputs* j da DMU₀ (a denominação 0 descreve a DMU que está sendo avaliada a eficiência).

Lins e Calôba (2006) afirmam que a Equação 1 é um problema de Programação Fracionária e que possui infinitas soluções ótimas. Mello *et al.* (2005) discorre que o problema pode ser transformado em uma PPL, sendo necessário que o denominador da função objetivo deva ser igual a uma constante. Utilizando na Equação 1 a transformação linear desenvolvida por Charnes e Cooper (1962) *apud* Lins e Calôba (2006) é gerado a Equação 2 que descreve o modelo PPL que permite uma DMU seja considerada eficiente com vários conjuntos de pesos, uma vez que nesse modelo as variáveis de decisão são os pesos v_i e u_j (MELLO *et al.*, 2005).

Equação 2 – Modelo PPL CRS/M/I

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Eff_0 &= \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} \\
 \text{sujeito a} & \\
 \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} &= 1 \\
 \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, \forall k \\
 v_i, u_j &\geq 0, \forall i, j
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 2}$$

A Equação 2 tem como função objetivo maximizar a eficiência (Eff_0) da DMU₀, sendo esta igual ao somatório do produto dos *outputs* (y_{j0}) e seus pesos (u_j), e sujeito as restrições do somatório do produto entre os *inputs* (x_{i0}) e seus pesos (v_i) ser igual a 1 e da diferença entre o somatório do produto dos *outputs* e os pesos (y_{jk} e u_j , respectivamente) e o somatório do produto dos *inputs* e os pesos (x_{ik} e v_j , respectivamente) de cada DMU_k que faz parte do conjunto que está sendo analisado ser menor ou igual a 0, além de ser restringido os valores dos pesos de forma que seja apenas aceito valores maiores ou igual a 0.

De forma análoga ao modelo CRS/M/I é possível ser descrito o modelo CRS/M/O (Modelo CRS sobre a ótica dos Multiplicadores orientado no sentido *output*), que busca maximizar os *outputs* sem alterar o nível atual dos *inputs* (LINS; MEZA, 2000). Mello *et al.* (2005) detalha a relação entre a variável h_0 , que representa por quanto todos os *outputs* devem ser multiplicados tendo que manter constantes os *inputs* (provocando um incremento no valor dos *outputs* por ser um número maior que 1), e a eficiência Eff_0 sendo h_0 inversamente proporcional a Eff_0 , ou seja, $h_0 = 1/Eff_0$. Sendo descrito a relação entre h_0 e

Eff_0 pode-se descrever o problema de Programação Fracionária para CRS/M/O conforme a Equação 3, e o modelo PPL - após a realização transformação linear desenvolvida por Charnes e Cooper (1962) *apud* Lins e Calôba (2006) - na Equação 4.

Equação 3 – Modelo geral CRS/M/O

$$\begin{aligned}
 \text{Min } h_0 &= \left(\frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}}{\sum_{j=1}^s u_j y_{j0}} \right) \\
 \text{sujeito a} & \\
 \frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}}{\sum_{j=1}^s u_j y_{jk}} &\geq 1, \forall k \\
 v_i, u_j &\geq 0, \forall i, j
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 3}$$

Equação 4 – Modelo PPL CRS/M/O

$$\begin{aligned}
 \text{Min } h_0 &= \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} \\
 \text{sujeito a} & \\
 \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} &= 1 \\
 \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, \forall k \\
 v_i, u_j &\geq 0, \forall i, j
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 4}$$

A Equação 4 possui como função objetivo minimizar h_0 para a DMU_0 , sendo esta igual ao somatório do produto dos *inputs* (x_{i0}) e seus pesos (v_i), e sujeito as restrições do somatório do produto entre os *outputs* (y_{j0}) e seus pesos (u_j) ser igual a 1 e da diferença entre o somatório do produto dos *outputs* e os pesos (y_{jk} e u_j , respectivamente) e o somatório do produto dos *inputs* e os pesos (x_{ik} e v_i , respectivamente) de cada DMU_k que faz parte do conjunto que está sendo analisado ser menor ou igual a 0, além de serem restringidos os valores dos pesos de forma que seja apenas aceito valores maiores ou igual a 0.

Através da teoria da dualidade, é possível gerar os modelos duais, também denominados como o Modelo Envelope, para os modelos CRS/M/I e CRS/M/O, que são, respectivamente, os modelos CRS/E/I e CRS/E/O. O modelo CRS/E/I é descrito na Equação 5.

Equação 5 – Modelo PPL CRS/E/I

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } h_0 \\
 & \text{sujeito a} \\
 & h_0 x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\
 & -y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\
 & \lambda_k \geq 0, \forall k
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 5}$$

Pela Equação 5 ser o modelo dual da Equação 2, pode-se ser demonstrado a equivalência entre os modelos, e através do Teorema da Dualidade Forte, conclui-se que ambos os modelos fornecerão os mesmos índices de eficiência como valores para suas funções objetivos (LINS; CALÔBA, 2006). Sobre a definição da Equação 5, Mello *et al.* (2005) expõe:

“A função objetivo representa a eficiência, que é o valor que deve ser multiplicado por todos os *inputs* de forma a obter valores que coloquem a DMU na fronteira eficiente (ou seja, provoca decréscimo no valor dos *inputs*). O primeiro conjunto de restrições garante que essa redução em cada um dos *inputs* não ultrapasse a fronteira definida pelas DMUs eficientes. O segundo grupo de restrições garante que redução nos *inputs* não altere o nível atual dos *outputs* da DMU.” (MELLO *et al.*, 2005, p. 2527).

O modelo para CRS/E/O, modelo dual do modelo descrito na Equação 4, é descrito na Equação 6.

Equação 6 – Modelo PPL CRS/E/O

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } h_0 \\
 & \text{sujeito a} \\
 & x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\
 & -h_0 y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\
 & \lambda_k \geq 0, \forall k
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 6}$$

Em ambas as orientações, o modelo Envelope tem como variáveis de decisões h_0 e λ_k 's e fornecem o mesmo valor de eficiência, porém, irão possuir valores de λ_k 's diferentes. Conforme Mello *et al.* (2005), o valor λ_k encontrado significa a importância da DMU_k correspondentes como referência (em inglês *benchmarking*) para a DMU ineficiente, ou seja, quanto maior for o valor do λ_k , maior será a correspondência entre as DMU_k e DMU em análise (a DMU₀). De

forma análoga, se o valor de um λ for igual a zero, significa que a DMU correspondente não possui importância para a DMU em análise.

2.1.5. Modelo BCC (VRS)

O modelo VRS (*Variable Returns to Scale*), também conhecido como BCC devido o mesmo se desenvolvido por Banker, Charnes e Cooper (1984), é uma extensão do trabalho realizado por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) (SOUZA, 2016). Segundo Mello *et al.* (2005), o modelo VRS considera retornos variáveis de escala substituindo o axioma de proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* pelo axioma de convexidade. Na prática isto significa que um acréscimo no *input* poderá provocar um acréscimo ou até mesmo um decréscimo no *output*, porém não sendo necessariamente proporcional (DOS SANTOS *et al.*, 2014).

Conforme Peña (2008), o modelo VRS gera uma fronteira convexa eficiente com as melhores DMUs, e ao trabalhar com esta fronteira o modelo admite que a eficiência máxima varie em função da economia de escala. “Matematicamente, a convexidade da fronteira equivale a uma restrição adicional ao Modelo Envelope [...]” (MELLO *et al.*, 2005, p. 2531). Desta forma as equações referentes aos modelos VRS/E/I e VRS/E/O têm como base as equações 5 e 6 (CRS/E/I e CRS/E/O, respectivamente) sendo inserida mais uma restrição referente a convexidade do modelo de acordo com Mello *et al.* (2005). A Equação 7 refere-se ao modelo VRS com orientação a *inputs* (VRS/E/I), e a Equação 8 representa o modelo VRS com orientação a *outputs* (VRS/E/O).

Equação 7 – Modelo PPL VRS/E/I

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } h_0 \\
 & \text{sujeito a} \\
 & h_0 x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\
 & -y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\
 & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \\
 & \lambda_k \geq 0, \forall k
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 7}$$

Equação 8 – Modelo PPL VRS/E/O

$$\text{Max } h_0$$

$$\begin{aligned}
& \text{sujeito a} && \text{(Eq. 8)} \\
& x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\
& -h_0 y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\
& \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \\
& \lambda_k \geq 0, \forall k
\end{aligned}$$

Através das regras da teoria da dualidade é possível descrever o modelo Multiplicador a partir do modelo Envelope, sendo constatado que a inserção da restrição de convexidade no modelo Envelope representa o acréscimo de uma variável no modelo Multiplicador (LINS; CALÔBA, 2006). De acordo com Mello *et al.* (2005) as variáveis duais no modelo Multiplicador associadas a restrição de convexidade no modelo Envelope são u_* e v_* . As variáveis u_* e v_* representam os retornos variáveis de escala (PEÑA, 2008). A Equação 9 equivale ao modelo Multiplicador orientado a *inputs* (VRS/M/I) e a Equação 10 corresponde ao modelo Multiplicado orientado a *outputs* (VRS/M/O).

Equação 9 – Modelo PPL VRS/M/I

$$\begin{aligned}
& \text{Max } Eff_0 = \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} + u_* \\
& \text{sujeito a} && \text{(Eq. 9)} \\
& \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} = 1 \\
& \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + u_* \leq 0, \forall k \\
& v_i, u_j \geq 0, u_* \in \Re
\end{aligned}$$

Equação 10 – Modelo PPL VRS/M/O

$$\begin{aligned} \text{Min } h_0 &= \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} + v_* \\ \text{sujeito a} & \\ \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} &= 1 \\ \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - v_* &\leq 0, \forall k \\ v_i, u_j &\geq 0, v_* \in \Re \end{aligned} \tag{Eq. 10}$$

Mello *et al.* (2005) detalha a relação dos valores das variáveis de retorno de escala (u_* e v_*) para cada orientação do modelo:

“No modelo orientado a *inputs*, quando positivos, indicam retornos crescentes de escala; quando negativos, indicam retornos decrescentes de escala; caso sejam nulos, a situação é de retornos constantes de escala. Já no modelo orientado a *outputs*, quando positivos, indicam retornos decrescentes de escala, quando negativos, indicam retornos crescentes de escala; caso sejam nulos, a situação é de retornos constantes de escala.” (MELLO *et al.*, 2005, p. 2533).

De forma análoga ao modelo CRS, o modelo VRS pode ser aplicado a partir de cada ótica (Multiplicador e Envelope), com a orientação no sentido de *input* (reduzir o consumo de insumos mantendo o nível de produção) ou no sentido *output* (Aumentar a produção mantendo o nível de consumo dos insumos). Temos assim, 4 PPLs para o modelo VRS: (i) Modelo VRS sobre a ótica dos Multiplicadores orientado no sentido *input* – VRS/M/I; (ii) Modelo VRS sobre a ótica dos Multiplicadores orientado no sentido *output* – VRS/M/O; (iii) Modelo VRS sobre a ótica do Envelope orientado no sentido *input* – VRS/E/I; (iv) Modelo VRS sobre a ótica do Envelope orientado no sentido *output* – VRS/E/O.

2.1.6. CRS x VRS - Propriedades Gráficas e Diferenças

Os modelos CRS e VRS possuem propriedades gráficas que ajudam na análise da fronteira de eficiência gerada através da utilização dos mesmos. Pelos modelos serem métodos não-paramétricos, a curva de eficiência não requer a especificação de nenhuma relação funcional entre os *inputs* e *outputs* (PEÑA, 2008). De acordo com Barros (2018), o modelo CRS gera uma fronteira de eficiência que se comporta como uma reta, ao ser analisada em um gráfico de

duas dimensões, devido ao princípio de que crescimentos dos *outputs* serem sempre proporcionais aos crescimentos dos *inputs*, já a fronteira no modelo VRS é linear por partes, o que representa a variação de produtividade de referência com a escala das variáveis.

Em um exemplo fictício envolvendo um conjunto de 5 DMUs (A, B, C, D e E) e sendo considerado apenas um *input* e um *output*, ou sejam sendo formado um gráfico bidimensional, Mello *et al.* (2005) representa na Figura 1 a fronteira de eficiência dos modelos CRS (linha azul representado pela sigla CCR) e VRS (linha vermelha representada pela sigla BCC) com a orientação aos *inputs*.

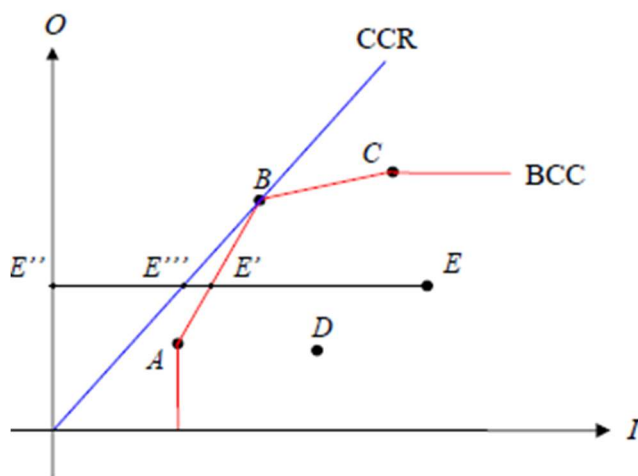


Figura 1 – Representação das fronteiras CCR e BCC (MELLO *et al.*, 2005)

Para o modelo CRS (CCR), nota-se que apenas a DMU B é classificada como uma DMU eficiente por ser encontrar na fronteira de eficiência. Porém, ao ser aplicado os mesmos dados para ao modelo VRS (BCC), constata-se que não apenas a DMU B é considerada eficiente, como também são as DMUs A e C e em ambos os modelos as DMUs D e E são consideradas ineficientes.

Segundo Casado (2007), é possível determinar o *benchmarking* para cada DMU ineficiente, projetando a mesma até a fronteira de eficiência. No modelo CRS, a DMU B é considerada um *benchmarking* para as demais DMUs, entretanto, no modelo VRS a referência para a DMU E passa a ser uma composição entre as DMUs A e B, enquanto a DMU D possui como referência a DMU A.

Por fim, sendo analisado a DMU E, pode-se distinguir a diferença entre a distância dela até as fronteiras de eficiência dos modelos. Ao passo que no modelo CRS esta distância é descrita por $\overline{EE''}$, no modelo VRS a distância é $\overline{EE''}$ visivelmente menor que a descrita no modelo com retorno constante de escala, representando uma melhora na eficiência da DMU E sendo considerado o retorno variável de escala 1.

A Tabela 1 apresenta um resumo em relação aos modelos DEA desenvolvidos, relacionando seus respectivos autores, retorno de escala, ótica, orientação e abreviação. Ao todo se possui oito problemas de programações lineares, determinando como clássicos, no método DEA.

Tabela 1 – Relação entre os modelos DEA (elaborado pelo autor)

<i>Trabalho de Origem</i>	<i>Retorno de Escala</i>	<i>Ótica</i>	<i>Orientação</i>	<i>Abreviação</i>	<i>Equação</i>
Charnes, Cooper e Rhodes (1978)	<i>Constante</i>	Multiplicador	<i>Input</i>	CRS/M/I	2
		Envelope	<i>Input</i>	CRS/E/I	5
		Multiplicador	<i>Output</i>	CRS/M/O	4
		Envelope	<i>Output</i>	CRS/E/O	6
Banker, Charnes e Cooper (1984)	<i>Variável</i>	Multiplicador	<i>Input</i>	VRS/M/I	9
		Envelope	<i>Input</i>	VRS/E/I	7
		Multiplicador	<i>Output</i>	VRS/M/O	10
		Envelope	<i>Output</i>	VRS/E/O	8

2.2. DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL

O termo “sustentabilidade” fora formalizado pela primeira vez em 1987, através do relatório de Bruntland, publicado pela Comissão Mundial do Meio Ambiente, a qual foi criada em 1972 pela a Organização da Nações Unidas (ONU). No relatório, intitulado de “Nosso Futuro Comum”, o termo foi abordado por intermédio do conceito de “desenvolvimento sustentável”, onde a comissão manifestou que para a economia global atendessem às necessidades e interesses legítimos das pessoas, deveria haver o crescimento de acordo com os limites naturais já existentes do planeta.

O conceito de sustentabilidade consiste em assegurar que as necessidades presentes sejam atendidas, sem comprometer a habilidade das futuras gerações atenderem as suas próprias necessidades (SILVA, 2019). A preocupação em torno deste tema se dá, por conta de a humanidade depender dos recursos oferecidos pela terra, sendo esses finitos.

Conforme Barbosa (2009), o desenvolvimento sustentável surge como alternativa, para que seja realizado o planejamento e reconhecimento do caráter finito dos recursos. Rodriguez (2001) afirma que este desenvolvimento deve ser buscado em todas as esferas e todos os níveis econômico e produtivos, sendo necessário fazer a abordagem de gestão dos recursos e serviços aliados à inserção de mudanças institucionais e tecnológicas.

A atuação na esfera municipal, com o foco no desenvolvimento sustentável, é estrategicamente relevante e importante, uma vez que se trata da esfera de menor atuação federal com resultados a curto prazo, tornando mais fácil a implementação de medidas públicas de desenvolvimento sustentável (SILVA, 2019). Conforme Carvalho (2005) *apud* Schneider (2009), os órgãos públicos municipais têm posse de políticas ambientais que orientam em intervenções, assegurando: planejamento da matriz energética, controle dos impactos ambientais e suas consequências econômicas para o município entre outros.

Silva (2019), destaca que devido à progressão da degradação que o meio ambiente vem sofrendo historicamente, as discussões acerca de questões ambientais estão crescendo. É possível correlacionar os impactos no rendimento econômico de um local (cidade, estado ou país) com os problemas advindos da poluição do ar atmosférico, da água, dos solos, entre outros.

Para se combater estes impactos, é necessário a efetividade nas políticas ambientais, e(,) por sua vez, para estes serem alcançados é preciso de: sensibilização e do envolvimento das comunidades; disponibilização de recursos financeiros, técnicos e humanos. Segundo Torres (2010), a sensibilização e a disponibilização de recursos representam, respectivamente, o nível de insatisfação da sociedade com a poluição e a quantidade de recursos que a mesma está disposta a investir para melhorar esse meio ambiente.

2.2.1. Índice De Desenvolvimento Humano (IDH)

Esta seção é destinada a apresentar o conceito do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), visto que o estudo possuirá base no mesmo. Nos estudos primários, o desenvolvimento humano era medido exclusivamente através da renda *per capita* (DESPOSTIS, 2004). Segundo Mahlberg e Obersteiner (2001), a comparação somente pela renda possui uma lacuna de informações, pois não se leva em conta fatores sociais, tais como: injustiça, analfabetismo, sofrimento humano e degradação ambiental.

Sendo a preocupação em torno de se possuir um índice que possa medir a multidimensionalidade do desenvolvimento humano, a PNUD introduziu em 1993 o IDH, e desde então há publicações anuais no Relatório de desenvolvimento humano (RDH) (PNUD, 2006 apud ROMERO; FORTES, 2007). O Índice considera três dimensões em sua composição: renda, longevidade e educação. A renda *per capita* continua sendo crucial para determinação do nível de desenvolvimento do país, porém a proposta é tratá-lo apenas como um de três fatores de mesmo peso, sendo os outros dois a expectativa de vida e a alfabetização (NEUMAYER, 2001).

Mahlberg e Obersteiner (2001) destacam que a intenção do criador do IDH, Mahbubul-Haq, era para que o índice se tornasse um meio de ampliar o interesse público nas outras variáveis igualmente importantes, como o intuito de atingir níveis mais altos do desenvolvimento humano. Em relação as três dimensões que compõe o IDH, Romero e Fortes (2007) descrevem a combinação dos indicadores socioeconômicos que as representam:

- i. Longevidade: Medida pela expectativa de vida ao nascer, refletindo as condições de saúde da população;
- ii. Educação: Calculada a partir da combinação entre a taxa de alfabetização de adultos e a taxa bruta combinada de matrícula nos níveis de ensino fundamental, médio e superior. Atribui-se a primeira taxa o peso de 2/3, enquanto para a última o peso de 1/3;
- iii. Renda: Medida pelo poder de compra da população, baseado no PIB *per capita* ajustado ao custo de vida local.

Para os componentes de Longevidade e Educação, os índices são calculados através da transformação geral descrita na Equação 11. Já para o componente de Renda, é necessária uma transformação não linear na base logarítmica, conforme Equação 12, devido ao fato de a renda não requerer um valor ilimitado.

Equação 11 – Transformação linear para cálculo dos Índices

$$\text{Índice} = \frac{\text{Valor real do país} - \text{Valor mínimo fixado}}{\text{Valor máximo fixado} - \text{Valor mínimo fixado}} \quad (\text{Eq. 11})$$

Equação 12 – Transformação não linear para cálculo do Índice

$$\text{Índice de Renda} = \frac{\log(\text{Valor real do país}) - \log(\text{Valor mínimo fixado})}{\log(\text{Valor máximo fixado}) - \log(\text{Valor mínimo fixado})} \quad (\text{Eq. 12})$$

Os valores mínimos e máximos citados nas equações 11 e 12 são apresentados por Despotis (2004), conforme a Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros para cálculo dos índices do IDH (DESPOTIS, 2004)

Índice	Parâmetros	
	Mínimo	Máximo
Expectativa de vida ao nascer	25 anos	85 anos
Taxa de alfabetização adulta	0%	100%
Relação da matrícula bruta combinada	0%	100%
PIB real per capita	US\$100	US\$40.000

A partir dos valores dos índices calculados, o IDH é proveniente, usualmente, do cálculo a partir da média simples entre os resultados. Porém, Neumayer (2001) destaca, em seu trabalho, algumas abordagens e metodologias alternativas para o cálculo do IDH e substituição ao método de média geralmente utilizada.

As abordagens alternativas se justificam devido a críticas que giram em torno do conceito e aplicação do IDH (DESPOTIS, 2004; MAHLBERG e OBERSTEINER, 2001; NEUMAYER, 2001). Mahlberg e Obersteiner (2001), dividem as críticas relacionadas em duas categorias, que são: a forma como os índices de componentes são derivados dos dados brutos e da efetividade do método de agregação, e a metodologia em si do processo. Para contornar o

problema de agregação usualmente utilizada, Neumayer (2001) utiliza em seu trabalho a análise dos dados do IDH através de duas aplicações do DEA, a primeira sendo a forma básica e clássica e segunda sendo adicionada a restrição de peso - sendo restringido o valor para que não seja nem zero ou um.

2.2.2. Índice De Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável (IDHM+S)

O Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável (IDHM+S), tem como finalidade incluir o fator ambiental no já existente Índice de Desenvolvimento Humano Municipal – IDHM (SILVA, 2019). Segundo Silva (2019), a inclusão do fator ambiental neste índice, tem como objetivo o auxílio à gestão pública municipal nas tomadas de decisões efetivas e gerenciamento de atividades e projetos voltados para o desenvolvimento sustentável.

A metodologia de cálculo do IDHM+S ocorre de maneira similar ao do IDHM, que retirar por sua funciona de maneira análoga ao IDH global. Para o IDHM são levadas em consideração as três esferas já citadas no tópico 2.2.1, que são: renda, longevidade e educação. Já para o IDHM+S é adicionada mais um eixo para realização do cálculo, a sustentabilidade.

A Figura 2 ilustra o cálculo detalhado do IDHM. A definição de cada esfera segue abaixo, conforme descrito no Atlas do Desenvolvimento Humano do Brasil (2013):

- **Padrão de vida:** índice medido a partir da renda municipal *per capita*, constituída pela soma da renda dos moradores dividida pelo número de moradores do município. Os dados são dos Censos Demográficos do IBGE.
- **Vida longa e saudável:** índice medido através da expectativa de vida ao nascer, calculada por método indireto, a partir dos dados dos Censos Demográficos do IBGE. Este índice prevê a quantidade de anos médio que uma pessoa pode viver, a partir do nascimento, dados os padrões de mortalidade.

- **Acesso a conhecimento:** índice medido a partir de dois indicadores com pesos distintos. A escolaridade da população adulta é medida pelo percentual de pessoas de 18 anos ou mais de idade com ensino fundamental completo (peso 1). O fluxo escolar da população jovem é medido pela média aritmética do percentual de crianças de 5 a 6 anos frequentando a escola, do percentual de jovens de 11 a 13 anos frequentando os anos finais do ensino fundamental, do percentual de jovens de 15 a 17 anos com ensino fundamental completo e do percentual de jovens de 18 a 20 anos com ensino médio completo (peso 2). Este indicador leva em consideração quatro etapas da formação da população em idade escolar, o que facilita que os gestores identifiquem se crianças e jovens estão nas séries corretas para suas respectivas idades. Por fim, o IDHM Educação é obtido pela média geométrica dos dois componentes dados seus respectivos pesos. Os dados são do Censo Demográfico do IBGE.

Para a metodologia IDHM+S proposto por Silva (2019), há a inserção da esfera da sustentabilidade, definida pela autora:

- **Fator ambiental:** índice medido a partir da média geométrica, com pesos iguais, de três dos aspectos ambientais: domicílios com acesso à esgotamento sanitário adequado, domicílios com acesso à coleta de lixo e domicílios com acesso à água encanada. Estes são coletados pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), e o seu resultado proverá o valor do índice denominado por Índice Ambiental (IA).

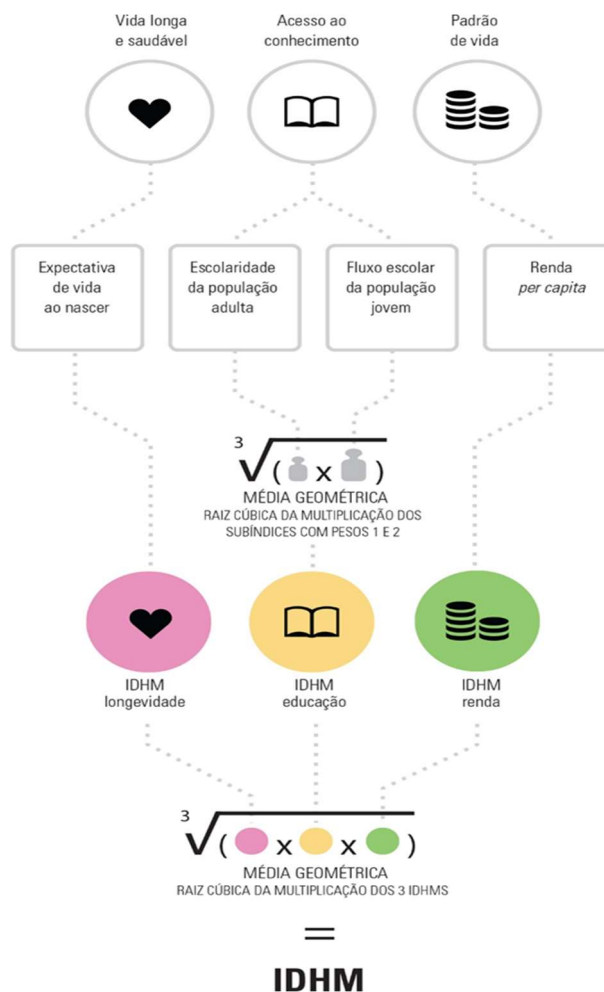


Figura 2 – Metodologia de cálculo do IDHM (Atlas de desenvolvimento humano Brasil, 2013)

O cálculo do novo índice e o valor final do IDHM+S encontra-se descritos na Equação 13 e 14, respectivamente.

Equação 13 – Cálculo do Índice Ambiental

$$IA = \sqrt[3]{(Esgotamento\ Sanitário * Coleta\ de\ Lixo * Água\ Encanada)} \quad (\text{Eq. 13})$$

Equação 14 – Cálculo do IDHM+S

$$IDHM + S = \sqrt[4]{(Renda * Longevidade * Educação * IA)} \quad (\text{Eq. 14})$$

Em relação à leitura e classificação do IDHM+S, Silva (2019) mantém os mesmos parâmetros utilizados no IDHM conforme Figura 3.

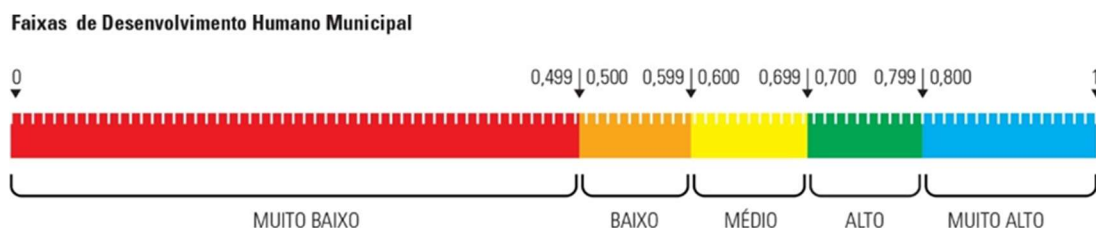


Figura 3 – Classificação do IDHM (Atlas de desenvolvimento humano Brasil, 2013)

3. METODOLOGIA

Será apresentada, neste capítulo, a classificação desta pesquisa (Natureza, Objetivos, Procedimentos Técnicos e Forma de abordagem do problema) de acordo com a literatura. Também serão descritas as etapas metodológicas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho.

3.1. CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa tem como objetivo utilizar procedimentos científicos para a resolução de problemas e solucionar dúvidas (BARROS; LEHFELD, 2000, *apud* PRODANOV; FREITAS, 2013). Sobre a pesquisa científica,

A pesquisa científica é uma atividade humana, cujo objetivo é conhecer e explicar os fenômenos, fornecendo respostas às questões significativas para a compreensão da natureza. Para essa tarefa, o pesquisador utiliza o conhecimento anterior acumulado e manipula cuidadosamente os diferentes métodos e técnicas para obter resultado pertinente às suas indagações. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 48).

Compreende-se, portanto, a pesquisa científica como o procedimento sistematizado (definições e classificações) que busca respostas para problemas.

A classificação da presente pesquisa, do ponto de vista (i) da sua natureza; (ii) de seus objetivos; (iii) dos procedimentos técnicos e (iv) da sua abordagem, foi baseada no trabalho Prodanov e Freitas (2013). Para cada critério, a pesquisa segue definida do ponto de vista:

- i. Da sua natureza: definiu-se como aplicada, por objetivar a geração de conhecimentos para aplicação prática visando à solução de problemas específicos (PRODANOV; FREITAS, 2013).

- ii. De seus objetivos: categoriza-se como uma pesquisa exploratória, pois conforme Prodanov e Freitas (2013, p.52) tendo como finalidade “orientar a fixação dos objetivos e a formulação das hipóteses ou descobrir um novo tipo de enfoque para o assunto.”.
- iii. Dos procedimentos técnicos: especifica-se o estudo de caso como procedimento empregado no desenvolvimento da presente pesquisa, segundo Prodanov e Freitas (2013) o mesmo possui como essência a busca pelos motivos, implementações e resultados de uma ou um conjunto de decisões.
- iv. Da sua abordagem: trata-se de uma pesquisa quantitativa, por ser formulado hipóteses e classificar a relação entre as variáveis para a precisão dos resultados, buscando a relação causa-efeito entre os fenômenos (PRODANOV; FREITAS, 2013).

3.2. ETAPAS METODOLÓGICAS

A pesquisa será baseada em um estudo de caso nos municípios do estado do Rio de Janeiro, com a aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA) para análise de eficiência do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Sustentável (IDHM+S). A aplicação do DEA e análise de eficiência serão realizadas com o agrupamento de todos os municípios do estado do Rio de Janeiro, e, posteriormente, sendo aplicada e analisada também a eficiência dos municípios separados e agrupados em *Clusters*.

As etapas metodológicas da pesquisa que serão detalhadas no capítulo 4 – Estudo de Caso, encontram-se ilustradas no fluxograma da Figura 4. Tem-se uma breve descrição do assunto a ser abordado em cada uma das três etapas metodológicas nos tópicos abaixo:

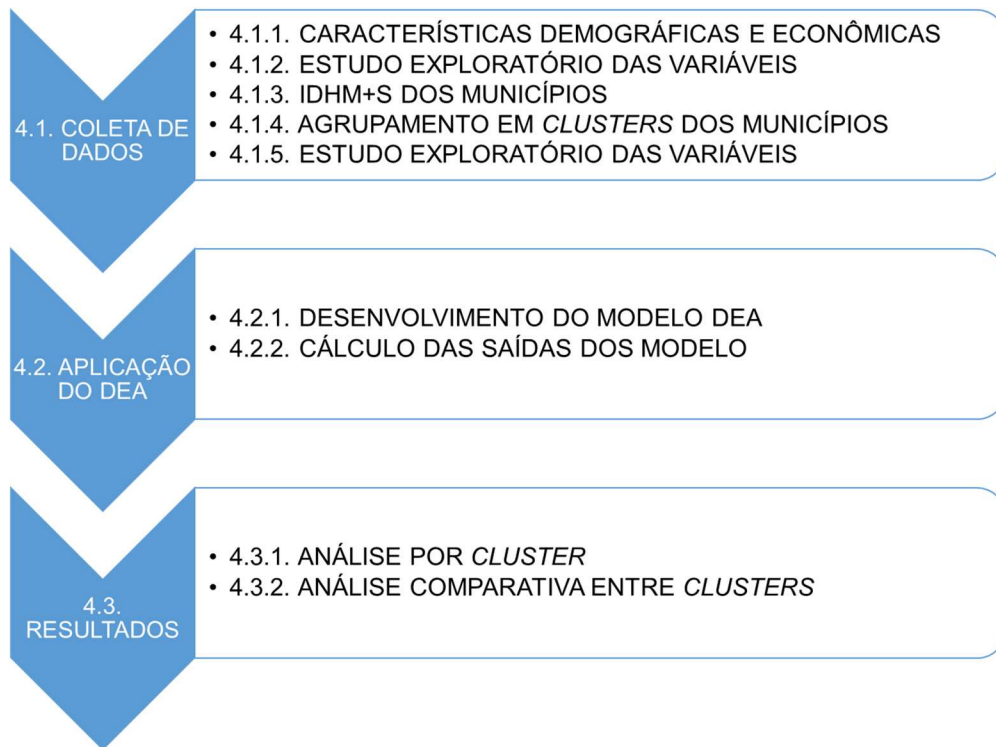


Figura 4 – Fluxograma das etapas metodológicas (elaborado pelo autor)

3.2.1. Coleta de Dados

A coleta de dados tem início no tópico 4.1.1, que tratará sobre as características demográficas e econômicas, buscando evidenciar a divisão por região do estado do Rio de Janeiro e também os pontos econômicos de cada um. Após a caracterização, será realizado o estudo exploratório dos dados no tópico 4.1.2, no qual ocorrerá o levantamento dos dados que serão utilizados e o estudo para identificar a presença de dados *outliers*.

Em sequência ao estudo exploratório, o tópico 4.1.3 abordará os valores de IDHM+S sendo destacados os menores e maiores valores para cada índice. O cálculo do IDHM+S se encontra definido na Equação 14, conforme já descrito no tópico 2.2.2.

Os três primeiros índices já são conhecidos dos fatores socioeconômicos utilizados no cálculo do IDH. O fator de sustentabilidade adicionado para o cálculo do IDHM+S, o Índice Ambiental, é determinado através da média geométrica de três aspectos ambientais conhecido e quantificados na escala municipal, são eles: domicílios

com acesso a esgotamento sanitário adequado, domicílios com acesso à coleta de lixo e domicílios com acesso à água encanada (SILVA, 2019).

Posterior ao cálculo do IDHM+S, será apresentado, no tópico 4.1.4, o agrupamento em *Clusters* dos municípios do estado do Rio de Janeiro, de maneira que no mesmo *Cluster* estejam agrupados os municípios com maior similaridade em relação às características pré-determinadas conforme Silva (2019). Por fim, o tópico 4.1.5 acontecerá o estudo exploratório dos *Clusters*, caracterizando a diferença entre cada agrupamento.

3.2.2. Aplicação do DEA

A aplicação da análise envoltória dos dados se iniciará pelo desenvolvimento dos modelos DEA no tópico 4.2.1. O desenvolvimento consistirá na descrição do modelo a ser desenvolvido e as equações para o cálculo de eficiência. De acordo com os conceitos já apresentados na seção da revisão bibliográfica, o modelo que será utilizado é o modelo com retorno variável de escala (VRS), ou seja, o modelo BCC proposto por Banker, Charnes e Cooper (1994).

A aplicação do modelo VRS seguirá a premissa da aplicação *dummy*, elaborado por Despostis (2004), o qual considera os quatro índices do IDHM+S sendo classificados como as saídas das DMUs e a entrada será um valor constante igual a um, intitulada como boba (*dummy*). Neste contexto, a aplicação DEA para o presente estudo de caso terá quatro PPLs, que são: VRS/M/O, VRS/E/O, VRS/M/I e VRS/E/I.

O *software* utilizado para aplicação dos modelos foi o *Open Source Data Envelopment Graphical User Interface* (OSDEA-GUI¹) em sua versão 0.2 disponível para *download* de forma gratuita. O OSDEA-GUI é um *software* desenvolvida na linguagem Java, permite que a base de dados a ser aplicado o DEA possua qualquer quantidade de DMUs e variáveis (*inputs* e *outputs*), além de possuir em sua biblioteca 40 modelos disponíveis para aplicação.

Também acontecerá o cálculo necessário para se ter a quantidade mínima de DMU para uma análise assertiva, antes de se iniciar a aplicação do método.

¹ Link para download do software: <https://opensourcedea.org/download-osdea-gui/>

Previamente A aplicação do DEA e o cálculo das saídas dos modelos a serem realizados e apresentados no tópico 4.2.2, será calculado a quantidade mínima necessária de DMUs para uma análise assertiva. Após exposta a quantidade, a aplicação do DEA será realizada em dois cenários, conforme descrito abaixo, tendo com dados os índices do IDHM+S dos municípios do Rio de Janeiro:

- i. Aplicação DEA em um único grupo com todos os municípios;
- ii. Aplicação DEA em cada um dos cinco *Clusters*, agrupados conforme trabalho realizado por Silva (2019).

Em cada aplicação, serão analisados os dados e apresentados os valores de eficiência, *benchmarking* e pesos calculados. Caso apresente comportamento divergente ao esperado ou valores anormais, será avaliada a presença de DMUs *outliers*, retirada as mesmas, caso existam, e realizado nova aplicação da análise envoltória de dados.

O roteiro de atividades que será apresentado e descrito no tópico 4.2.2, será:

- i. Comparação entre o número de DMUs presentes e a quantidade mínima de DMU necessária para uma análise assertiva;
- ii. Descrição com valores das PPLs, para a primeira DMU de cada grupo de análise;
- iii. Cálculo e tabulação dos valores de eficiência (*Eff*) das DMUs;
- iv. Cálculo e tabulação dos valores de *benchmarking* (λ) das DMUs;
- v. Cálculo e tabulação dos valores dos pesos dos *inputs* e *outputs* (v_D , u_{IR} , u_{IL} , u_{IE} e u_{IA}) das DMUs;

3.2.3. Resultados

Os resultados no tópico 4.3 serão realizados em duas partes, para melhor interpretação dos dados calculados. Primeiramente será realizada a análise dos dados pertinentes em cada *Cluster* (tópico 4.3.1) e, posteriormente, a análise comparativa entre os *Clusters* no tópico 4.3.2.

A análise, no tópico 4.3.1, consistirá no estudo dos valores calculados de projeções dos *outputs* e as suas variações comparadas com os valores levantados previamente. Neste tópico, ocorrerão, também, os cálculos do valor de IDHM+S de cada *Cluster* e confronto deste valor, os IDHM+S previamente e posteriormente a aplicação do DEA.

O tópico 4.3.2 encerrará o capítulo 4 dando ênfase à comparação entre os *Clusters* com os valores de *benchmarking* das DMUs eficientes, e uma segunda comparação com o confronto dos dados de variação dos índices de cada município. Para a primeira comparação, será contada a quantidade de vezes que a DMU eficiente será considerada referência para os demais e, após, o tópico se encerrará com a análise em cima da contagem de vezes que cada índice foi calculado com o maior e menor valor de variação.

4. ESTUDO DE CASO

Neste capítulo, será descrita a parte prática do estudo, em que serão mostradas as etapas de coleta de dados, aplicação da DEA e os resultados, referentes à análise envoltória do IDHM+S dos municípios do Rio de Janeiro. As etapas do estudo de caso seguem da seguinte forma, conforme a estruturação descrita no capítulo 3: o tópico 4.1 apresenta a coleta de dados e o agrupamento realizado, já o tópico 4.2 descreve o desenvolvimento e a aplicação da DEA. Por fim, o tópico 4.3 contém a análise dos resultados obtidos.

4.1. COLETA DE DADOS

4.1.1. Características Demográficas e Econômicas

A coleta de dados se iniciou, primeiramente, com a definição e delimitação do grupo em que será calculado o índice de desenvolvimento humano municipal sustentável. A este fim, foi selecionado o estado do Rio de Janeiro e os municípios a eles delimitados geograficamente. Ao todo o estado carioca possui 92 municípios, listados na Tabela 3.

Junto com a listagem dos 92 municípios, a Tabela 3 apresenta os dados de população e Produto Interno Bruto (PIB) *per capita* de cada município, conforme o último censo realizado pelo IBGE em 2010. Além dos dados citados, também se encontra listado em qual das oitos regiões de Governo cada município pertence. As regiões são: (i) Metropolitana; (ii) Norte Fluminense; (iii) Noroeste Fluminense; (iv) Costa Verde; (v) Centro-Sul Fluminense; (vi) Serrana; (vii) Baixadas Litorâneas e (viii) Médio Paraíba.

Tabela 3 – Municípios do Estado do Rio de Janeiro (elaborado pelo autor)

Região	MUNICÍPIOS	POPULAÇÃO	PIB per capita
Metropolitana	Belford Roxo	469.261	R\$ 9.520,41
Metropolitana	Duque de Caxias	855.046	R\$ 30.988,80
Metropolitana	Guapimirim	51.487	R\$ 9.425,08
Metropolitana	Itaboraí	218.090	R\$ 10.025,62
Metropolitana	Itaguaí	109.163	R\$ 39.252,85
Metropolitana	Japeri	95.391	R\$ 9.611,85
Metropolitana	Magé	228.150	R\$ 9.053,41
Metropolitana	Maricá	127.519	R\$ 12.900,00
Metropolitana	Mesquita	168.403	R\$ 9.105,33
Metropolitana	Nilópolis	157.483	R\$ 10.597,72
Metropolitana	Niterói	487.327	R\$ 23.011,46
Metropolitana	Nova Iguaçu	795.212	R\$ 11.942,30
Metropolitana	Paracambi	47.074	R\$ 10.581,28
Metropolitana	Petrópolis	296.044	R\$ 23.858,33
Metropolitana	Queimados	137.938	R\$ 12.110,81
Metropolitana	Rio de Janeiro	6.323.037	R\$ 30.088,24
Metropolitana	São Gonçalo	999.901	R\$ 10.341,78
Metropolitana	São João de Meriti	459.356	R\$ 10.506,47
Metropolitana	Seropédica	78.183	R\$ 10.904,39
Metropolitana	Tanguá	30.731	R\$ 9.458,03
Norte Fluminense	Campos dos Goytacazes	463.545	R\$ 54.607,81
Norte Fluminense	Carapebus	13.348	R\$ 83.859,53
Norte Fluminense	Cardoso Moreira	12.540	R\$ 9.537,31
Norte Fluminense	Conceição de Macabu	21.200	R\$ 8.727,37
Norte Fluminense	Macaé	206.748	R\$ 54.501,02
Norte Fluminense	Quissamã	20.244	R\$ 153.769,95
Norte Fluminense	São Fidélis	37.553	R\$ 11.392,40
Norte Fluminense	São Francisco de Itabapoana	41.357	R\$ 14.903,46
Norte Fluminense	São João da Barra	32.767	R\$ 106.348,05
Noroeste Fluminense	Aperibé	10.215	R\$ 8.946,10
Noroeste Fluminense	Bom Jesus do Itabapoana	35.384	R\$ 11.494,55
Noroeste Fluminense	Cambuci	14.829	R\$ 10.809,38
Noroeste Fluminense	Italva	14.027	R\$ 9.575,87
Noroeste Fluminense	Itaocara	22.902	R\$ 11.269,84

Noroeste Fluminense	Itaperuna	95.876	R\$ 14.689,73
Noroeste Fluminense	Laje do Muriaé	7.491	R\$ 10.273,93
Noroeste Fluminense	Miracema	26.829	R\$ 9.591,51
Noroeste Fluminense	Natividade	15.077	R\$ 10.220,60
Noroeste Fluminense	Porciúncula	17.771	R\$ 10.588,18
Noroeste Fluminense	Santo Antônio de Pádua	40.569	R\$ 13.655,98
Noroeste Fluminense	São José de Ubá	7.003	R\$ 10.535,20
Noroeste Fluminense	Varre-Sai	9.503	R\$ 10.100,17
Baixadas Litorâneas	Araruama	112.028	R\$ 11.290,91
Baixadas Litorâneas	Armação dos Búzios	27.538	R\$ 46.806,66
Baixadas Litorâneas	Arraial do Cabo	27.770	R\$ 12.862,13
Baixadas Litorâneas	Cabo Frio	186.222	R\$ 35.182,24
Baixadas Litorâneas	Cachoeiras de Macacu	54.370	R\$ 16.987,64
Baixadas Litorâneas	Casimiro de Abreu	35.373	R\$ 48.517,35
Baixadas Litorâneas	Iguaba Grande	22.858	R\$ 10.326,53
Baixadas Litorâneas	Rio Bonito	55.586	R\$ 15.417,34
Baixadas Litorâneas	Rio das Ostras	105.757	R\$ 57.882,81
Baixadas Litorâneas	São Pedro da Aldeia	88.013	R\$ 10.689,19
Baixadas Litorâneas	Saquarema	74.221	R\$ 12.746,12
Baixadas Litorâneas	Silva Jardim	21.360	R\$ 9.012,88
Centro-Sul Fluminense	Areal	11.421	R\$ 17.154,80
Centro-Sul Fluminense	Comendador Levy Gasparian	8.183	R\$ 15.629,23
Centro-Sul Fluminense	Engenheiro Paulo de Frontin	13.239	R\$ 11.138,21
Centro-Sul Fluminense	Mendes	17.940	R\$ 10.013,61
Centro-Sul Fluminense	Miguel Pereira	24.647	R\$ 13.429,21
Centro-Sul Fluminense	Paraíba do Sul	41.088	R\$ 12.949,68
Centro-Sul Fluminense	Paty do Alferes	26.381	R\$ 10.386,34
Centro-Sul Fluminense	Sapucaia	17.504	R\$ 23.052,41
Centro-Sul Fluminense	Três Rios	77.503	R\$ 22.363,32
Centro-Sul Fluminense	Vassouras	34.439	R\$ 11.751,34
Serrana	Bom Jardim	25.398	R\$ 14.030,05
Serrana	Cantagalo	19.826	R\$ 28.420,30
Serrana	Carmo	17.439	R\$ 22.517,67
Serrana	Cordeiro	20.403	R\$ 10.339,48
Serrana	Duas Barras	10.933	R\$ 14.571,11
Serrana	Macuco	5.269	R\$ 15.752,34
Serrana	Nova Friburgo	182.016	R\$ 15.580,00
Serrana	Santa Maria Madalena	10.321	R\$ 12.065,00
Serrana	São José do Vale do Rio Preto	20.252	R\$ 31.945,20
Serrana	São Sebastião do Alto	8.906	R\$ 11.125,37
Serrana	Sumidouro	14.920	R\$ 12.875,01
Serrana	Teresópolis	163.805	R\$ 16.874,51
Serrana	Trajano de Moraes	10.281	R\$ 8.912,09
Costa Verde	Angra dos Reis	169.270	R\$ 60.119,62
Costa Verde	Mangaratiba	36.311	R\$ 25.882,48
Costa Verde	Paraty	37.575	R\$ 16.841,04

Médio Paraíba	Barra do Pirai	94.855	R\$ 14.620,59
Médio Paraíba	Barra Mansa	177.861	R\$ 18.022,37
Médio Paraíba	Itatiaia	28.852	R\$ 48.855,42
Médio Paraíba	Pinheiral	22.724	R\$ 9.144,38
Médio Paraíba	Pirai	26.309	R\$ 39.777,60
Médio Paraíba	Porto Real	16.574	R\$ 290.834,08
Médio Paraíba	Quatis	12.831	R\$ 14.511,36
Médio Paraíba	Resende	119.801	R\$ 53.565,13
Médio Paraíba	Rio Claro	17.401	R\$ 11.408,51
Médio Paraíba	Rio das Flores	8.545	R\$ 38.930,77
Médio Paraíba	Valença	71.894	R\$ 13.727,11
Médio Paraíba	Volta Redonda	257.996	R\$ 35.546,76

Conforme listado na Tabela 3 e apresentado na Figura 5, a divisão de municípios em oito regiões está apoiada na Lei nº 1.227/87, a qual aprovou o Plano de Desenvolvimento Econômico e Social 1988/1991. Cada uma dessas regiões possuem as suas características sociais e econômicas a serem descritas.

Além do mapa do estado do Rio de Janeiro, dividido por regiões, ilustrado conforme a Figura 5, é provido pelo CEPERJ (Centro Estadual de Estatística, Pesquisas e Formação de Servidores Públicos do Rio de Janeiro) um resumo das características econômicas de cada uma das regiões, conforme listado abaixo.

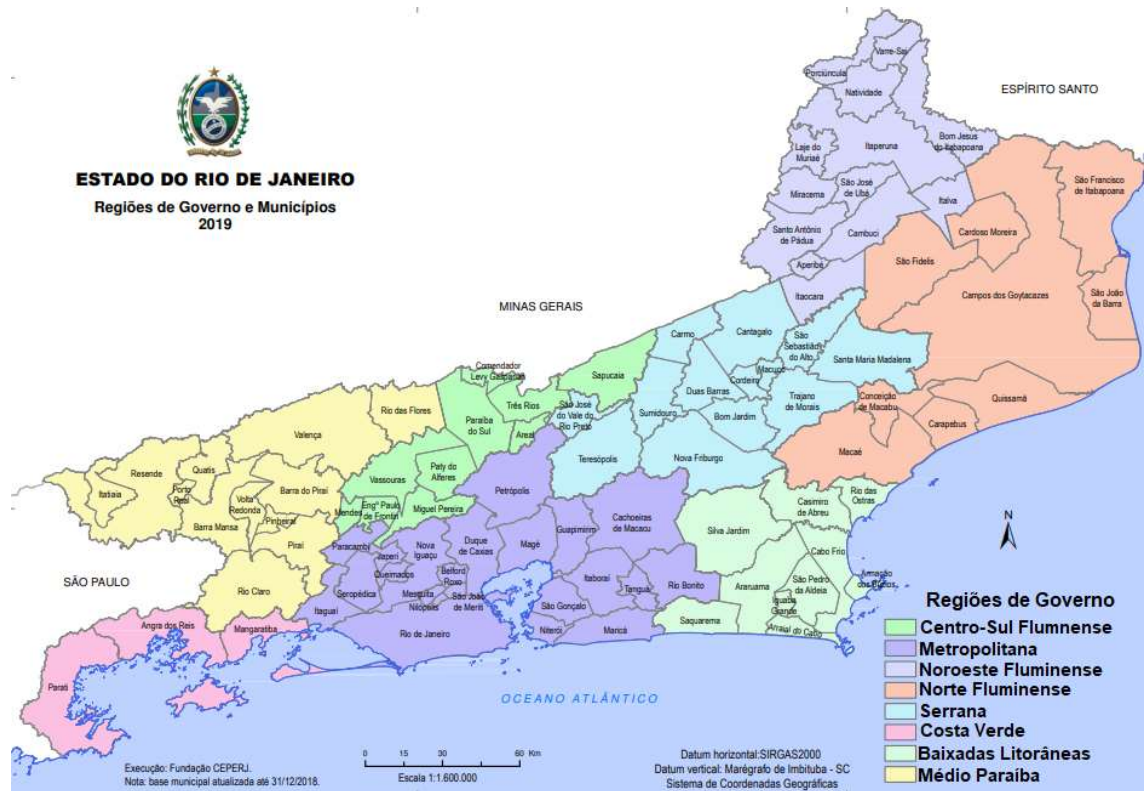


Figura 5 - Estado do Rio de Janeiro dividido por Regiões (CEPERJ, 2018)

A região Metropolitana é composta por 20 municípios, sendo caracterizada por concentrar 70% da população do Estado devido possuir em sua demarcação a maior parte das indústrias. Porém, também é destacado a distribuição desigual do PIB *per capita*, devido ao fato da grande maioria dos municípios serem pendulares, devido ao fato das suas populações precisarem se deslocar diariamente para realizar as atividades profissionais em outros municípios da região (Rio de Janeiro e Niterói).

A região do Norte Fluminense é composta por 9 municípios, sendo destacado os municípios de Campos dos Goytacazes e Macaé, sendo os dois locais mais populosos e com o PIB *per capita* bem distribuído. Esta região é caracterizada pela concentração da indústria de petróleo e gás natural, devido ao fato da extração que é realizada na Bacia de Campos, sendo principal fator para o incremento do PIB (e consequentemente do PIB *per capita*) dos municípios da região.

A região do Noroeste Fluminense é composta por 13 municípios, e é caracterizada pela agropecuária, porém há a diminuição no efetivo populacional, devido ao êxodo rural pela falta de estrutura após o declínio da cafeicultura. A região da

Baixadas Litorâneas é composta por 12 municípios, sendo conhecida pelas atividades ligadas ao turismo, tendo como consequência uma alta especulação imobiliária.

A região do Centro-Sul Fluminense, que é composta por 10 municípios, possui uma caracterização similar à região Noroeste Fluminense, devido à decadência da cultura e atividades cafeeira. Atualmente, apoia-se na criação de gado e na olericultura (horticultura focada em exploração de hortaliças, folhosas, raízes e etc.).

A região Serrana é composta por 13 municípios, tendo forte presença das indústrias têxteis e também das atividades turísticas (Municípios como Nova Friburgo e Teresópolis). Porém há englobado na região, municípios com fraco desempenho econômico, devido à substituição das atividades cafeeiras pela pecuária extensiva.

A região da Costa Verde é composta por apenas 3 municípios, que são: Angra dos Reis, Mangaratiba e Paraty. Esta região é caracterizada pelo seu desenvolvimento turístico, agricultura e colônias de pescadores. Além disso, vislumbra-se o crescimento econômico através da indústria de construção naval.

A região Médio Paraíba é composta por 12 municípios, com o destaque por ser a mais industrializada após a região Metropolitana, sendo realçado o eixo Volta Redonda – Barra Mansa – Resende. Entre as indústrias, destaca-se a concentração de área automotivo, onde fábricas de ônibus, caminhões e automóveis na região, devido à localização e rodovias que permitem comunicação com estados como São Paulo e Belo Horizonte.

4.1.2. Estudo Exploratório Das Variáveis

Sobre os valores do IDHM+S de cada município, a construção foi realizada conforme trabalho de Silva (2019), tendo início com o levantamento de dados no IBGE e no IPEA. No primeiro, foram levantados os dados dos indicadores de Longevidade, Educação e Renda, conforme o último censo demográfico (2010), já no segundo, foi buscado os dados relacionados ao Índice Ambiental (Esgotamento Sanitário, Coleta de Lixo e Água Encanada) do mesmo ano.

Em posse da base de dados coletados, com o objetivo de avaliar, comparar e compreender as eficiências socioambiental dos municípios, tem-se a necessidade de

realizar uma análise prévia da base de dados para ser discutida a existência de dados *outliers*. A presença de um ou mais dados deste tipo, ocasiona na falha de uma análise acurada e assertiva, em comparação com as situações presentes na vida real.

A presença de *outliers* pode ser detectada através da utilização do gráfico do tipo *boxplot*, que permite detectar de forma visual as médias dos valores e os extremos (máximos e mínimos). Os *outliers* são os valores observados fora do intervalo gerado. A Figura 6 mostra o gráfico em questão, realizado por Silva (2019), no qual é possível identificar a existência de 6 municípios em situações de dados *outliers* (além das dimensões médias), que são: Macaé, Niterói, Rio de Janeiro, São Francisco de Itabapoana, São João da Barra e Sumidouro.

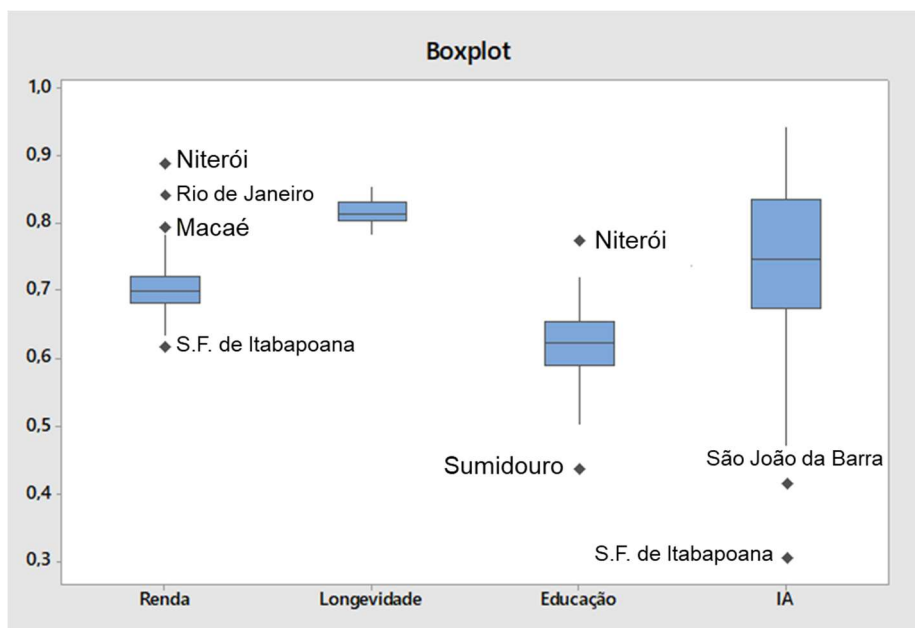


Figura 6 - Boxplot das variáveis de interesse (SILVA, 2019)

Em análise do gráfico, pode-se destacar a pequena variação entre os dados de renda, longevidade e educação, enquanto há uma maior variação no IA. A presença de *outliers* evidencia que as observações não são muito homogêneas. Apesar de não ter sido detectado este tipo de dado entre os analisados para o indicador de longevidade, os *outliers* foram retirados para se possuir homogeneidade na análise de agrupamento e aplicação da DEA.

4.1.3. IDHM+S dos Municípios

Em relação ao índice de desenvolvimento humano municipal sustentável, o cálculo foi realizado conforme descrito na Equação 9. Os valores de cada índice e o valor final do IDHM+S encontra-se listado na Tabela 4. Em complemento aos dados expostos na Tabela 4, foram destacados os menores e maiores valores de cada índice.

Tabela 4 – Valores de IDHM+S (Adaptado de SILVA, 2019)

MUNICÍPIOS	Renda	Longevidade	Educação	IA	IDHM+S
Angra dos Reis	0,740	0,846	0,605	0,773	0,736
Aperibé	0,670	0,785	0,631	0,836	0,726
Araruama	0,714	0,839	0,617	0,592	0,684
Areal	0,686	0,823	0,566	0,675	0,681
Armação dos Búzios	0,750	0,824	0,624	0,608	0,696
Arraial do Cabo	0,722	0,805	0,677	0,577	0,690
Barra do Piraí	0,723	0,819	0,665	0,842	0,759
Barra Mansa	0,720	0,819	0,657	0,859	0,760
Belford Roxo	0,662	0,808	0,598	0,850	0,722
Bom Jardim	0,707	0,809	0,503	0,705	0,671
Bom Jesus do Itabapoana	0,723	0,819	0,662	0,786	0,745
Cabo Frio	0,743	0,836	0,640	0,634	0,709
Cachoeiras de Macacu	0,695	0,817	0,603	0,704	0,701
Cambuci	0,672	0,809	0,608	0,652	0,681
Campos dos Goytacazes	0,715	0,830	0,619	0,715	0,716
Cantagalo	0,705	0,822	0,614	0,750	0,719
Carapebus	0,699	0,805	0,644	0,760	0,724
Cardoso Moreira	0,653	0,782	0,534	0,638	0,646
Carmo	0,683	0,813	0,608	0,774	0,715
Casimiro de Abreu	0,734	0,811	0,642	0,740	0,729
Comendador Levy Gasparian	0,676	0,785	0,605	0,833	0,719
Conceição de Macabu	0,698	0,806	0,642	0,734	0,717
Cordeiro	0,724	0,826	0,649	0,852	0,758
Duas Barras	0,677	0,790	0,534	0,648	0,656
Duque de Caxias	0,692	0,833	0,624	0,880	0,750
Engenheiro Paulo de Frontin	0,674	0,805	0,694	0,726	0,723
Guapimirim	0,692	0,812	0,604	0,702	0,699
Iguaba Grande	0,744	0,841	0,704	0,535	0,697
Itaboraí	0,690	0,813	0,593	0,753	0,708
Itaguaí	0,703	0,814	0,638	0,798	0,735
Italva	0,692	0,792	0,595	0,734	0,700
Itaocara	0,696	0,820	0,635	0,716	0,714
Itaperuna	0,716	0,837	0,649	0,840	0,756
Itatiaia	0,735	0,836	0,652	0,821	0,757
Japeri	0,637	0,809	0,555	0,797	0,691

Laje do Muriaé	0,649	0,800	0,575	0,670	0,669
Macaé	0,792	0,828	0,681	0,822	0,778
Macuco	0,687	0,801	0,631	0,864	0,740
Magé	0,685	0,832	0,626	0,731	0,714
Mangaratiba	0,746	0,845	0,676	0,472	0,670
Maricá	0,761	0,850	0,692	0,623	0,727
Mendes	0,707	0,806	0,700	0,740	0,737
Mesquita	0,704	0,839	0,678	0,919	0,779
Miguel Pereira	0,740	0,828	0,675	0,694	0,732
Miracema	0,696	0,805	0,646	0,865	0,748
Natividade	0,707	0,806	0,683	0,777	0,742
Nilópolis	0,731	0,817	0,716	0,942	0,797
Niterói	0,887	0,854	0,773	0,891	0,850
Nova Friburgo	0,758	0,846	0,645	0,808	0,760
Nova Iguaçu	0,691	0,818	0,641	0,860	0,747
Paracambi	0,689	0,812	0,666	0,850	0,750
Paraíba do Sul	0,697	0,812	0,610	0,835	0,733
Paraty	0,726	0,842	0,544	0,637	0,678
Paty do Alferes	0,683	0,806	0,549	0,662	0,669
Petrópolis	0,763	0,847	0,639	0,832	0,766
Pinheiral	0,709	0,801	0,643	0,894	0,756
Piraí	0,714	0,803	0,620	0,800	0,730
Porciúncula	0,698	0,802	0,606	0,753	0,711
Porto Real	0,688	0,817	0,645	0,899	0,756
Quatis	0,676	0,806	0,603	0,831	0,723
Queimados	0,659	0,810	0,589	0,871	0,723
Quissamã	0,698	0,821	0,610	0,798	0,727
Resende	0,762	0,839	0,709	0,894	0,798
Rio Bonito	0,705	0,819	0,620	0,809	0,733
Rio Claro	0,700	0,801	0,567	0,675	0,681
Rio das Flores	0,664	0,822	0,575	0,737	0,693
Rio das Ostras	0,784	0,854	0,689	0,706	0,756
Rio de Janeiro	0,840	0,845	0,719	0,906	0,825
Santa Maria Madalena	0,672	0,797	0,556	0,596	0,649
Santo Antônio de Pádua	0,709	0,806	0,648	0,788	0,735
São Fidélis	0,685	0,787	0,611	0,735	0,702
São Francisco de Itabapoana	0,618	0,791	0,533	0,304	0,531
São Gonçalo	0,711	0,833	0,681	0,878	0,771
São João da Barra	0,686	0,800	0,551	0,413	0,595
São João de Meriti	0,693	0,831	0,646	0,933	0,768
São José de Ubá	0,633	0,798	0,548	0,723	0,669
São José do Vale do Rio Preto	0,670	0,806	0,533	0,633	0,653
São Pedro da Aldeia	0,721	0,801	0,626	0,687	0,706
São Sebastião do Alto	0,638	0,789	0,536	0,566	0,625
Sapucaia	0,682	0,804	0,561	0,695	0,680
Saquarema	0,714	0,804	0,621	0,512	0,654

Seropédica	0,695	0,805	0,648	0,715	0,713
Silva Jardim	0,657	0,793	0,536	0,653	0,653
Sumidouro	0,658	0,796	0,436	0,541	0,593
Tanguá	0,644	0,793	0,548	0,743	0,675
Teresópolis	0,752	0,855	0,605	0,713	0,726
Trajano de Moraes	0,668	0,813	0,547	0,486	0,616
Três Rios	0,725	0,801	0,656	0,865	0,758
Valença	0,713	0,848	0,666	0,770	0,746
Varre-Sai	0,636	0,810	0,555	0,689	0,666
Vassouras	0,719	0,813	0,624	0,761	0,726
Volta Redonda	0,763	0,833	0,720	0,927	0,807

Referentes aos índices e seus dados expostos na Tabela 4, destaca-se o IA, pelo mesmo possuir o menor valor de todos os índices (0,304) e também o maior (0,942), coletados para os municípios de São Francisco de Itabapoana e Nilópolis, respectivamente.

O município de São Francisco de Itabapoana possui destaque por possuir o menor valor final de IDHM+S além de também ser o município com menor valor em dois dos quatro índices, do IA e da Renda. Em contraponto, Niterói é o município com maior notoriedade, por obter o valor mais alto de IDHM+S e ter também o melhor resultado para dois dos quatro índices (renda e educação).

4.1.4. Agrupamento em *Clusters* dos Municípios

O agrupamento em *clusters* visou a uma análise dos municípios mais acurada em relação ao IDHM+S, pois esta junção de municípios, que possuem características semelhantes entre si, em diferentes grupos, possibilita que a comparação seja mais fiel e equiparada com a realidade. A *clusterização*, método de análise multivariada, permite uma abordagem mais global dos fenômenos estudados, se sobrepondo à análise uni variável que, por muitas vezes, resultam em uma abordagem mais simplificada da realidade.

A análise dos municípios através do agrupamento em *clusters*, proveu segmentação dos dados em subgrupos, de forma que a heterogeneidade das características de cada município seja levada em consideração para que as ações sejam adequadas e personalizadas. Além de personalização das ações para cada município, a

homogeneidade interna de cada *cluster* e permitiu a análise dos municípios perante seus semelhantes.

Seguindo os passos das etapas e cálculos realizados por Silva (2019), foi feito um o agrupamento hierárquico e um não-hierárquico em sequência, utilizando o *software* MINITAB versão 18.1.0. A análise hierárquica realizada teve como maior similaridade, a combinação entre o método ligação Centroeide e a medida de distância Euclidiana ao quadrado, dentre os 4 métodos e as 3 medidas de distância disponíveis no *software*.

Os cálculos, valores e etapas seguidas para realização do agrupamento, conforme trabalho de Silva (2019), encontram-se detalhados no Anexo A. A lista e resultado de cada agrupamento se encontra nas Tabelas 5, 6, 7, 8 e 9, correspondendo respectivamente aos *Clusters* 1, 2, 3, 4 e 5.

Tabela 5 – Municípios agrupados no *Cluster* 1 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS		
Angra dos Reis	Italva	Quissamã
Bom Jesus do Itabapoana	Itaocara	Rio Bonito
Campos dos Goytacazes	Japeri	Rio das Ostras
Cantagalo	Magé	Santo Antônio de Pádua
Carapebus	Mendes	São Fidélis
Carmo	Miguel Pereira	São Pedro da Aldeia
Casimiro de Abreu	Natividade	Seropédica
Conceição de Macabu	Nova Friburgo	Teresópolis
Engenheiro Paulo de Frontin	Piraí	Valença
Itaboraí	Porciúncula	Vassouras
Itaguaí		

Tabela 6 – Municípios agrupados no *Cluster* 2 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS		
Aperibé	Mesquita	Queimados
Barra do Piraí	Miracema	Resende
Barra Mansa	Nilópolis	São Gonçalo
Belford Roxo	Nova Iguaçu	São João de Meriti
Comendador Levy Gasparian	Paracambi	Três Rios
Cordeiro	Paraíba do Sul	Volta Redonda
Duque de Caxias	Petrópolis	
Itaperuna	Pinheiral	
Itatiaia	Porto Real	
Macuco	Quatis	

Tabela 7 – Municípios agrupados no *Cluster 3* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS
Mangaratiba
São Sebastião do Alto
Saquarema
Trajano de Moraes

Tabela 8 – Municípios agrupados no *Cluster 4* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	
Areal	Rio Claro
Bom Jardim	Rio das Flores
Cachoeiras de Macacu	Santa Maria Madalena
Cambuci	São José de Ubá
Cardoso Moreira	São José do Vale do Rio Preto
Duas Barras	Sapucaia
Guapimirim	Silva Jardim
Laje do Muriaé	Tanguá
Paraty	Varre-Sai
Paty do Alferes	

Tabela 9 – Municípios agrupados no *Cluster 5* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS
Araruama
Armação dos Búzios
Arraial do Cabo
Cabo Frio
Iguaba Grande
Maricá

4.1.5. Estudo Exploratório dos *Clusters*

Silva (2019) destaca algumas análises em relação à divisão dos municípios em cinco grupos. A primeira análise, refere-se a uma síntese dos valores médios por *Cluster*

conforme a Tabela 10, sendo possível visualizar o panorama geral através da faixa de classificação dos índices listados na Tabela 11.

Tabela 10 - Índices médios por *Cluster* (SILVA, 2019)

<i>Cluster</i>	N	População	Renda	Longevidade	Educação	IA	IDHM+S	IDHM
1	31	79207,16	0,709	0,817	0,634	0,753	0,725	0,716
2	26	207776,31	0,706	0,818	0,648	0,868	0,755	0,721
3	4	32468,50	0,692	0,813	0,595	0,509	0,641	0,694
4	19	20783,68	0,674	0,806	0,558	0,676	0,672	0,671
5	6	83970,33	0,739	0,833	0,659	0,595	0,700	0,740
Estado		103327,81	0,702	0,816	0,621	0,748	0,717	0,708

Tabela 11 - Faixa de classificação dos índices (SILVA, 2019)

Faixa	Classificação
< 0,550	Muito Baixo
0,550 - 0,699	Médio
0,700 - 0,799	Alto
> 0,800	Muito Alto

Destaca-se a classificação “Muito Alto” para o índice de Longevidade em todos os *Clusters* agrupados, assim como a classificação “Médio” também em todos os *Clusters*, em referência ao índice de Educação. Além da análise numérica dos índices médios, é possível observar a distribuição geográfica dos *Clusters* conforme a Figura 7.

Em análise da Figura 7, é possível ressaltar a dispersão que os agrupamentos obtiveram dentro do estado do Rio de Janeiro. Apesar do agrupamento dos *Cluster* 1, 2 e 4 possuírem maiores proximidades geográficas entre eles, ocorre devido ao fato dos mesmos terem uma grande quantidade de observações em cada um deles, em comparação aos demais agrupamentos (3 e 5).

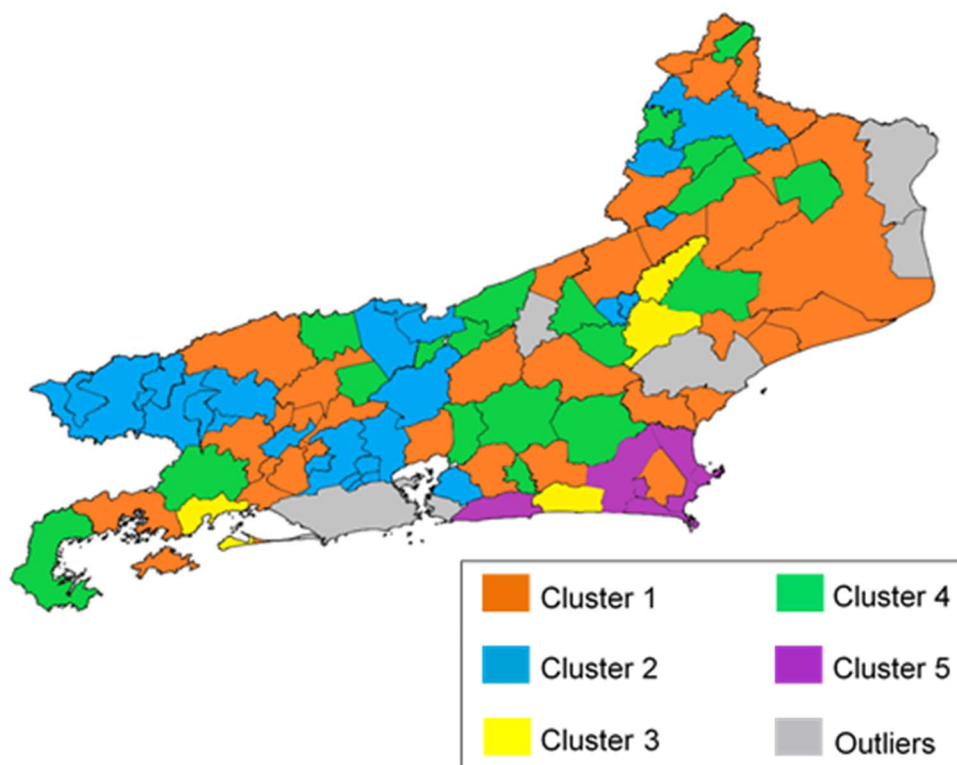


Figura 7 - Mapa do estado do Rio de Janeiro dividido pelos 5 *Clusters* (SILVA, 2019)

Ainda em relação à análise da divisão dos agrupamentos, além do panorama geral já retratado, podem ser ressaltadas as principais conclusões qualitativas e quantitativas de cada *Cluster*. A seguir está apresentada a breve descrição da análise realizada por Silva (2019) para cada *Cluster*:

- i. *Cluster 1*: Possui a terceira maior população média e número de municípios em um único grupo (31), com todos os índices acima da média. O maior índice é o de Longevidade, enquanto o menor é o índice de Educação. Em questão geográfica, a maioria dos municípios são do interior do estado e consideradas médias, sendo exceção o município de Campos dos Goytacazes, o qual tem grande relevância no cenário econômico da sua região.
- ii. *Cluster 2*: Possui o segundo maior agrupamento de municípios (26), porém é o *Cluster* com a maior população média, relacionado ao fato das cidades médias da baixada fluminense, que possuem as maiores

populações se encontram neste *Cluster*. Diferente dos demais *Clusters*, o maior índice é o Ambiental, que possui a classificação “Muito Alto”, enquanto o menor índice também é o da Educação. Geograficamente, os municípios estão próximos entre si, destacando aqueles que se localizam ao sul da região da baixada fluminense.

- iii. *Cluster 3*: Agrupamento com a menor quantidade de municípios (apenas 4). O *Cluster* possui todos os índices abaixo da média do estado, sendo o ponto mais negativo o índice Ambiental com a classificação “Muito Baixo” (o único com esta classificação). Os municípios que compõem o *Cluster* são divididos entre municípios litorâneos (Mangaratiba e Saquarema) e do interior, sendo esses limítrofes entre si (São Sebastião do Alto e Trajano de Moraes).
- iv. *Cluster 4*: É formado por 19 municípios, onde em geral, cada um possui uma baixa população e valores pequenos de cada índice do IDHM+S, resultando o *Cluster* ter a menor população média e todos os índices abaixo da média. O maior índice é a Longevidade que possui a classificação “Muito Alto”, mas mesmo assim o *Cluster* é o último no ranqueamento entre os demais. Geograficamente, houve uma diversificação da localização dos municípios, sendo destacado que apenas 1 é da região litorânea.
- v. *Cluster 5*: É composto por 6 municípios que possuem características similares por estarem geograficamente próximos. 5 são litorâneos, porém todos possuem como grande atividade o turismo. Este *Cluster* possui o melhor ranqueamento em todos os índices em relação aos demais *Clusters*, com exceção ao índice Ambiental, que possui o valor discrepante sendo o segundo pior em comparação com o mesmo índice dos outros grupos. Além disso, apesar de ser o menor índice de Educação do estado, o mesmo possui a classificação “Média”, demonstrando o baixo valor do mesmo em todo o estado.

4.2. APLICAÇÃO DO DEA

4.2.1. Desenvolvimento do Modelo DEA

A Análise Envoltória dos Dados de IDHM+S dos municípios do estado do Rio de Janeiro se iniciou com a definição do modelo para o cálculo das eficiências. Conforme já descrito no capítulo 3 deste trabalho (Metodologia), o modelo utilizado foi o retorno variável de escala (VRS) desenvolvido por Banker, Charnes e Cooper (1984). O motivo pela utilização do modelo VRS se dá pelo fato de mesmo calcular e identificar a correta utilização dos recursos à escala de operação da DMU, conhecido como eficiência técnica.

A eficiência técnica relacionada ao modelo VRS, considera que uma variação no *input* promove uma variação no *output*, porém não necessariamente proporcional, podendo ser um acréscimo ou decréscimo. Esta consideração permite a análise dos resultados calculados de forma que seja alcançado a melhor eficiência possível para cada DMU, sendo evitados compensações e variações proporcionais que ocorrem no modelo CRS.

Além do tipo de retorno definido, foi seguido a premissa de aplicação DEA para o IDH descrito por Despostis (2004), onde os índices que compõe o cálculo do IDH são considerados os valores de saída do modelo, e o valor de entrada é caracterizado por um conjunto *dummy*, com valor igual a 1. Foram descritos os problemas de programação lineares (PPLs) referente aos modelos VRS sobre a ótica dos Multiplicadores e o seu modelo dual, sobre a ótica dos Envelopes, para ambos os sentidos (*input* e *output*), tendo como objetivo a aplicação de ambos para análise do resultado.

Para a Equação 15, tem-se o modelo VRS/M/I, onde em cada cenário se possui a quantidade n de DMUs, com o objetivo de maximizar a eficiência (Eff_0) para a determinada DMU₀. O cálculo da eficiência é composta pelo soma do produto de cada *output* e seu peso para a DMU₀, que são respectivamente o índice de renda (IR_0 e u_{IR}), o índice de longevidade (IL_0 e u_{IL}), o índice de educação (IE_0 e u_{IE}) e o índice ambiental (IA_0 e u_{IA}), além da adição do peso de convexidade u_* . A maximização da eficiência da DMU₀ está sujeita as restrições do produto entre seu *input dummy* (D_0) e o peso do mesmo (v_D) ser igual a 1, e a influência de cada DMU_k, com seus respectivos *input* (D_k)

e *outputs* (IR_k , IL_k , IE_k e IA_k), infere na DMU_0 . Por fim, os pesos do modelo ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) são restritos a valores maiores ou igual a 0, e o peso de convexidade u_* pertence ao conjunto dos números reais.

Equação 15 – Modelo VRS/M/I para a base de cálculo de IDHM+S

$$\begin{aligned} Max\ Eff_0 &= u_{IR}IR_0 + u_{IL}IL_0 + u_{IE}IE_0 + u_{IA}IA_0 + u_* \\ \text{sujeito a} & \end{aligned} \quad (\text{Eq. 15})$$

$$\begin{aligned} v_D D_0 &= 1 \\ -v_D D_k + u_{IR}IR_k + u_{IL}IL_k + u_{IE}IE_k + u_{IA}IA_k + u_* &\leq 0, \forall k \\ v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} &\geq 0 \\ u_* &\in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Para a Equação 16, tem-se o modelo envelope, onde em cada cenário se possui a quantidade n de DMUs, o objetivo foi minimizar o valor h_0 , inversamente proporcional ao valor da eficiência (Eff_0), para determinada DMU_0 . A minimização do valor h_0 está sujeita as restrições: (i) diferença entre o produto entre seu *input dummy* (D_0) e o próprio valor h_0 menos o somatório do produto entre o *input dummy* e o valor de *benchmarking* da DMU_k (D_k e λ_k , respectivamente) ser maior ou igual a 0, além (ii) da diferença entre o somatório do produto do valor de *output* e o valor de *benchmarking* da DMU_k menos o valor de *output* da DMU_0 ser maior ou igual a 0, para cada valor de saída do modelo (IR , IL , IE e IA). Por fim, (iii) o somatório entre os valores de *benchmarking* λ_k deve-se ser igual a 1, onde (iv) o valor de cada um é maior ou igual a 0.

Equação 16 – Modelo VRS/E/I para a base de cálculo de IDHM+S

$$\begin{aligned} Min\ h_0 \\ \text{sujeito a} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 16})$$

$$\begin{aligned} h_0 D_0 - \sum_{k=1}^n D_k \lambda_k &\geq 0 \\ -IR_0 + \sum_{k=1}^n IR_k \lambda_k &\geq 0 \\ -IL_0 + \sum_{k=1}^n IL_k \lambda_k &\geq 0 \end{aligned}$$

$$-IE_0 + \sum_{k=1}^n IE_k \lambda_k \geq 0$$

$$-IA_0 + \sum_{k=1}^n IA_k \lambda_k \geq 0$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k$$

Para a Equação 17, tem-se o modelo VRS/M/O, onde em cada cenário se possui a quantidade n de DMUs, com o objetivo de minimizar a eficiência (Eff_0) para a determinada DMU₀. O cálculo da eficiência é composta pelo soma entre o produto do *input dummy* (D_0) e seu peso (v_D) mais o peso de convexidade v_* . A minimização da eficiência da DMU₀ está sujeita as restrições da soma dos produtos cada *output* e seu peso para a DMU₀, que são respectivamente o índice de renda (IR_0 e u_{IR}), o índice de longevidade (IL_0 e u_{IL}), o índice de educação (IE_0 e u_{IE}) e o índice ambiental (IA_0 e u_{IA}), ser igual a 1, além da influência e restrição que cada DMU_k, dom seus respectivos *input* (D_k) e *outputs* (IR_k, IL_k, IE_k e IA_k), infere na DMU₀. Por fim, os pesos do modelo ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) são restritos a valores maiores ou igual a 0, e o peso de convexidade v_* pertence ao conjunto dos números reais.

Equação 17 – Modelo VRS/M/O para a base de cálculo de IDHM+S

$$\text{Min } Eff_0 = v_d D_0 + v_*$$

sujeito a

(Eq. 17)

$$u_{IR} IR_0 + u_{IL} IL_0 + u_{IE} IE_0 + u_{IA} IA_0 = 1$$

$$-v_D D_k + u_{IR} IR_k + u_{IL} IL_k + u_{IE} IE_k + u_{IA} IA_k - v_* \leq 0, \forall k$$

$$v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq 0$$

$$v_* \in \mathbb{R}$$

Para a Equação 18, tem-se o modelo envelope, onde em cada cenário se possui a quantidade n de DMUs, o objetivo foi maximizar o valor h_0 , inversamente proporcional ao valor da eficiência (Eff_0), para determinada DMU₀. A maximização do valor h_0 está sujeita as restrições da diferença do seu *input dummy* (D_0) menos o somatório do produto entre o *input dummy* e o valor de *benchmarking* da DMU_k (D_k e λ_k ,

respectivamente) ser maior ou igual a 0, além da restrição da diferença entre o somatório do produto do valor de *output* e o valor de *benchmarking* da DMU_k menos o valor do produto entre o *output* da DMU₀ e o próprio valor h₀, ser maior ou igual a 0, para cada valor de saída do modelo (IR, IL, IE e IA). Por fim, o somatório entre os valores de *benchmarking* λ_k deve-se ser igual a 1, onde o valor de cada um é maior ou igual a 0.

Equação 18 – Modelo VRS/E/O para a base de cálculo de IDHM+S

Max h₀

sujeito a

(Eq. 18)

$$\begin{aligned}
 D_0 - \sum_{k=1}^n D_k \lambda_k &\geq 0 \\
 -h_0 IR_0 + \sum_{k=1}^n IR_k \lambda_k &\geq 0 \\
 -h_0 IL_0 + \sum_{k=1}^n IL_k \lambda_k &\geq 0 \\
 -h_0 IE_0 + \sum_{k=1}^n IE_k \lambda_k &\geq 0 \\
 -h_0 IA_0 + \sum_{k=1}^n IA_k \lambda_k &\geq 0 \\
 \sum_{k=1}^n \lambda_k &= 1 \\
 \lambda_k &\geq 0, \forall k
 \end{aligned}$$

A partir dos resultados e valores de projeções de cada índice que cada município deve ter como objetivo, é possível realizar um novo cálculo do IDHM+S. Este novo valor após aplicação do DEA, que será determinado como “IDHM+S DEA”, tem como finalidade apresentar qual é o valor alcançável para cada município, para que o mesmo possa ter o desenvolvimento humano sustentável eficiente.

Antes da aplicação e análise do método DEA em cada grupo, foi calculado o número mínimo de DMUs, o qual deve-se prevalecer o maior valor entre os seguintes cálculos: (i) a quantidade de *inputs* multiplicada pela de *outputs* ou (ii) o triplo da soma

da quantidade de *inputs* com a de *outputs*. Vale ressaltar que esta fórmula é uma determinação empírica (COOPER *et al.*, 2000, p. 284 *apud* MARIANO, 2012), tendo como objetivo, indicar a quantidade de DMUs necessárias para uma análise assertiva e próxima a realidade da eficiência DEA.

Para todos cenários descritos nos tópicos abaixo, os agrupamentos possuem 1 *input* (*Dummy*) e 4 *outputs* (Renda, Longevidade, Educação e Índice Ambiental). Desta forma, aplicação da fórmula empírica determina a quantidade mínima de 15 DMUs, sendo este o maior valor entre os cálculos listados abaixo:

- i. $1 \times 4 = 4$ (Quantidade *inputs* x Quantidade de *outputs*);
- ii. $3 \times (1+4) = 15$ (Triplo da soma entre a Quantidade *inputs* x Quantidade de *outputs*).

4.2.2. Cálculo das Saídas dos Modelos

Conforme detalhado na parte de Metodologia, foi aplicado o método DEA nos cenários descritos abaixo, sendo calculados os valores de eficiência de cada DMU (Eff_0) e dos pesos de cada variável ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}). Além dos valores calculados, foi realizado a análise e listado as DMUs eficientes e suas referências para aqueles não-eficientes, assim como os valores de *benchmarking* dos mesmos (λ_k). Como já exposto anteriormente também no capítulo três deste trabalho, foi utilizado o *software* OSDEA-GUI para a aplicação do DEA e a realização dos seus referentes cálculos e resultados.

- Único Grupo

A quantidade de unidades de decisões (DMUs) no primeiro cenário foi de 86 (n=86), referente ao conjunto de todos os municípios do Estado do Rio de Janeiro, sendo retirados os seis municípios classificados como *outliers*. Pode-se concluir que neste cenário houve a quantidade maior que o número mínimo de DMUs necessárias (15) para aplicação do método DEA, indicando que a análise envoltório dos dados e das eficiências calculadas podem possuir fidelidade com a realidade.

A Equação 19 representa a aplicação do modelo VRS/M/O para a primeira unidade de decisão do conjunto (Angra dos Reis), que será determinado por DMU₁. A Equação 20 representa a aplicação do modelo VRS/E/O.

Equação 19 – Aplicação VRS/M/O para DMU₁ (Angra dos Reis)

$$\text{Min } Eff_1 = v_d 1 + v_*$$

sujeito a

(Eq. 19)

$$u_{IR}0,740 + u_{IL}0,846 + u_{IE}0,605 + u_{IA}0,773 = 1$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,670 + u_{IL}0,785 + u_{IE}0,631 + u_{IA}0,836 - v_* \leq 0 \text{ (Aperibé)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,714 + u_{IL}0,839 + u_{IE}0,617 + u_{IA}0,592 - v_* \leq 0 \text{ (Araruama)}$$

.

.

.

$$-v_D 1 + u_{IR}0,763 + u_{IL}0,833 + u_{IE}0,720 + u_{IA}0,927 - v_* \leq 0 \text{ (V. Redonda)}$$

$$v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq 0$$

$$v_* \in \mathbb{R}$$

Equação 20 – Aplicação VRS/E/O para DMU₁ (Angra dos Reis)

$$\text{Max } h_1$$

sujeito a

(Eq. 20)

$$1 - (1\lambda_2 + 1\lambda_3 + \dots + 1\lambda_{86}) \geq 0$$

$$-h_0 0,740 - (0,670\lambda_2 + 0,714\lambda_3 + \dots + 0,763\lambda_{86}) \geq 0 \text{ (Índice Renda)}$$

$$-h_0 0,846 - (0,785\lambda_2 + 0,839\lambda_3 + \dots + 0,833\lambda_{86}) \geq 0 \text{ (Índice Longevidade)}$$

$$-h_0 0,605 - (0,631\lambda_2 + 0,617\lambda_3 + \dots + 0,720\lambda_{86}) \geq 0 \text{ (Índice Educação)}$$

$$-h_0 0,773 - (0,836\lambda_2 + 0,592\lambda_3 + \dots + 0,927\lambda_{86}) \geq 0 \text{ (Índice Ambiental)}$$

$$\lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{86} \geq 0$$

$$\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{86} \geq 0$$

Inserindo os dados no *software* OSDEA-GUI, foram calculados os valores de eficiência (*Eff*), *benchmarking* (λ) e os pesos das variáveis ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) para cada DMU (Município). Os valores encontram-se listados respectivamente nas Tabelas 12, 13 e 14.

Tabela 12 – Valores de eficiência geral (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Eficiência (<i>Eff</i>)	DMU Eficiente?
Angra dos Reis	0,994	-
Aperibé	0,934	-
Araruama	0,982	-
Areal	0,963	-
Armação dos Búzios	0,965	-
Arraial do Cabo	0,957	-
Barra do Piraí	0,972	-
Barra Mansa	0,973	-
Belford Roxo	0,960	-
Bom Jardim	0,948	-
Bom Jesus do Itabapoana	0,968	-
Cabo Frio	0,978	-
Cachoeiras de Macacu	0,958	-
Cambuci	0,947	-
Campos dos Goytacazes	0,973	-
Cantagalo	0,966	-
Carapebus	0,950	-
Cardoso Moreira	0,915	-
Carmo	0,958	-
Casimiro de Abreu	0,955	-
Comendador Levy Gasparian	0,933	-
Conceição de Macabu	0,949	-
Cordeiro	0,980	-
Duas Barras	0,924	-
Duque de Caxias	0,990	-
Engenheiro Paulo de Frontin	0,965	-
Guapimirim	0,952	-
Iguaba Grande	0,998	-
Itaboraí	0,956	-
Itaguaí	0,962	-
Italva	0,932	-
Itaocara	0,962	-
Itaperuna	0,990	-
Itatiaia	0,988	-
Japeri	0,955	-
Laje do Muriaé	0,936	-
Macuco	0,954	-
Magé	0,976	-
Mangaratiba	0,989	-
Maricá	0,999	-
Mendes	0,972	-
Mesquita	1,000	SIM
Miguel Pereira	0,973	-
Miracema	0,958	-

Natividade	0,961	-
Nilópolis	1,000	SIM
Nova Friburgo	0,997	-
Nova Iguaçu	0,971	-
Paracambi	0,965	-
Paraíba do Sul	0,962	-
Paraty	0,985	-
Paty do Alferes	0,943	-
Petrópolis	1,000	SIM
Pinheiral	0,962	-
Piraí	0,950	-
Porciúncula	0,945	-
Porto Real	0,976	-
Quatis	0,956	-
Queimados	0,964	-
Quissamã	0,969	-
Resende	1,000	SIM
Rio Bonito	0,967	-
Rio Claro	0,937	-
Rio das Flores	0,965	-
Rio das Ostras	1,000	SIM
Santa Maria Madalena	0,932	-
Santo Antônio de Pádua	0,953	-
São Fidélis	0,927	-
São Gonçalo	0,991	-
São João de Meriti	1,000	SIM
São José de Ubá	0,938	-
São José do Vale do Rio Preto	0,943	-
São Pedro da Aldeia	0,939	-
São Sebastião do Alto	0,923	-
Sapucaia	0,942	-
Saquarema	0,941	-
Seropédica	0,946	-
Silva Jardim	0,927	-
Tanguá	0,934	-
Teresópolis	1,000	SIM
Trajano de Moraes	0,951	-
Três Rios	0,956	-
Valença	0,997	-
Varre-Sai	0,948	-
Vassouras	0,957	-
Volta Redonda	1,000	SIM

Tabela 13 – Valores de *benchmarking* geral (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Mesquita	Nilópolis	Petrópolis	Resende	Rio das Ostras	São João de Meriti	Teresópolis	Volta Redonda
Angra dos Reis	-	-	0,54	-	-	-	0,46	-
Aperibé	0,79	-	0,11	0,04	0,06	-	-	-
Araruama	-	-	-	-	0,28	-	0,72	-
Areal	-	-	-	-	-	-	1,00	-
Armação dos Búzios	-	-	-	-	0,80	-	0,20	-
Arraial do Cabo	-	-	-	-	0,40	-	-	0,60
Barra do Pirai	0,38	-	0,15	0,33	0,15	-	-	-
Barra Mansa	0,39	-	0,31	0,29	0,01	-	-	-
Belford Roxo	0,62	-	0,38	-	-	-	-	-
Bom Jardim	-	-	0,25	-	-	-	0,75	-
Bom Jesus do Itabapoana	0,44	-	0,02	0,05	0,49	-	-	-
Cabo Frio	-	-	-	-	0,58	-	0,42	-
Cachoeiras de Macacu	-	-	0,20	-	0,21	-	0,59	-
Cambuci	-	-	-	-	0,44	-	0,56	-
Campos dos Goytacazes	-	-	0,20	-	0,29	-	0,51	-
Cantagalo	-	-	0,54	-	0,14	-	0,32	-
Carapebus	0,36	-	0,14	-	0,50	-	-	-
Cardoso Moreira	-	-	-	-	-	-	1,00	-
Carmo	-	-	0,80	-	0,03	-	0,17	-
Casimiro de Abreu	0,09	-	0,33	0,05	0,54	-	-	-
Comendador Levy Gasparian	0,65	-	0,28	0,06	-	-	-	-
Conceição de Macabu	0,20	-	0,20	-	0,60	-	-	-
Cordeiro	0,41	-	0,47	0,09	0,03	-	-	-
Duas Barras	-	-	-	-	-	-	1,00	-
Duque de Caxias	0,66	-	0,34	-	-	-	-	-
Engenheiro Paulo de Frontin	-	-	-	-	0,04	-	-	0,96
Guapimirim	-	-	0,22	-	0,26	-	0,52	-
Iguaba Grande	-	-	-	-	0,47	-	-	0,53
Itaboraí	-	-	0,62	-	-	-	0,38	-
Itaguaí	0,32	-	0,45	-	0,24	-	-	-
Italva	-	-	0,63	-	0,14	-	0,22	-
Itaocara	-	-	0,29	-	0,53	-	0,17	-
Itaperuna	0,31	-	0,61	-	0,09	-	-	-
Itatiaia	0,28	-	0,52	-	0,20	-	-	-
Japeri	0,03	-	0,97	-	-	-	-	-
Laje do Muriaé	-	-	0,03	-	0,10	-	0,87	-
Macuco	0,72	-	0,10	0,18	-	-	-	-
Magé	-	-	0,32	-	0,30	-	0,38	-
Mangaratiba	-	-	-	-	0,93	-	0,07	-
Maricá	-	-	-	-	0,87	-	-	0,13
Mendes	-	-	-	-	-	-	-	1,00
Mesquita	1,00	-	-	-	-	-	-	-
Miguel Pereira	-	-	-	-	0,85	-	-	0,15

Tabela 14 – Valores dos pesos geral (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	<i>Dummy</i> (v_D)	Renda (u_{IR})	Longevidade (u_{IL})	Educação (u_{IE})	IA (u_{IA})
Angra dos Reis	1,006	0,000	1,114	0,000	0,075
Aperibé	1,071	0,008	1,133	0,054	0,086
Araruama	1,019	0,000	1,182	0,014	0,000
Areal	1,039	0,000	1,215	0,000	0,000
Armação dos Búzios	1,037	0,037	1,180	0,000	0,000
Arraial do Cabo	1,045	0,000	0,791	0,536	0,000
Barra do Piraí	1,029	0,008	1,088	0,052	0,082
Barra Mansa	1,028	0,008	1,087	0,052	0,082
Belford Roxo	1,042	0,000	1,128	0,000	0,104
Bom Jardim	1,054	0,000	1,168	0,000	0,078
Bom Jesus do Itabapoana	1,034	0,008	1,093	0,052	0,083
Cabo Frio	1,022	0,000	1,185	0,014	0,000
Cachoeiras de Macacu	1,044	0,000	1,148	0,020	0,072
Cambuci	1,056	0,000	1,225	0,015	0,000
Campos dos Goytacazes	1,028	0,000	1,130	0,019	0,070
Cantagalo	1,035	0,000	1,137	0,019	0,071
Carapebus	1,053	0,000	1,126	0,049	0,082
Cardoso Moreira	1,093	0,000	1,279	0,000	0,000
Carmo	1,044	0,000	1,147	0,020	0,072
Casimiro de Abreu	1,048	0,008	1,108	0,053	0,084
Comendador Levy Gasparian	1,072	0,060	1,074	0,000	0,140
Conceição de Macabu	1,054	0,000	1,127	0,049	0,082
Cordeiro	1,021	0,008	1,079	0,051	0,082
Duas Barras	1,082	0,000	1,266	0,000	0,000
Duque de Caxias	1,010	0,000	1,094	0,000	0,101
Engenheiro Paulo de Frontin	1,036	0,000	0,784	0,531	0,000
Guapimirim	1,050	0,000	1,155	0,020	0,072
Iguaba Grande	1,002	0,000	0,759	0,514	0,000
Itaboraí	1,046	0,000	1,158	0,000	0,078
Itaguaí	1,039	0,000	1,112	0,048	0,081
Italva	1,073	0,000	1,179	0,020	0,074
Itaocara	1,039	0,000	1,142	0,020	0,071
Itaperuna	1,010	0,000	1,080	0,047	0,078
Itatiaia	1,012	0,000	1,083	0,047	0,079
Japeri	1,047	0,000	1,133	0,000	0,104
Laje do Muriaé	1,068	0,000	1,174	0,020	0,073
Macuco	1,048	0,059	1,051	0,000	0,137
Magé	1,024	0,000	1,126	0,019	0,070
Mangaratiba	1,011	0,000	1,172	0,014	0,000
Maricá	1,001	0,000	0,758	0,514	0,000
Mendes	1,029	0,000	0,000	1,429	0,000
Mesquita	1,000	0,000	1,083	0,000	0,100
Miguel Pereira	1,028	0,000	0,778	0,527	0,000

Miracema	1,043	0,059	1,046	0,000	0,136
Natividade	1,041	0,000	0,788	0,534	0,000
Nilópolis	1,000	0,000	0,000	0,000	1,062
Nova Friburgo	1,003	0,000	1,102	0,019	0,069
Nova Iguaçu	1,029	0,000	1,115	0,000	0,103
Paracambi	1,036	0,000	1,094	0,065	0,080
Paraíba do Sul	1,039	0,000	1,125	0,000	0,103
Paraty	1,015	0,000	1,188	0,000	0,000
Paty do Alferes	1,061	0,000	1,241	0,000	0,000
Petrópolis	1,000	0,000	1,108	0,000	0,074
Pinheiral	1,039	0,016	0,745	0,000	0,438
Piraí	1,053	0,008	1,114	0,053	0,084
Porciúncula	1,059	0,000	1,164	0,020	0,073
Porto Real	1,025	0,016	0,735	0,000	0,432
Quatis	1,047	0,000	1,133	0,000	0,104
Queimados	1,038	0,000	1,123	0,000	0,103
Quissamã	1,032	0,000	1,143	0,000	0,077
Resende	1,000	0,008	1,057	0,050	0,080
Rio Bonito	1,034	0,000	1,119	0,000	0,103
Rio Claro	1,067	0,000	1,182	0,000	0,079
Rio das Flores	1,036	0,000	1,147	0,000	0,077
Rio das Ostras	1,000	1,175	0,000	0,000	0,112
Santa Maria Madalena	1,073	0,000	1,255	0,000	0,000
Santo Antônio de Pádua	1,049	0,008	1,109	0,053	0,084
São Fidélis	1,079	0,000	1,154	0,050	0,084
São Gonçalo	1,009	0,000	1,066	0,063	0,078
São João de Meriti	1,000	0,000	0,438	0,000	0,682
São José de Ubá	1,067	0,000	1,181	0,000	0,079
São José do Vale do Rio Preto	1,061	0,000	1,241	0,000	0,000
São Pedro da Aldeia	1,065	0,000	1,170	0,020	0,073
São Sebastião do Alto	1,084	0,000	1,267	0,000	0,000
Sapucaia	1,061	0,000	1,175	0,000	0,079
Saquarema	1,063	0,000	1,232	0,015	0,000
Seropédica	1,057	0,000	1,130	0,049	0,082
Silva Jardim	1,078	0,000	1,261	0,000	0,000
Tanguá	1,071	0,000	1,186	0,000	0,080
Teresópolis	1,000	0,000	1,108	0,000	0,074
Trajano de Moraes	1,052	0,000	1,230	0,000	0,000
Três Rios	1,046	0,076	0,988	0,000	0,177
Valença	1,003	0,000	1,072	0,046	0,078
Varre-Sai	1,054	0,000	1,168	0,000	0,079
Vassouras	1,044	0,000	1,148	0,020	0,072
Volta Redonda	1,000	1,175	0,000	0,000	0,112

Além da aplicação do DEA com a orientação a *output*, também foi aplicado a orientação a *input*, afim de ser realizado a comparação entre os valores obtidos e analisar quais dos resultados possuem maior semelhança com a realidade. A Equação 21 representa a aplicação do modelo VRS/M/O para a primeira unidade de decisão do conjunto (Angra dos Reis), que será determinado por DMU₁

Equação 21 – Aplicação VRS/M/I para DMU₁ (Angra dos Reis)

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Eff_1 &= u_{IR}0,740 + u_{IL}0,846 + u_{IE}0,605 + u_{IA}0,773 + u_* \\
 \text{sujeito a} & \hspace{15em} (\text{Eq. 21}) \\
 v_D 1 &= 1 \\
 -v_D 1 + u_{IR}0,670 + u_{IL}0,785 + u_{IE}0,631 + u_{IA}0,836 - v_* &\leq 0 \text{ (Aperibé)} \\
 -v_D 1 + u_{IR}0,714 + u_{IL}0,839 + u_{IE}0,617 + u_{IA}0,592 - v_* &\leq 0 \text{ (Araruama)} \\
 \cdot & \\
 \cdot & \\
 \cdot & \\
 -v_D 1 + u_{IR}0,763 + u_{IL}0,833 + u_{IE}0,720 + u_{IA}0,927 - v_* &\leq 0 \text{ (V. Redonda)} \\
 v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} &\geq 0 \\
 u_* &\in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

Entretanto, a aplicação VRS/M/I não se mostrou eficaz, uma vez que os valores calculados para os pesos foram todos zeros, como é possível notar na Tabela 15 dos resultados dos pesos obtidos para a DMU de Angra dos Reis. A falta de eficácia deste método é justificado pela limitação matemática, devido ao fato que os valores calculados para os pesos, $v_D = 1$ e u_{IR}, u_{IL}, u_{IE} e $u_{IA} = 0$, atenderem a todas as restrições definidas na Equação 21.

Tabela 15 – Valores dos pesos VRS/M/I geral (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Dummy (v_D)	Renda (u_{IR})	Longevidade (u_{IL})	Educação (u_{IE})	IA (u_{IA})
Angra dos Reis	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Este problema poderia ser contornado caso fosse possível adicionar uma restrição de valor infinitesimal aos pesos ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq \varepsilon$), fazendo com que

os mesmos não aceitassem o valor 0 como eficiente. Contudo, não é possível adicionar esta restrição no *software* OSDEA-GUI utilizado. Desta forma, avaliada a ineficácia da aplicação no sentido *input* (VRS/M/I e VRS/E/I), não foram realizados os cálculos para os demais *Clusters*, uma vez que, devido a limitação matemática do *software*, os resultados seriam idênticos aos obtidos na Tabela 15. Isto posto, a análise de cada *Cluster* descritos abaixo foi realizada apenas com a aplicação no sentido *output* (VRS/M/O e VRS/E/O).

- *Cluster 1*

A quantidade de unidades de decisões (DMUs) no segundo cenário foi de 31 (n=31), referente ao *Cluster 1* dos municípios do Estado do Rio de Janeiro. Pode-se concluir que neste cenário houve a quantidade maior que o número mínimo de DMUs necessárias (15) para aplicação do método DEA, indicando que a análise envoltório dos dados e das eficiências calculadas podem possuir fidelidade com a realidade.

A Equação 22 representa a aplicação do modelo VRS/M/O para a primeira unidade de decisão do conjunto (Angra dos Reis), que será determinado por DMU₁, enquanto a Equação 23 é referente a aplicação VRS/E/O.

Equação 22 – Aplicação VRS/M/O para DMU₁ *Cluster 1* (Angra dos Reis)

$$\text{Min } Eff_1 = v_d 1 + v_*$$

sujeito a

(Eq. 22)

$$\begin{aligned}
 &u_{IR}0,740 + u_{IL}0,846 + u_{IE}0,605 + u_{IA}0,773 = 1 \\
 &-v_D 1 + u_{IR}0,723 + u_{IL}0,819 + u_{IE}0,662 + u_{IA}0,786 - v_* \leq 0 \text{ (B.J.Itabapoana)} \\
 &-v_D 1 + u_{IR}0,715 + u_{IL}0,830 + u_{IE}0,619 + u_{IA}0,715 - v_* \leq 0 \text{ (Campos)} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &-v_D 1 + u_{IR}0,719 + u_{IL}0,813 + u_{IE}0,624 + u_{IA}0,761 - v_* \leq 0 \text{ (Vassouras)} \\
 &v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq 0 \\
 &v_* \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

Equação 23– Aplicação VRS/E/O para DMU₁ *Cluster 1* (Angra dos Reis)

$$\text{Max } h_1$$

sujeito a

(Eq. 23)

$$1 - (1\lambda_2 + 1\lambda_3 + \dots + 1\lambda_{31}) \geq 0$$

$$- h_0 0,740 - (0,723\lambda_2 + 0,715\lambda_3 + \dots + 0,719\lambda_{31}) \geq 0 \text{ (Índice Renda)}$$

$$- h_0 0,846 - (0,819\lambda_2 + 0,830\lambda_3 + \dots + 0,813\lambda_{31}) \geq 0 \text{ (Índice Longevidade)}$$

$$- h_0 0,605 - (0,662\lambda_2 + 0,619\lambda_3 + \dots + 0,624\lambda_{31}) \geq 0 \text{ (Índice Educação)}$$

$$- h_0 0,773 - (0,786\lambda_2 + 0,715\lambda_3 + \dots + 0,761\lambda_{31}) \geq 0 \text{ (Índice Ambiental)}$$

$$\lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{31} \geq 0$$

$$\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{31} \geq 0$$

Inserindo os dados no *software* OSDEA-GUI, foram calculados os valores de eficiência (*Eff*), *benchmarking* (λ) e os pesos das variáveis ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) para cada DMU (Município). Os valores encontram-se listados respectivamente nas Tabelas 16, 17 e 18.

Tabela 16 – Valores de eficiência *Cluster* 1 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Eficiência (<i>Eff</i>)	DMU Eficiente?
Angra dos Reis	0,996	-
Bom Jesus do Itabapoana	0,994	-
Campos dos Goytacazes	0,974	-
Cantagalo	0,968	-
Carapebus	0,968	-
Carmo	0,961	-
Casimiro de Abreu	0,964	-
Conceição de Macabu	0,958	-
Engenheiro Paulo de Frontin	0,993	-
Itaboraí	0,959	-
Itaguaí	0,988	-
Italva	0,934	-
Itaocara	0,963	-
Japeri	0,985	-
Magé	0,977	-
Mendes	1,000	SIM
Miguel Pereira	0,977	-
Natividade	1,000	SIM
Nova Friburgo	1,000	SIM
Piraí	0,989	-
Porciúncula	0,947	-
Quissamã	0,987	-
Rio Bonito	1,000	SIM
Rio das Ostras	1,000	SIM
Santo Antônio de Pádua	0,987	-

São Fidélis	0,931	-
São Pedro da Aldeia	0,940	-
Seropédica	0,956	-
Teresópolis	1,000	SIM
Valença	1,000	SIM
Vassouras	0,960	-

Tabela 17 – Valores de *benchmarking Cluster 1* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Mendes	Natividade	Nova Friburgo	Rio Bonito	Rio das Ostras	Teresópolis	Valença
Angra dos Reis	-	-	0,661	-	-	0,339	-
Bom Jesus do Itabapoana	-	0,551	0,445	-	-	-	0,004
Campos dos Goytacazes	-	-	0,244	-	0,251	0,505	-
Cantagalo	-	-	0,652	-	0,037	0,310	-
Carapebus	-	0,372	0,332	-	-	-	0,296
Carmo	-	-	0,975	-	-	0,025	-
Casimiro de Abreu	-	0,125	0,514	-	0,362	-	-
Conceição de Macabu	-	0,179	0,123	-	0,155	-	0,543
Engenheiro Paulo de Frontin	0,902	-	-	-	0,098	-	-
Itaboraí	-	-	0,764	-	-	0,236	-
Itaguaí	-	0,016	0,984	-	-	-	-
Italva	-	-	0,769	-	0,016	0,215	-
Itaocara	-	-	0,355	-	0,477	0,168	-
Japeri	-	-	0,078	0,922	-	-	-
Magé	-	-	0,386	-	0,239	0,375	-
Mendes	1,000	-	-	-	-	-	-
Miguel Pereira	0,144	-	-	-	0,856	-	-
Natividade	-	1,000	-	-	-	-	-
Nova Friburgo	-	-	1,000	-	-	-	-
Piraí	-	-	0,316	0,684	-	-	-
Porciúncula	-	-	0,868	-	0,005	0,127	-
Quissamã	-	-	0,475	0,525	-	-	-
Rio Bonito	-	-	-	1,000	-	-	-
Rio das Ostras	-	-	-	-	1,000	-	-
Santo Antônio de Pádua	-	0,306	0,694	-	-	-	-
São Fidélis	-	0,043	0,505	-	0,002	-	0,449
São Pedro da Aldeia	-	-	0,235	-	0,615	0,150	-
Seropédica	0,175	-	-	-	0,261	-	0,564
Teresópolis	-	-	-	-	-	1,000	-
Valença	-	-	-	-	-	-	1,000
Vassouras	-	-	0,852	-	0,133	0,015	-

Tabela 18 – Valores dos pesos *Cluster 1* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	<i>Dummy</i> (v_D)	Renda (u_{IR})	Longevidade (u_{IL})	Educação (u_{IE})	IA (u_{IA})
Angra dos Reis	1,004	0,000	1,088	0,000	0,103
Bom Jesus do Itabapoana	1,006	0,000	0,328	0,655	0,379
Campos dos Goytacazes	1,027	0,000	1,106	0,021	0,096
Cantagalo	1,033	0,000	1,113	0,021	0,096
Carapebus	1,033	0,000	0,337	0,672	0,389
Carmo	1,041	0,000	1,128	0,000	0,107
Casimiro de Abreu	1,037	0,310	0,000	0,742	0,399
Conceição de Macabu	1,044	0,053	0,331	0,696	0,340
Engenheiro Paulo de Frontin	1,007	0,000	0,261	1,138	0,000
Itaboraí	1,043	0,000	1,131	0,000	0,107
Itaguaí	1,012	0,000	0,000	0,619	0,758
Italva	1,071	0,000	1,153	0,022	0,100
Itaocara	1,038	0,000	1,118	0,021	0,097
Japeri	1,015	0,000	0,045	0,000	1,209
Magé	1,023	0,000	1,102	0,021	0,096
Mendes	1,000	0,000	0,000	1,429	0,000
Miguel Pereira	1,023	0,000	0,265	1,156	0,000
Natividade	1,000	0,000	0,000	0,611	0,750
Nova Friburgo	1,000	1,037	0,000	0,000	0,264
Piraí	1,011	0,023	0,000	0,000	1,229
Porciúncula	1,056	0,000	1,138	0,022	0,099
Quissamã	1,013	0,000	0,045	0,000	1,207
Rio Bonito	1,000	0,000	0,000	0,000	1,236
Rio das Ostras	1,000	1,276	0,000	0,000	0,000
Santo Antônio de Pádua	1,013	0,000	0,000	0,620	0,760
São Fidélis	1,074	0,054	0,341	0,717	0,350
São Pedro da Aldeia	1,064	0,000	1,146	0,022	0,099
Seropédica	1,046	0,000	0,382	0,737	0,301
Teresópolis	1,000	0,000	1,170	0,000	0,000
Valença	1,000	0,000	0,365	0,704	0,287
Vassouras	1,042	0,000	1,122	0,021	0,097

As análises de resultados dos valores calculados para este e os demais agrupamentos, se encontram no tópico 4.3 deste capítulo.

- *Cluster 2*

A quantidade de unidades de decisões (DMUs) no terceiro cenário foi de 26 (n=26), referente ao *Cluster 2* dos municípios do Estado do Rio de Janeiro. Pode-se concluir que neste cenário houve a quantidade maior que o número mínimo de DMUs

necessárias (15) para aplicação do método DEA, indicando que a análise envoltório dos dados e das eficiências calculadas podem possuir fidelidade com a realidade.

A Equação 24 representa a aplicação do modelo VRS/M/O para a primeira unidade de decisão do conjunto (Aperibé), que será determinado por DMU₁, enquanto a Equação 25 é referente a aplicação VRS/E/O.

Equação 24 – Aplicação VRS/M/O para DMU₁ Cluster 2 (Aperibé)

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } Eff_1 = v_d1 + v_* \\
 & \text{sujeito a} \tag{Eq. 24} \\
 & u_{IR}0,670 + u_{IL}0,785 + u_{IE}0,631 + u_{IA}0,836 = 1 \\
 & -v_D1 + u_{IR}0,723 + u_{IL}0,819 + u_{IE}0,665 + u_{IA}0,842 - v_* \leq 0 \text{ (Barra do Pirai)} \\
 & -v_D1 + u_{IR}0,720 + u_{IL}0,819 + u_{IE}0,657 + u_{IA}0,859 - v_* \leq 0 \text{ (Barra Mansa)} \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & -v_D1 + u_{IR}0,763 + u_{IL}0,833 + u_{IE}0,720 + u_{IA}0,927 - v_* \leq 0 \text{ (V. Redonda)} \\
 & v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq 0 \\
 & v_* \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

Equação 25 – Aplicação VRS/E/O para DMU₁ Cluster 2 (Angra dos Reis)

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } h_1 \\
 & \text{sujeito a} \tag{Eq. 25} \\
 & 1 - (1\lambda_2 + 1\lambda_3 + \dots + 1\lambda_{26}) \geq 0 \\
 & -h_00,670 - (0,723\lambda_2 + 0,76\lambda_3 + \dots + 0,763\lambda_{26}) \geq 0 \text{ (Índice Renda)} \\
 & -h_00,785 - (0,819\lambda_2 + 0,819\lambda_3 + \dots + 0,833\lambda_{26}) \geq 0 \text{ (Índice Longevidade)} \\
 & -h_00,631 - (0,665\lambda_2 + 0,657\lambda_3 + \dots + 0,720\lambda_{26}) \geq 0 \text{ (Índice Educação)} \\
 & -h_00,836 - (0,842\lambda_2 + 0,859\lambda_3 + \dots + 0,927\lambda_{26}) \geq 0 \text{ (Índice Ambiental)} \\
 & \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{26} \geq 0 \\
 & \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{26} \geq 0
 \end{aligned}$$

Inserindo os dados no *software* OSDEA-GUI, foram calculados os valores de eficiência (*Eff*), *benchmarking* (λ) e os pesos das variáveis ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) para

cada DMU (Município). Os valores encontram-se listados respectivamente nas Tabelas 19, 20 e 21.

Tabela 19 – Valores de eficiência *Cluster 2* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Eficiência (<i>Eff</i>)	DMU Eficiente?
Aperibé	0,934	-
Barra do Piraí	0,973	-
Barra Mansa	0,973	-
Belford Roxo	0,960	-
Comendador Levy Gasparian	0,933	-
Cordeiro	0,980	-
Duque de Caxias	0,990	-
Itaperuna	0,990	-
Itatiaia	0,990	-
Macuco	0,954	-
Mesquita	1,000	SIM
Miracema	0,958	-
Nilópolis	1,000	SIM
Nova Iguaçu	0,971	-
Paracambi	0,966	-
Paraíba do Sul	0,962	-
Petrópolis	1,000	SIM
Pinheiral	0,962	-
Porto Real	0,976	-
Quatis	0,956	-
Queimados	0,964	-
Resende	1,000	SIM
São Gonçalo	0,991	-
São João de Meriti	1,000	SIM
Três Rios	0,956	-
Volta Redonda	1,000	SIM

Tabela 20 – Valores de *benchmarking Cluster 2*(elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Mesquita	Nilópolis	Petrópolis	Resende	São João de Meriti	Volta Redonda
Aperibé	0,586	-	0,215	0,199	-	-
Barra do Piraí	-	-	0,363	0,637	-	-
Barra Mansa	0,357	-	0,326	0,318	-	-
Belford Roxo	0,619	-	0,381	-	-	-
Comendador Levy Gasparian	0,652	-	0,284	0,064	-	-
Cordeiro	0,322	-	0,522	0,156	-	-
Duque de Caxias	0,658	-	0,342	-	-	-
Itaperuna	0,032	-	0,754	0,214	-	-

Itatiaia	-	-	0,717	0,283	-	-
Macuco	0,721	-	0,100	0,179	-	-
Mesquita	1,000	-	-	-	-	-
Miracema	0,620	-	0,113	0,268	-	-
Nilópolis	-	1,000	-	-	-	-
Nova Iguaçu	0,613	-	0,387	-	-	-
Paracambi	0,064	-	0,246	0,689	-	-
Paraíba do Sul	0,409	-	0,591	-	-	-
Petrópolis	-	-	1,000	-	-	-
Pinheiral	0,017	-	-	-	0,360	0,623
Porto Real	0,798	-	-	-	0,153	0,050
Quatis	0,433	-	0,567	-	-	-
Queimados	0,824	-	0,176	-	-	-
Resende	-	-	-	1,000	-	-
São Gonçalo	0,216	-	0,214	0,570	-	-
São João de Meriti	-	-	-	-	1,000	-
Três Rios	0,074	-	-	0,668	-	0,258
Volta Redonda	-	-	-	-	-	1,000

Tabela 21 – Valores dos pesos *Cluster 2* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	<i>Dummy</i> (v_D)	Renda (u_{IR})	Longevidade (u_{IL})	Educação (u_{IE})	IA (u_{IA})
Aperibé	1,071	0,000	1,142	0,062	0,077
Barra do Piraí	1,028	0,000	1,117	0,128	0,000
Barra Mansa	1,028	0,000	1,096	0,060	0,074
Belford Roxo	1,042	0,000	1,128	0,000	0,104
Comendador Levy Gasparian	1,072	0,060	1,074	0,000	0,140
Cordeiro	1,021	0,000	1,088	0,059	0,073
Duque de Caxias	1,010	0,000	1,094	0,000	0,101
Itaperuna	1,010	0,000	1,076	0,059	0,073
Itatiaia	1,010	0,000	1,098	0,126	0,000
Macuco	1,048	0,059	1,051	0,000	0,137
Mesquita	1,000	0,000	1,083	0,000	0,100
Miracema	1,043	0,059	1,046	0,000	0,136
Nilópolis	1,000	0,000	0,000	0,000	1,062
Nova Iguaçu	1,029	0,000	1,115	0,000	0,103
Paracambi	1,036	0,000	1,104	0,060	0,075
Paraíba do Sul	1,039	0,000	1,125	0,000	0,103
Petrópolis	1,000	1,311	0,000	0,000	0,000
Pinheiral	1,039	0,016	0,745	0,000	0,438
Porto Real	1,025	0,016	0,735	0,000	0,432
Quatis	1,047	0,000	1,133	0,000	0,104
Queimados	1,038	0,000	1,123	0,000	0,103
Resende	1,000	0,000	1,087	0,124	0,000

São Gonçalo	1,009	0,000	1,076	0,059	0,073
São João de Meriti	1,000	0,000	0,438	0,000	0,682
Três Rios	1,046	0,076	0,988	0,000	0,177
Volta Redonda	1,000	0,000	0,000	1,389	0,000
Aperibé	1,071	0,000	1,142	0,062	0,077
Barra do Pirai	1,028	0,000	1,117	0,128	0,000
Barra Mansa	1,028	0,000	1,096	0,060	0,074
Belford Roxo	1,042	0,000	1,128	0,000	0,104
Comendador Levy Gasparian	1,072	0,060	1,074	0,000	0,140
Cordeiro	1,021	0,000	1,088	0,059	0,073
Duque de Caxias	1,010	0,000	1,094	0,000	0,101
Itaperuna	1,010	0,000	1,076	0,059	0,073
Itatiaia	1,010	0,000	1,098	0,126	0,000
Macuco	1,048	0,059	1,051	0,000	0,137
Mesquita	1,000	0,000	1,083	0,000	0,100
Miracema	1,043	0,059	1,046	0,000	0,136
Nilópolis	1,000	0,000	0,000	0,000	1,062
Nova Iguaçu	1,029	0,000	1,115	0,000	0,103
Paracambi	1,036	0,000	1,104	0,060	0,075
Paraíba do Sul	1,039	0,000	1,125	0,000	0,103
Petrópolis	1,000	1,311	0,000	0,000	0,000
Pinheiral	1,039	0,016	0,745	0,000	0,438
Porto Real	1,025	0,016	0,735	0,000	0,432
Quatis	1,047	0,000	1,133	0,000	0,104
Queimados	1,038	0,000	1,123	0,000	0,103
Resende	1,000	0,000	1,087	0,124	0,000
São Gonçalo	1,009	0,000	1,076	0,059	0,073
São João de Meriti	1,000	0,000	0,438	0,000	0,682
Três Rios	1,046	0,076	0,988	0,000	0,177
Volta Redonda	1,000	0,000	0,000	1,389	0,000

▪ *Cluster 3*

A quantidade de unidades de decisões (DMUs) no quarto cenário foi de 4 ($n=4$), referente ao *Cluster 3* dos municípios do Estado do Rio de Janeiro. Pode-se concluir que neste cenário houve a uma quantidade menor que o número mínimo de DMUs necessárias (15) para aplicação do método DEA, indicando que a análise envoltório dos dados e das eficiências calculadas podem não possuir fidelidade com a realidade.

A Equação 26 representa a aplicação do modelo VRS/M/O para a primeira unidade de decisão do conjunto (Mangaratiba), que será determinado por DMU₁, enquanto a Equação 27 é referente a aplicação VRS/E/O.

Equação 26 – Aplicação VRS/M/O para DMU₁ Cluster 3 (Mangaratiba)

$$\text{Min } Eff_1 = v_d 1 + v_*$$

$$\text{sujeito a} \quad (\text{Eq. 26})$$

$$u_{IR}0,750 + u_{IL}0,85 + u_{IE}0,680 + u_{IA}0,470 = 1$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,640 + u_{IL}0,790 + u_{IE}0,540 + u_{IA}0,570 - v_* \leq 0 \text{ (São Sebastião)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,710 + u_{IL}0,800 + u_{IE}0,620 + u_{IA}0,510 - v_* \leq 0 \text{ (Saquarema)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,670 + u_{IL}0,810 + u_{IE}0,550 + u_{IA}0,490 - v_* \leq 0 \text{ (Trajano de Moraes)}$$

$$v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq 0$$

$$v_* \in \mathbb{R}$$

Equação 27 – Aplicação VRS/E/O para DMU₁ Cluster 3 (Mangaratiba)

$$\text{Max } h_1$$

$$\text{sujeito a} \quad (\text{Eq. 27})$$

$$1 - (1\lambda_2 + 1\lambda_3 + 1\lambda_4) \geq 0$$

$$-h_0 0,750 - (0,640\lambda_2 + 0,710\lambda_3 + 0,670\lambda_4) \geq 0 \text{ (Índice Renda)}$$

$$-h_0 0,850 - (0,790\lambda_2 + 0,800\lambda_3 + 0,810\lambda_4) \geq 0 \text{ (Índice Longevidade)}$$

$$-h_0 0,680 - (0,540\lambda_2 + 0,620\lambda_3 + 0,550\lambda_4) \geq 0 \text{ (Índice Educação)}$$

$$-h_0 0,470 - (0,570\lambda_2 + 0,510\lambda_3 + 0,490\lambda_4) \geq 0 \text{ (Índice Ambiental)}$$

$$\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 \geq 0$$

$$\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

Inserindo os dados no *software* OSDEA-GUI, foram calculados os valores de eficiência (*Eff*), *benchmarking* (λ) e os pesos das variáveis ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) para cada DMU (Município). Os valores encontram-se listados respectivamente nas Tabelas 22, 23 e 24.

Tabela 22 – Valores de eficiência Cluster 3 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Eficiência (<i>Eff</i>)	DMU Eficiente?
Mangaratiba	1	SIM
São Sebastião do Alto	1	SIM
Saquarema	1	SIM
Trajano de Moraes	0,975	-

Tabela 23 – Valores de *benchmarking Cluster 3* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Mangaratiba	São Sebastião do Alto	Saquarema
Mangaratiba	1,000	-	-
São Sebastião do Alto	-	1,000	-
Saquarema	-	-	1,000
Trajano de Moraes	0,676	0,324	-

Tabela 24 – Valores dos pesos *Cluster 3* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Dummy (v_D)	Renda (u_{IR})	Longevidade (u_{IL})	Educação (u_{IE})	IA (u_{IA})
Mangaratiba	0,000	0,000	0,000	1,471	0,000
São Sebastião do Alto	0,000	0,000	0,000	0,000	1,754
Saquarema	0,000	0,766	0,000	0,000	0,894
Trajano de Moraes	1,025	0,000	0,906	0,000	0,543

▪ *Cluster 4*

A quantidade de unidades de decisões (DMUs) no quinto cenário foi de 19 (n=19), referente ao *Cluster 4* dos municípios do Estado do Rio de Janeiro. Pode-se concluir que neste cenário houve a quantidade maior que o número mínimo de DMUs necessárias (15) para aplicação do método DEA, indicando que a análise envoltório dos dados e das eficiências calculadas podem possuir fidelidade com a realidade.

A Equação 28 representa a aplicação do modelo VRS/M/O para a primeira unidade de decisão do conjunto (Areal), que será determinado por DMU₁, enquanto a Equação 29 é referente a aplicação VRS/E/O.

Equação 28 – Aplicação VRS/M/O para DMU₁ *Cluster 4* (Areal)

$$\text{Min } Eff_1 = v_d 1 + v_*$$

sujeito a

(Eq. 28)

$$u_{IR} 0,686 + u_{IL} 0,523 + u_{IE} 0,566 + u_{IA} 0,675 = 1$$

$$-v_D 1 + u_{IR} 0,707 + u_{IL} 0,809 + u_{IE} 0,503 + u_{IA} 0,705 - v_* \leq 0 \text{ (Bom Jardim)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR} 0,695 + u_{IL} 0,817 + u_{IE} 0,603 + u_{IA} 0,704 - v_* \leq 0 \text{ (C. Macacu)}$$

.
.

.

$$-v_D 1 + u_{IR} 0,636 + u_{IL} 0,810 + u_{IE} 0,720 + u_{IA} 0,927 - v_* \leq 0 \text{ (Varre - Sai)}$$

$$v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq 0$$

$$v_* \in \mathbb{R}$$

Equação 29 – Aplicação VRS/E/O para DMU₁ Cluster 4 (Areal)

Max h_1

sujeito a

(Eq. 29)

$$1 - (1\lambda_2 + 1\lambda_3 + \dots + 1\lambda_{19}) \geq 0$$

$$-h_0 0,686 - (0,707\lambda_2 + 0,695\lambda_3 + \dots + 0,636\lambda_{19}) \geq 0 \text{ (Índice Renda)}$$

$$-h_0 0,823 - (0,809\lambda_2 + 0,817\lambda_3 + \dots + 0,810\lambda_{19}) \geq 0 \text{ (Índice Longevidade)}$$

$$-h_0 0,566 - (0,503\lambda_2 + 0,603\lambda_3 + \dots + 0,555\lambda_{19}) \geq 0 \text{ (Índice Educação)}$$

$$-h_0 0,675 - (0,705\lambda_2 + 0,704\lambda_3 + \dots + 0,689\lambda_{19}) \geq 0 \text{ (Índice Ambiental)}$$

$$\lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{19} \geq 0$$

$$\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{19} \geq 0$$

Inserindo os dados no *software* OSDEA-GUI, foram calculados os valores de eficiência (*Eff*), *benchmarking* (λ) e os pesos das variáveis ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) para cada DMU (Município). Os valores encontram-se listados respectivamente nas Tabelas 25, 26 e 27.

Tabela 25 – Valores de eficiência Cluster 4 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Eficiência (<i>Eff</i>)	DMU Eficiente?
Areal	0,992	-
Bom Jardim	1,000	SIM
Cachoeiras de Macacu	1,000	SIM
Cambuci	1,000	SIM
Cardoso Moreira	0,941	-
Duas Barras	0,956	-
Guapimirim	1,000	SIM
Laje do Muriaé	0,973	-
Paraty	1,000	SIM
Paty do Alferes	0,972	-
Rio Claro	0,990	-
Rio das Flores	1,000	SIM
Santa Maria Madalena	0,963	-
São José de Ubá	0,979	-
São José do Vale do Rio Preto	0,963	-

Sapucaia	0,983	-
Silva Jardim	0,954	-
Tanguá	1,000	SIM
Varre-Sai	0,978	-

Tabela 26 – Valores de *benchmarking Cluster 4* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Bom Jardim	Cachoeiras de Macacu	Cambuci	Guapimirim	Paraty	Rio das Flores	Tanguá
Areal	-	0,340	-	-	0,455	0,205	-
Bom Jardim	1,000	-	-	-	-	-	-
Cachoeiras de Macacu	-	1,000	-	-	-	-	-
Cambuci	-	-	1,000	-	-	-	-
Cardoso Moreira	-	0,277	-	-	0,502	0,221	-
Duas Barras	0,176	0,338	-	-	0,423	0,063	-
Guapimirim	-	-	-	1,000	-	-	-
Laje do Muriaé	-	0,795	-	-	0,205	-	-
Paraty	-	-	-	-	1,000	-	-
Paty do Alferes	0,049	0,266	-	-	0,456	0,229	-
Rio Claro	0,106	0,556	-	-	0,337	-	-
Rio das Flores	-	-	-	-	-	1,000	-
Santa Maria Madalena	-	0,568	-	-	0,432	-	-
São José de Ubá	-	-	-	-	-	0,760	0,240
São José do Vale do Rio Preto	-	0,083	-	-	0,769	0,147	-
Sapucaia	0,235	0,508	-	-	0,060	0,198	-
Silva Jardim	-	0,084	-	-	0,495	0,420	-
Tanguá	-	-	-	-	-	-	1,000
Varre-Sai	-	0,063	-	-	0,308	0,630	-

Tabela 27 – Valores dos pesos *Cluster 4* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Dummy (v_D)	Renda (u_{IR})	Longevidade (u_{IL})	Educação (u_{IE})	IA (u_{IA})
Areal	1,008	0,000	0,938	0,285	0,099
Bom Jardim	1,000	0,604	0,000	0,000	0,812
Cachoeiras de Macacu	1,000	0,982	0,000	0,121	0,347
Cambuci	1,000	0,000	0,000	1,645	0,000
Cardoso Moreira	1,062	0,000	0,989	0,300	0,105
Duas Barras	1,046	0,485	0,511	0,021	0,396
Guapimirim	1,000	0,000	0,000	1,515	0,121
Laje do Muriaé	1,028	0,000	0,958	0,406	0,000
Paraty	1,000	1,377	0,000	0,000	0,000
Paty do Alferes	1,029	0,477	0,502	0,021	0,390
Rio Claro	1,010	0,991	0,000	0,122	0,351

Rio das Flores	1,000	0,000	0,931	0,282	0,099
Santa Maria Madalena	1,039	0,000	0,968	0,410	0,000
São José de Ubá	1,021	0,000	0,233	0,000	1,126
São José do Vale do Rio Preto	1,038	0,000	0,966	0,293	0,102
Sapucaia	1,017	0,471	0,497	0,021	0,385
Silva Jardim	1,049	0,000	0,976	0,296	0,103
Tanguá	1,000	0,000	0,000	0,000	1,346
Varre-Sai	1,022	0,000	0,951	0,289	0,101

▪ *Cluster 5*

A quantidade de unidades de decisões (DMUs) no quinto e último cenário foi de 6 ($n=6$), referente ao *Cluster 5* dos municípios do Estado do Rio de Janeiro. Pode-se concluir que neste cenário houve a uma quantidade menor que o número mínimo de DMUs necessárias (15) para aplicação do método DEA, indicando que a análise envoltório dos dados e das eficiências calculadas podem não possuir fidelidade com a realidade.

A Equação 30 representa a aplicação do modelo VRS/M/O para a primeira unidade de decisão do conjunto (Araruama), que será determinado por DMU_1 , enquanto a Equação 31 é referente a aplicação VRS/E/O.

Equação 30 – Aplicação VRS/M/O para DMU_1 *Cluster 5* (Araruama)

$$\text{Min } Eff_1 = v_d 1 + v_*$$

$$\text{sujeito a} \quad \text{(Eq. 30)}$$

$$u_{IR}0,714 + u_{IL}0,839 + u_{IE}0,617 + u_{IA}0,592 = 1$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,750 + u_{IL}0,824 + u_{IE}0,624 + u_{IA}0,608 - v_* \leq 0 \text{ (Búzios)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,722 + u_{IL}0,805 + u_{IE}0,677 + u_{IA}0,577 - v_* \leq 0 \text{ (Arraial do Cabo)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,743 + u_{IL}0,836 + u_{IE}0,640 + u_{IA}0,634 - v_* \leq 0 \text{ (Cabo Frio)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,744 + u_{IL}0,841 + u_{IE}0,704 + u_{IA}0,535 - v_* \leq 0 \text{ (Iguaba Grande)}$$

$$-v_D 1 + u_{IR}0,761 + u_{IL}0,850 + u_{IE}0,692 + u_{IA}0,623 - v_* \leq 0 \text{ (Maricá)}$$

$$v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}, u_{IA} \geq 0$$

$$v_* \in \mathbb{R}$$

Equação 31 – Aplicação VRS/E/O para DMU₁ Cluster 5 (Araruama)

Max h_1

sujeito a

(Eq. 31)

$$1 - (1\lambda_2 + 1\lambda_3 + 1\lambda_4 + 1\lambda_5 + 1\lambda_6) \geq 0$$

$$- h_0 0,714 - (0,750\lambda_2 + 0,722\lambda_3 + 0,743\lambda_4 + 0,744\lambda_5 + 0,761\lambda_6) \geq 0 \text{ (Índice Renda)}$$

$$- h_0 0,839 - (0,824\lambda_2 + 0,805\lambda_3 + 0,836\lambda_4 + 0,841\lambda_5 + 0,850\lambda_6) \geq 0 \text{ (Índice Longevidade)}$$

$$- h_0 0,617 - (0,624\lambda_2 + 0,677\lambda_3 + 0,640\lambda_4 + 0,704\lambda_5 + 0,692\lambda_6) \geq 0 \text{ (Índice Educação)}$$

$$- h_0 0,592 - (0,608\lambda_2 + 0,577\lambda_3 + 0,634\lambda_4 + 0,535\lambda_5 + 0,623\lambda_6) \geq 0 \text{ (Índice Ambiental)}$$

$$\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 \geq 0$$

$$\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6 \geq 0$$

Inserindo os dados no *software* OSDEA-GUI, foram calculados os valores de eficiência (*Eff*), *benchmarking* (λ) e os pesos das variáveis ($v_D, u_{IR}, u_{IL}, u_{IE}$ e u_{IA}) para cada DMU (Município). Os valores encontram-se listados respectivamente nas Tabelas 28, 29 e 30.

Tabela 28 – Valores de eficiência Cluster 5 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Eficiência (<i>Eff</i>)	DMU Eficiente?
Araruama	0,987	-
Armação dos Búzios	0,986	-
Arraial do Cabo	0,973	-
Cabo Frio	1,000	SIM
Iguaba Grande	1,000	SIM
Maricá	1,000	SIM

Tabela 29 – Valores de *benchmarking* Cluster 5 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Cabo Frio	Iguaba Grande	Maricá
Araruama	-	-	1,000
Armação dos Búzios	-	-	1,000
Arraial do Cabo	-	0,338	0,662
Cabo Frio	1,000	-	-
Iguaba Grande	-	1,000	-
Maricá	-	-	1,000

Tabela 30 – Valores dos pesos Cluster 5 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Dummy (v_D)	Renda (u_{IR})	Longevidade (u_{IL})	Educação (u_{IE})	IA (u_{IA})
------------	--------------------	-----------------------	-----------------------------	--------------------------	--------------------

Araruama	0,000	0,000	1,192	0,000	0,000
Armação dos Búzios	0,000	1,333	0,000	0,000	0,000
Arraial do Cabo	0,000	0,000	0,000	1,323	0,180
Cabo Frio	0,000	0,000	0,000	0,000	1,577
Iguaba Grande	0,000	0,000	0,000	1,420	0,000
Maricá	0,000	0,000	0,000	1,287	0,176

4.3. RESULTADOS

A análise de resultados foi separada em dois tópicos, para melhor tratamento dos e separação dos dados. O primeiro tópico teve o foco voltado aos dados pertinentes para cada agrupamento, já na segunda parte dos resultados, foram analisados dados e cálculos de forma comparativa entre os *Clusters*.

Em cada agrupamento, foi tratado os dados de projeções dos índices e os respectivos IDHM+S dos municípios. Na análise comparativa entre os *Clusters*, foram tratados os números de vezes que municípios foram contabilizados como referência, e quantidade de vezes que algum índice teve a maior necessidade de aumento percentual.

4.3.1. Análise por Cluster

- *Cluster 1*

A Tabela 31 apresenta os valores de projeções dos *outputs* para os municípios agrupados no *Cluster 1*, assim como a variação percentual em comparação com os dados coletado na Tabela 3. Os valores de projeções dos índices, são aqueles que os municípios não eficientes podem alcançar, de acordo com as suas respectivas situações com a influência dos demais municípios do grupo.

Tabela 31 – Valores de Projeção e Variação *Cluster 1* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Renda	Longevidade	Educação	IA
Angra dos Reis	0,756 (2,16%)	0,849 (0,36%)	0,631 (4,37%)	0,776 (0,36%)
Bom Jesus do Itabapoana	0,730 (0,93%)	0,824 (0,61%)	0,666 (0,61%)	0,791 (0,61%)
Campos dos Goytacazes	0,761 (6,50%)	0,853 (2,72%)	0,636 (2,72%)	0,734 (2,72%)
Cantagalo	0,757 (7,39%)	0,849 (3,30%)	0,634 (3,30%)	0,775 (3,30%)
Carapebus	0,726 (3,82%)	0,832 (3,32%)	0,665 (3,32%)	0,785 (3,32%)
Carmo	0,758 (10,96%)	0,846 (4,09%)	0,644 (5,92%)	0,806 (4,09%)
Casimiro de Abreu	0,761 (3,68%)	0,844 (4,06%)	0,666 (3,68%)	0,767 (3,68%)
Conceição de Macabu	0,728 (4,36%)	0,841 (4,36%)	0,670 (4,36%)	0,766 (4,36%)

Engenheiro Paulo de Frontin	0,715 (6,02%)	0,811 (0,71%)	0,699 (0,71%)	0,737 (1,47%)
Itaboraí	0,757 (9,65%)	0,848 (4,32%)	0,636 (7,17%)	0,786 (4,32%)
Itaguaí	0,757 (7,71%)	0,845 (3,85%)	0,646 (1,19%)	0,808 (1,19%)
Italva	0,757 (9,41%)	0,848 (7,08%)	0,637 (7,08%)	0,786 (7,08%)
Itaocara	0,769 (10,55%)	0,851 (3,82%)	0,659 (3,82%)	0,743 (3,82%)
Japeri	0,709 (11,32%)	0,821 (1,50%)	0,622 (12,06%)	0,809 (1,50%)
Magé	0,762 (11,24%)	0,851 (2,32%)	0,641 (2,32%)	0,748 (2,32%)
Mendes	0,707 (0,00%)	0,806 (0,00%)	0,700 (0,00%)	0,740 (0,00%)
Miguel Pereira	0,773 (4,45%)	0,847 (2,31%)	0,691 (2,31%)	0,711 (2,43%)
Natividade	0,707 (0,00%)	0,806 (0,00%)	0,683 (0,00%)	0,777 (0,00%)
Nova Friburgo	0,758 (0,00%)	0,846 (0,00%)	0,645 (0,00%)	0,808 (0,00%)
Piraí	0,722 (1,09%)	0,828 (3,06%)	0,628 (1,27%)	0,809 (1,09%)
Porciúncula	0,757 (8,51%)	0,847 (5,63%)	0,640 (5,63%)	0,795 (5,63%)
Quissamã	0,730 (4,61%)	0,832 (1,32%)	0,632 (3,59%)	0,809 (1,32%)
Rio Bonito	0,705 (0,00%)	0,819 (0,00%)	0,620 (0,00%)	0,809 (0,00%)
Rio das Ostras	0,784 (0,00%)	0,854 (0,00%)	0,689 (0,00%)	0,706 (0,00%)
Santo Antônio de Pádua	0,742 (4,71%)	0,834 (3,44%)	0,657 (1,33%)	0,799 (1,33%)
São Fidélis	0,736 (7,39%)	0,845 (7,39%)	0,656 (7,39%)	0,789 (7,39%)
São Pedro da Aldeia	0,773 (7,23%)	0,852 (6,40%)	0,666 (6,40%)	0,731 (6,40%)
Seropédica	0,730 (5,10%)	0,842 (4,62%)	0,678 (4,62%)	0,748 (4,62%)
Teresópolis	0,752 (0,00%)	0,855 (0,00%)	0,605 (0,00%)	0,713 (0,00%)
Valença	0,713 (0,00%)	0,848 (0,00%)	0,666 (0,00%)	0,770 (0,00%)
Vassouras	0,761 (5,89%)	0,847 (4,21%)	0,650 (4,21%)	0,793 (4,21%)

Conforme já destacado, a vantagem da aplicação DEA para estudo da eficiência é a possibilidade de analisar de fato são os valores alcançáveis para cada DMU, a partir da análise com as demais que possuem influência. Esta diferenciação dos valores projetados possíveis é evidenciado na Tabela 31, onde os municípios que terão a maior variação do valor dos seus índices para alcançar a eficiência (Japeri e São Fidélis), não alcançaram o maior valor de cada índice, exceto ao valor IA para Japeri.

Em relação ao estado econômico do *cluster*, nota-se que apesar de alguns dos municípios terem grande relevância no cenário da sua respectiva região demográfica, as projeções e eficiência calculada através do método DEA, evidencia a necessidade de melhora a ineficiência dos mesmos. Esta situação ocorre nos municípios de Agra dos Reis, Campos dos Goytacazes, Itaboraí e Quissamã. Em contrapartida, municípios que não são destaques em sua região, exemplo Valença, se mostram eficientes perante a comparação e análise do DEA,

Com os valores de índices projetados, foi possível também realizar a análise de variação dos valores do IDHM+S conforme exposto na Tabela 32. A comparação e variação foi efetuada em relação aos valores de IDHM+S pré-aplicação do DEA e também com os valores de IDHM+S calculados pós DEA, com a projeção dos índices no panorama geral já citado no tópico 4.2.1, chamado como IDHM+S DEA.

Tabela 32 – Valores de IDHM+S e Variação *Cluster 1* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	IDHM+S	IDHM+S DEA	IDHM+S DEA <i>Cluster 1</i>	Variação IDHM+S	Variação IDHM+S DEA
Angra dos Reis	0,736	0,748	0,749	1,80%	0,16%
Bom Jesus do Itabapoana	0,745	0,770	0,750	0,69%	-2,58%
Campos dos Goytacazes	0,716	0,743	0,742	3,65%	-0,11%
Cantagalo	0,719	0,752	0,750	4,30%	-0,31%
Carapebus	0,724	0,767	0,749	3,44%	-2,29%
Carmo	0,715	0,759	0,759	6,23%	0,10%
Casimiro de Abreu	0,729	0,764	0,757	3,78%	-0,94%
Conceição de Macabu	0,718	0,764	0,749	4,36%	-1,92%
Engenheiro Paulo de Frontin	0,723	0,805	0,739	2,20%	-8,23%
Itaboraí	0,707	0,751	0,752	6,34%	0,18%
Itaguaí	0,735	0,769	0,760	3,45%	-1,10%
Italva	0,699	0,756	0,753	7,66%	-0,36%
Itaocara	0,714	0,754	0,753	5,46%	-0,17%
Japeri	0,691	0,766	0,736	6,47%	-3,96%
Magé	0,715	0,748	0,747	4,48%	-0,18%
Mendes	0,737	0,807	0,737	0,00%	-8,67%
Miguel Pereira	0,732	0,764	0,753	2,87%	-1,44%
Natividade	0,742	0,793	0,742	0,00%	-6,52%
Nova Friburgo	0,760	0,764	0,760	0,00%	-0,47%
Piraí	0,730	0,769	0,742	1,62%	-3,50%
Porciúncula	0,711	0,759	0,756	6,34%	-0,41%
Quissamã	0,727	0,763	0,746	2,70%	-2,17%
Rio Bonito	0,734	0,766	0,734	0,00%	-4,27%
Rio das Ostras	0,755	0,755	0,755	0,00%	0,00%
Santo Antônio de Pádua	0,735	0,771	0,755	2,69%	-2,12%
São Fidélis	0,701	0,764	0,753	7,39%	-1,36%
São Pedro da Aldeia	0,706	0,753	0,753	6,61%	-0,11%
Seropédica	0,714	0,762	0,747	4,74%	-1,93%
Teresópolis	0,726	0,726	0,726	0,00%	0,00%
Valença	0,746	0,762	0,746	0,00%	-2,09%
Vassouras	0,726	0,762	0,759	4,63%	-0,40%

Pode-se verificar a confiabilidade dos dados por agrupamento, uma vez que os municípios que apresentação nenhuma variação entre o valor do IDHM+S pré DEA e IDHM+S pós DEA para o *Cluster* em questão, são aqueles já classificados como eficientes. Para aqueles que apresentação variação nesta comparação, destaca-se o município de Itálva com o aumento de 7,66%, visto que o mesmo possuiu variação nas projeções para todos os índices.

É possível notar também que a variação negativa entre o IDHM+S pós DEA geral e para o *Cluster 1*, para a maioria dos municípios ocorre pelo fato da maior assertividade e similaridade das DMUs referências e os seus respectivos valores. Um exemplo é o município de Piraí que teve a variação de – 3,50%, onde na aplicação DEA geral teve como referência municípios que não estão presentes no agrupamento do *Cluster 1*.

- *Cluster 2*

A Tabela 33 apresenta os valores de projeções dos *outputs* para os municípios agrupados no *Cluster 2*, assim como a variação percentual em comparação com os dados coletado na Tabela 3. Realce-se as maiores variações para cada índice, tendo como destaque a maior variação, de 13,95%, para o índice de Educação do município de Queimados.

Tabela 33 – Valores de Projeção e Variação *Cluster 2* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Renda	Longevidade	Educação	IA
Aperibé	0,728 (8,69%)	0,841 (7,10%)	0,676 (7,10%)	0,895 (7,10%)
Barra do Piraí	0,762 (5,44%)	0,842 (2,80%)	0,684 (2,80%)	0,871 (3,50%)
Barra Mansa	0,742 (3,01%)	0,842 (2,76%)	0,675 (2,76%)	0,883 (2,76%)
Belford Roxo	0,727 (9,74%)	0,842 (4,21%)	0,663 (10,89%)	0,886 (4,21%)
Comendador Levy Gasparian	0,724 (7,17%)	0,841 (7,17%)	0,669 (10,56%)	0,893 (7,17%)
Cordeiro	0,744 (2,74%)	0,843 (2,08%)	0,662 (2,08%)	0,870 (2,08%)
Duque de Caxias	0,724 (4,65%)	0,842 (1,05%)	0,665 (6,52%)	0,889 (1,05%)
Itaperuna	0,761 (6,27%)	0,845 (0,96%)	0,655 (0,96%)	0,848 (0,96%)
Itatiaia	0,763 (3,77%)	0,845 (1,04%)	0,659 (1,04%)	0,850 (3,48%)
Macuco	0,720 (4,84%)	0,840 (4,84%)	0,680 (7,71%)	0,906 (4,84%)
Mesquita	0,704 (0,00%)	0,839 (0,00%)	0,678 (0,00%)	0,919 (0,00%)
Miracema	0,726 (4,34%)	0,840 (4,34%)	0,682 (5,56%)	0,903 (4,34%)
Nilópolis	0,731 (0,00%)	0,817 (0,00%)	0,716 (0,00%)	0,942 (0,00%)
Nova Iguaçu	0,727 (5,19%)	0,842 (2,95%)	0,663 (3,42%)	0,885 (2,95%)
Paracambi	0,759 (10,09%)	0,841 (3,57%)	0,690 (3,57%)	0,880 (3,57%)

Paraíba do Sul	0,739 (6,00%)	0,844 (3,91%)	0,655 (7,37%)	0,868 (3,91%)
Petrópolis	0,763 (0,00%)	0,847 (0,00%)	0,639 (0,00%)	0,832 (0,00%)
Pinheiral	0,737 (3,92%)	0,832 (3,92%)	0,693 (7,72%)	0,929 (3,92%)
Porto Real	0,705 (2,51%)	0,837 (2,51%)	0,675 (4,68%)	0,922 (2,51%)
Quatis	0,737 (9,09%)	0,844 (4,66%)	0,656 (8,77%)	0,870 (4,66%)
Queimados	0,714 (8,40%)	0,840 (3,75%)	0,671 (13,95%)	0,904 (3,75%)
Resende	0,762 (0,00%)	0,839 (0,00%)	0,709 (0,00%)	0,894 (0,00%)
São Gonçalo	0,750 (5,44%)	0,841 (0,93%)	0,687 (0,93%)	0,886 (0,93%)
São João de Meriti	0,693 (0,00%)	0,831 (0,00%)	0,646 (0,00%)	0,933 (0,00%)
Três Rios	0,758 (4,55%)	0,837 (4,55%)	0,710 (8,16%)	0,904 (4,55%)
Volta Redonda	0,763 (0,00%)	0,833 (0,00%)	0,720 (0,00%)	0,927 (0,00%)

Neste *cluster* é possível notar que a aplicação do método DEA corrobora com a situação financeira e demográfica dos seus municípios. Volta Redonda e Resende, que são destaques na região do Médio Paraíba apresentam o nível máximo de eficiência já atingido, assim como os municípios de Petrópolis e Mesquita na região Metropolitana. Apesar do alto valor de renda *per capita* do município de Porto Real, conforme registrado na Tabela 3, a aplicação do DEA permite enxergar que o mesmo possui uma má distribuição, visto que todos os índices (inclusive o de renda) apresentaram variações em suas projeções.

A Tabela 34 apresenta a variação dos valores do IDHM+S, pré aplicação do DEA e também com os valores de IDHM+S calculados pós DEA (cenário único grupo e *Cluster* 2). Apesar de 20 dos 26 municípios deste agrupamento possuírem variação em relação ao valor do IDHM+S antes da aplicação DEA, ao todo apenas 7 tiveram variação (menor que 1%) no valor entre a aplicação geral e a específica para o *Cluster*.

Tabela 34 – Valores de IDHM+S e Variação *Cluster* 2 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	IDHM+S	IDHM+S DEA	IDHM+S DEA <i>Cluster</i> 2	Variação IDHM+S	Variação IDHM+S DEA
Aperibé	0,726	0,777	0,780	7,5%	0,4%
Barra do Pirai	0,759	0,781	0,786	3,6%	0,7%
Barra Mansa	0,760	0,781	0,781	2,8%	0,1%
Belford Roxo	0,722	0,774	0,774	7,2%	0,0%
Comendador Levy Gasparian	0,719	0,777	0,777	8,0%	0,0%
Cordeiro	0,758	0,774	0,775	2,2%	0,2%
Duque de Caxias	0,750	0,775	0,775	3,3%	0,0%
Itaperuna	0,756	0,770	0,773	2,3%	0,5%
Itatiaia	0,757	0,768	0,775	2,3%	0,9%
Macuco	0,740	0,781	0,781	5,6%	0,0%

Mesquita	0,779	0,779	0,779	0,0%	0,0%
Miracema	0,748	0,783	0,783	4,6%	0,0%
Nilópolis	0,797	0,797	0,797	0,0%	0,0%
Nova Iguaçu	0,747	0,774	0,774	3,6%	0,0%
Paracambi	0,750	0,783	0,789	5,2%	0,8%
Paraíba do Sul	0,733	0,771	0,771	5,3%	0,0%
Petrópolis	0,766	0,766	0,766	0,0%	0,0%
Pinheiral	0,756	0,793	0,793	4,9%	0,0%
Porto Real	0,756	0,779	0,779	3,0%	0,0%
Quatis	0,723	0,772	0,772	6,8%	0,0%
Queimados	0,723	0,777	0,777	7,4%	0,0%
Resende	0,798	0,798	0,798	0,0%	0,0%
São Gonçalo	0,771	0,782	0,787	2,0%	0,7%
São João de Meriti	0,768	0,768	0,768	0,0%	0,0%
Três Rios	0,758	0,799	0,799	5,4%	0,0%
Volta Redonda	0,807	0,807	0,807	0,0%	0,0%

A similaridade entre os valores do IDHM+S DEA e do *Cluster 2* com o resultado da variação de 0% é determinado pelo fato de nos dois cenários as DMUs referencias e os valores de λ não são alterados. Para aqueles que apresentaram uma leve variação (Aperibé, Cordeiro e etc.) o motivo é o já apresentado na análise do *Cluster 1*, a ausência de um ou mais município *benchmarking* no agrupamento, ocasionando a necessidade de redistribuir a influência dos demais municípios pertencentes ao grupo.

- *Cluster 3*

A Tabela 35 apresenta os valores de projeções dos *outputs* para os municípios agrupados no *Cluster 3*, assim como a variação percentual em comparação com os dados coletado na Tabela 3. Nota-se que os três municípios previamente classificados como eficientes, não obtiveram variação no valor de projeção dos seus índices.

Tabela 35 – Valores de Projeção e Variação *Cluster 3* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Renda	Longevidade	Educação	IA
Mangaratiba	0,750 (0,00%)	0,850 (0,00%)	0,680 (0,00%)	0,470 (0,00%)
São Sebastião do Alto	0,640 (0,00%)	0,790 (0,00%)	0,540 (0,00%)	0,570 (0,00%)
Squarema	0,710 (0,00%)	0,800 (0,00%)	0,620 (0,00%)	0,510 (0,00%)
Trajano de Moraes	0,714 (6,62%)	0,831 (2,54%)	0,635 (15,38%)	0,502 (2,54%)

Em análise complementar a variação apresentada na Tabela 35 de projeções, a Tabela 36 sobre os valores de IDHM+S evidência a falta da variação do valor do IDHM+S para estes municípios, uma vez que os valores para os cálculos não foram alterados. O único a apresentar variação é o município de Trajano de Moraes.

Tabela 36 – Valores de IDHM+S e Variação *Cluster 3* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	IDHM+S	IDHM+S DEA	IDHM+S DEA <i>Cluster 3</i>	Variação IDHM+S	Variação IDHM+S DEA
Mangaratiba	0,672	0,753	0,672	0,0%	-10,8%
São Sebastião do Alto	0,628	0,726	0,628	0,0%	-13,5%
Saquarema	0,651	0,745	0,651	0,0%	-12,7%
Trajano de Moraes	0,618	0,726	0,659	6,6%	-9,1%

Chama a atenção a variação negativa maior que 10% em comparação do IDHM+S em um único grupo, para os municípios que são classificados como eficientes em seu *Cluster*. Como já explicitado no tópico de aplicação do DEA, a quantidade de DMUs ser menor que quantitativo mínimo impacto em uma análise mais efetiva.

- *Cluster 4*

A Tabela 37 apresenta os valores de projeções dos *outputs* para os municípios agrupados no *Cluster 4*, assim como a variação percentual em comparação com os dados coletado na Tabela 3. Encontra-se destacado os municípios que apresentaram a maior variação nos valores dos índices, são eles: Cardoso Moreira, Laje do Muriaé e Santa Maria Madalena.

Tabela 37 – Valores de Projeção e Variação *Cluster 4* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Renda	Longevidade	Educação	IA
Areal	0,703 (2,44%)	0,829 (0,78%)	0,570 (0,78%)	0,680 (0,78%)
Bom Jardim	0,707 (0,00%)	0,809 (0,00%)	0,503 (0,00%)	0,705 (0,00%)
Cachoeiras de Macacu	0,695 (0,00%)	0,817 (0,00%)	0,603 (0,00%)	0,704 (0,00%)
Cambuci	0,672 (0,00%)	0,809 (0,00%)	0,608 (0,00%)	0,652 (0,00%)
Cardoso Moreira	0,704 (7,76%)	0,831 (6,22%)	0,567 (6,22%)	0,678 (6,22%)
Duas Barras	0,708 (4,62%)	0,826 (4,62%)	0,559 (4,62%)	0,678 (4,62%)
Guapimirim	0,692 (0,00%)	0,812 (0,00%)	0,604 (0,00%)	0,702 (0,00%)
Laje do Muriaé	0,701 (8,07%)	0,822 (2,77%)	0,591 (2,77%)	0,690 (3,02%)
Paraty	0,726 (0,00%)	0,842 (0,00%)	0,544 (0,00%)	0,637 (0,00%)
Paty do Alferes	0,703 (2,87%)	0,829 (2,87%)	0,565 (2,87%)	0,681 (2,87%)

Rio Claro	0,707 (0,96%)	0,825 (2,94%)	0,572 (0,96%)	0,681 (0,96%)
Rio das Flores	0,664 (0,00%)	0,822 (0,00%)	0,575 (0,00%)	0,737 (0,00%)
Santa Maria Madalena	0,708 (5,42%)	0,828 (3,87%)	0,577 (3,87%)	0,675 (13,26%)
São José de Ubá	0,659 (4,14%)	0,815 (2,14%)	0,569 (3,74%)	0,738 (2,14%)
São José do Vale do Rio Preto	0,714 (6,61%)	0,837 (3,84%)	0,553 (3,84%)	0,657 (3,84%)
Sapucaia	0,694 (1,69%)	0,818 (1,69%)	0,570 (1,69%)	0,707 (1,69%)
Silva Jardim	0,697 (6,14%)	0,831 (4,85%)	0,562 (4,85%)	0,685 (4,85%)
Tanguá	0,644 (0,00%)	0,793 (0,00%)	0,548 (0,00%)	0,743 (0,00%)
Varre-Sai	0,685 (7,71%)	0,828 (2,20%)	0,567 (2,20%)	0,704 (2,20%)

A aplicação do DEA evidencia a presença de municípios com o desenvolvimento sustentável eficientes dentre os parâmetros do *cluster*, mesmo que demograficamente e economicamente estes não possuem grande destaque ou relevância (Ex.: Bom Jardim, Guapimirim e Tanguá). A comparação com DEA se faz importante, visto que apenas uma análise por região e até mesmo pelo cálculo direto do IDHM+S, em grande maioria do *cluster*, indica os resultados com a classificação média, conforme Tabela 11, e com a necessidade de melhora.

A Tabela 38 apresenta a variação dos valores do IDHM+S, pré aplicação do DEA e também com os valores de IDHM+S calculados pós DEA (cenário único grupo e *Cluster* 4). Assim como o ocorrido no primeiro agrupamento, nota-se a variação negativa entre todos os valores de IDHM+S calculados pós aplicação do DEA, sendo a mesma justificativa de alteração das DMUs de referência.

Tabela 38 – Valores de IDHM+S e Variação *Cluster* 4 (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	IDHM+S	IDHM+S DEA	IDHM+S DEA <i>Cluster</i> 4	Variação IDHM+S	Variação IDHM+S DEA
Areal	0,681	0,726	0,690	1,2%	-5,0%
Bom Jardim	0,671	0,736	0,671	0,0%	-8,8%
Cachoeiras de Macacu	0,701	0,740	0,701	0,0%	-5,4%
Cambuci	0,681	0,739	0,681	0,0%	-7,8%
Cardoso Moreira	0,646	0,726	0,688	6,6%	-5,1%
Duas Barras	0,656	0,726	0,686	4,6%	-5,4%
Guapimirim	0,699	0,743	0,699	0,0%	-5,9%
Laje do Muriaé	0,669	0,730	0,696	4,1%	-4,6%
Paraty	0,678	0,726	0,678	0,0%	-6,5%
Paty do Alferes	0,669	0,726	0,688	2,9%	-5,2%
Rio Claro	0,681	0,728	0,691	1,5%	-5,2%
Rio das Flores	0,693	0,743	0,693	0,0%	-6,7%
Santa Maria Madalena	0,649	0,726	0,691	6,5%	-4,7%

São José de Ubá	0,669	0,746	0,689	3,0%	-7,6%
São José do Vale do Rio Preto	0,653	0,726	0,683	4,5%	-5,9%
Sapucaia	0,680	0,734	0,691	1,7%	-5,8%
Silva Jardim	0,653	0,726	0,687	5,2%	-5,3%
Tanguá	0,675	0,754	0,675	0,0%	-10,4%
Varre-Sai	0,666	0,730	0,690	3,6%	-5,5%

▪ *Cluster 5*

A Tabela 39 apresenta os valores de projeções dos *outputs* para os municípios agrupados no *Cluster 5*, assim como a variação percentual em comparação com os dados coletado na Tabela 3. Os municípios que tiveram a maior variação com a projeção foram Arraial do Cabo e Araruama, este último tendo a maior variação de três dos quatro índices que compõem o IDHM+S.

Tabela 39 – Valores de Projeção e Variação *Cluster 5* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	Renda	Longevidade	Educação	IA
Araruama	0,761 (6,58%)	0,850 (1,31%)	0,692 (12,16%)	0,623 (5,24%)
Armação dos Búzios	0,761 (1,47%)	0,850 (3,16%)	0,692 (10,90%)	0,623 (2,47%)
Arraial do Cabo	0,755 (4,61%)	0,847 (5,21%)	0,696 (2,82%)	0,593 (2,82%)
Cabo Frio	0,743 (0,00%)	0,836 (0,00%)	0,640 (0,00%)	0,634 (0,00%)
Iguaba Grande	0,744 (0,00%)	0,841 (0,00%)	0,704 (0,00%)	0,535 (0,00%)
Maricá	0,761 (0,00%)	0,850 (0,00%)	0,692 (0,00%)	0,623 (0,00%)

Composto em sua grande maioria por municípios pertencentes a região das baixadas litorâneas, a comparação econômica com os resultados do DEA indica que, apesar de bons rendimentos nos índices e nas atividades turísticas que a região proporciona, é necessário planejar e executar um plano de ação para diversificação das atividades econômicas para atingir a eficiência máxima, conforme ocorre no município de Cabo Frio.

A alta variação de projeção do município de Araruama incorre na maior variação do valor de IDHM+S, conforme exposto na Tabela 40. Em relação a comparação entre os valores após a aplicação de DEA, destaca-se o município de Iguaba Grande, pois a aplicação geral do DEA não reflete a real eficiência do município, evidenciado no valor 0,0% de variação do IDHM+S para seu valor dentro do agrupamento.

Tabela 40 – Valores de IDHM+S e Variação *Cluster 5* (elaborado pelo autor)

MUNICÍPIOS	IDHM+S	IDHM+S DEA	IDHM+S DEA <i>Cluster 5</i>	Variação IDHM+S	Variação IDHM+S DEA
Araruama	0,684	0,734	0,727	4,3%	-0,8%
Armação dos Búzios	0,696	0,750	0,727	3,1%	-2,3%
Arraial do Cabo	0,690	0,788	0,717	2,7%	-7,1%
Cabo Frio	0,709	0,743	0,709	0,0%	-3,5%
Iguaba Grande	0,697	0,784	0,697	0,0%	-8,8%
Maricá	0,727	0,763	0,727	0,0%	-3,6%

4.3.2. Análise Comparativa Entre *Clusters*

A partir dos dados gerados pela aplicação do DEA, foi possível analisar os valores de cada *Cluster* assim como realizar comparações entre eles. A Tabela 41 tem o intuito de apresentar a contagem de vezes que cada uma das 26 DMU classificada como eficiente foram *benchmankings* na análise geral de único grupo e em seus respectivos agrupamentos, assim como destacar em a importância dos mesmos em proporção, através da porcentagem da contagem pela quantidade de DMUs em cada cenário.

Tabela 41 – Contagem de *benchmarking* por cenário (elaborado pelo autor)

Municípios	Único Grupo (86 DMUs)	<i>Cluster 1</i> (31 DMUs)	<i>Cluster 2</i> (26 DMUs)	<i>Cluster 3</i> (4 DMUs)	<i>Cluster 4</i> (19 DMUs)	<i>Cluster 5</i> (6 DMUs)
Bom Jardim	-	-	-	-	5 (25%)	-
Cabo Frio	-	-	-	-	-	1 (14%)
Cachoeiras de Macacu	-	-	-	-	12 (60%)	-
Cambuci	-	-	-	-	1 (5%)	-
Guapimirim	-	-	-	-	1 (5%)	-
Iguaba Grande	-	-	-	-	-	2 (29%)
Mangaratiba	-	-	-	2 (40%)	-	-
Maricá	-	-	-	-	-	4 (57%)
Mendes	-	4 (13%)	-	-	-	-
Mesquita	33 (38%)	-	19 (70%)	-	-	-
Natividade	-	8 (25%)	-	-	-	-
Nilópolis	1 (1%)	-	1 (4%)	-	-	-
Nova Friburgo	-	22 (69%)	-	-	-	-
Paraty	-	-	-	-	12 (60%)	-
Petrópolis	51 (59%)	-	18 (67%)	-	-	-
Resende	15 (17%)	-	13 (48%)	-	-	-
Rio Bonito	-	4 (13%)	-	-	-	-
Rio das Flores	-	-	-	-	10 (50%)	-
Rio das Ostras	44 (51%)	15 (47%)	-	-	-	-

São João de Meriti	3 (3%)	-	3 (11%)	-	-	-
São Sebastião do Alto	-	-	-	2 (40%)	-	-
Saquarema	-	-	-	1 (20%)	-	-
Tanguá	-	-	-	-	2 (10%)	-
Teresópolis	40 (46%)	12 (38%)	-	-	-	-
Valença	-	6 (19%)	-	-	-	-
Volta Redonda	11 (13%)	-	4 (15%)	-	-	-

A partir dos dados da Tabela 41, percebe-se a variação da quantidade de contribuição entre os valores coletados em um único grupo e em cada agrupamento. É possível ressaltar que todas as DMUs que possuem valor de *benchmarking* na análise geral, também são eficientes e possuem contribuição de referência em seus determinados *Clusters*.

Sobre as DMUs eficientes no cenário de único grupo, é possível destacar que todos, com exceção de Teresópolis, tiveram a importância proporcional aumentada em seus respectivos agrupamentos. Na Tabela 41 também se encontra destacado os três municípios que possuem, com a maior quantidade de contribuição e referência para os demais municípios dos seus respectivos *Clusters*. São eles: Mesquita (70%), Nova Friburgo (69%) e Petrópolis (67%).

O município de Nova Friburgo merece ênfase, pois na análise geral a DMU da mesma é classificada como não eficiente, porém de forma a se comparar e analisar aos similares, passa a ser uma DMU eficiente com a maior quantidade de contribuição para as demais. Além de Nova Friburgo, mais dezessete municípios se tornaram eficientes, quando comparados com as demais DMUs, dentro dos *Clusters* entre os seus semelhantes.

Por fim, se identifica na Tabela 41 a presença de municípios eficientes com a contagem igual 1, significando que além dela mesma, a DMU não possui valor de *benchmarking* para as demais DMUs do seu *Cluster*. O município de Nilópolis é o que chama mais atenção nesta situação, visto que ele eficiente apenas para si próprio, tanto na análise em seu agrupamento como na análise envolvendo todos os municípios.

A análise dos resultados relacionado aos *outputs* é pertinente devido os mesmos serem relativos aos índices que compõe o cálculo do IDHM+S. Em complemento aos

valores de projeções em cada *Cluster* já apresentados, foi gerado para análise comparativa entre os agrupamentos as Tabelas 42 e 43, composto pela contagem das maiores e menores variações dos valores de *outputs* após aplicação do DEA, respectivamente.

Tabela 42 – Maior variação de valor nos *outputs* (elaborado pelo autor)

<i>Output / Índice</i>	<i>Cluster 1</i>	<i>Cluster 2</i>	<i>Cluster 3</i>	<i>Cluster 4</i>	<i>Cluster 5</i>	Total
<i>Renda</i>	20	10	0	8	0	38
<i>Longevidade</i>	2	0	0	3	1	6
<i>Educação</i>	2	10	1	0	2	15
<i>IA</i>	0	0	0	1	0	1
<i>N/A</i>	7	6	3	7	3	26

Tabela 43 – Menor variação de valor nos *outputs* (elaborado pelo autor)

<i>Output / Índice</i>	<i>Cluster 1</i>	<i>Cluster 2</i>	<i>Cluster 3</i>	<i>Cluster 4</i>	<i>Cluster 5</i>	Total
<i>Renda</i>	1	3	0	3	1	8
<i>Longevidade</i>	10	11	0	2	1	24
<i>Educação</i>	6	3	0	3	0	12
<i>IA</i>	7	3	1	4	1	16
<i>N/A</i>	7	6	3	7	3	26

Em relação a Tabela 42, ressalta-se a necessidade maior de variação do índice de Renda. De forma localizada, este índice continua sendo o *output* que apresenta a maior necessidade de variação em cada *Cluster*, sendo em exceção apenas para o *Cluster 3*.

A maior necessidade de variação do índice de renda se contrapõe a interpretação inicial que se possa ter através da Tabela 10, onde de forma visual tem-se a indicação que o índice de Educação seria o que se esperava apresentar maior necessidade variação. Entretanto, a aplicação DEA faz se interpretar que o foco de 36 dos 86 municípios analisados, é voltar os seus esforços para aumentar o índice de Renda, para que consequentemente seja aumentado o valor dos seus respectivos IDHM+S.

A Tabela 43 evidencia a estabilidade do índice de Longevidade, sendo este o mais indicado a ter a menor variação em sua projeção em cada *Cluster*, com exceção do *Cluster 3*, ou seja, os valores de projeções deste índice variaram pouco em relação aos valores iniciais. A interpretação é ratificada quando se analisada a Tabela 10, onde o

índice de Longevidade foi o único a possuir a faixa de melhor classificação para todos os agrupamentos.

A linha “N/A” nas Tabelas 42 e 43 refere-se a contagem dos municípios classificadas como eficientes na aplicação DEA de cada *Cluster*. Por serem DMUs eficientes, não há necessidade de variação nos valores dos seus índices para alcançar os seus respectivos IDHM+S ideal, uma vez que esses já se encontram nesta posição.

5. CONCLUSÕES

É possível realizar a conclusão do estudo de caso através da conferência e avaliação com os objetivos gerais e específicos traçados no presente trabalho. Em outras palavras, a conclusão refere-se a avaliar a confiabilidade de se aplicar o método DEA para a análise da eficiência do desenvolvimento sustentável de forma a apoiar à gestão pública, além de prover os dados para cada grupo, facilitando e trazendo fidelidade a realidade com a comparação entre os seus similares.

Em relação ao objetivo geral do trabalho, pode-se concluir que os parâmetros calculados através do método DEA são de mais-valia para o auxílio da gestão pública, visto que é possível medir a ineficiência de cada cidade e indicar para estas os municípios, que foram avaliados como eficiente, é preciso ter como modelo e os valores de relevância de cada um. Além da comparação entre os municípios, a gestão pública proverá dos dados de projeção de cada índice, sendo possível traçar ações e programas focados em aumentar os índices que apresentaram maior variação e conseqüentemente maior ganho para o desenvolvimento humano sustentável.

Entre os objetivos específicos do trabalho, se conclui que todos foram realizados, alcançados e com resultados satisfatórios, sendo pontos importantes no processo de atingir o objetivo geral. A aplicação da Análise Envoltório dos Dados se mostrou eficiente, proporcionando uma análise mais robusto que o cálculo do IDHM+S inicialmente promove. As projeções, eficiências e demais resultados calculados para cara agrupamento, também corrobora com a assertividade e acuracidade que o método agrega para a análise e comparação entre os municípios.

Por fim, no nível municipal, as necessidades humanas de desenvolvimento mediante as práticas e políticas públicas efetivas são mais potentes do que qualquer outro nível, visto a proximidade do estado com a população. Portanto, uma assertiva análise e diagnóstico da situação, como ocorre na aplicação do DEA, permite mensurar os dados de forma individual e torna-los palpáveis para ser realizado as intervenções necessárias pela gestão pública.

5.1. LIMITAÇÕES DA PESQUISA

A pesquisa possuiu algumas limitações, entre elas a necessidade de se realizar os calculas e análise com os dados do ano de 2010 fornecidos pelo censo do IBGE e do IPEA, uma vez que as novas coletas a serem realizadas em 2020 foram impactadas e postergadas devido a pandemia do COVID-19 (*Coronavirus Disease 2019*). Além disso, o *software* gratuito OSDEA-GUI apresentou limitações, apesar de robusto e com vasta biblioteca, restrições como a do valor infinitesimal para os pesos apresentou impacto para uma correta e mais acurada análise da aplicação do método com a orientação *input*.

5.2. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para o prosseguimento desta pesquisa e da melhoria das análises resultantes da aplicação do DEA no cálculo do IDHM+S, é importante que os indicadores que compõe o índice sejam atualizados com informações mais detalhadas e atuais, quando disponíveis. Recomenda-se também realizar a utilização de um *software* DEA em que seja possível adicionar as restrições necessárias - tal qual a restrição do valor infinitesimal para os pesos - para a melhor aplicação e análise do método com a orientação *input*, com o intuito de comparar os resultados com os obtidos pela orientação *output* já presente trabalho, afim de averiguar em qual das duas orientações a aplicação do DEA se mostra mais eficaz no que se refere ao tema do Índice de Desenvolvimento Humano.

6. REFERÊNCIAS

BANKER, Rajiv D.; CHARNES, Abraham; COOPER, William Wager. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management science**, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.

BARBOSA, R. B.; CÂNDIDO, G. A. Os índices de sustentabilidade municipal e as ações e políticas direcionadas para o desenvolvimento sustentável: Um estudo exploratório em um município do brejo paraibano, In: **ENEGEP**, 2009.

BARROS, Matheus Ferreira. Análise dos Índices de Desenvolvimento Humano Municipais do Estado do Rio de Janeiro com Análise Envoltória de Dados. 2018.

BONELLI, Regis; FONSECA, Renato. Ganhos de produtividade e de eficiência: novos resultados para a economia brasileira. 1998.

CASADO, Frank Leonardo. Análise envoltória de dados: conceitos, metodologia e estudo da arte na educação superior. **Revista Sociais e Humanas**, v. 20, n. 1, p. 59-71, 2007.

CHARNES, Abraham; COOPER, William W.; RHODES, Edwardo. Measuring the efficiency of decision making units. **European journal of operational research**, v. 2, n. 6, p. 429-444, 1978.

COOPER, William W.; SEIFORD, Lawrence M.; TONE, Koru. A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software. **Data Envelopment Anal**, 2007.

DESPOTIS, Dimitris K. A reassessment of the human development index via data envelopment analysis. **Journal of the operational research society**, v. 56, n. 8, p. 969-980, 2005.

DOS SANTOS, Débora Vides; DE ABREU SOARES, Jorge; DA SILVA, Claudio Marcos Maciel. Aplicação do método DEA na análise do desempenho do mercado imobiliário: Um estudo de caso dos aluguéis médios da Barra da Tijuca e Adjacências. In: **Anais do Congresso Brasileiro de Custos-ABC**. 2014.

EMROUZNEJAD, Ali; YANG, Guo-liang. A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 61, p. 4-8, 2018.

ERHART, Sabrina; PALMEIRA, Eduardo Mauch. Análise do setor de transportes. **Observatório de la Economía Latinoamericana**, v. 1, p. 71, 2006.

FAGERIA, Nand Kumar. Otimização da eficiência nutricional na produção das culturas. **Embrapa Arroz e Feijão-Artigo em periódico indexado (ALICE)**, 1998.

FALCÃO, V.A. *et al.* Avaliação da Eficiência do Sistema de Transporte Brasileiro No Cenário Internacional Utilizando Análise Envoltória De Dados (DEA). In:

CONGRESSO DE PESQUISA E ENSINO EM TRANSPORTE DA ANPET, 33, 2019, Balneário Camboriú. Anais...Santa Catarina, 2019. p. 189-200.

GASPAR, Carlos. Eficiência energética na indústria. **Cursos de eficiência Energética, ADENE**, 2004.

HAIR, Jr. *et. al.*, Análise multivariada de dados, 6. ed., Porto Alegre, **Bookman**, 2009.

LA FORGIA, Gerard M.; COUTTOLENC, Bernard F. Desempenho hospitalar no Brasil. **São Paulo: Singular**, 2009.

LINS, Marcos Pereira Estellita; MEZA, Lúcia Angulo. Análise Envolvória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão. **Rio de Janeiro: Coppe/UFRJ**, 2000.

LINS, Marcos P. Estellita; CALÔBA, Guilherme M. Programação Linear. **Interciência: Rio de Janeiro**, 2006.

MAHLBERG, Bernhard; OBERSTEINER, Michael. Remeasuring the HDI by data envelopment analysis. **Available at SSRN 1999372**, 2001.

MARIANO, Enzo Barberio. **Crescimento econômico e desenvolvimento humano**: uma análise mundial da eficiência social de Estado-nação. 2012. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

MELLO, JCCBS et al. Curso de análise de envoltória de dados. **Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, v. 37, p. 2520-2547, 2005.

MELLO, João Carlos Correia Baptista Soares de *et al.* Análise de envoltória de dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras. **Pesquisa Operacional**, v. 23, n. 2, p. 325-345, 2003.

NEUMAYER, Eric. The human development index and sustainability—a constructive proposal. **Ecological Economics**, v. 39, n. 1, p. 101-114, 2001.

PEÑA, Carlos Rosano. Um modelo de avaliação da eficiência da administração pública através do método análise envoltória de dados (DEA). **Revista de Administração Contemporânea**, v. 12, n. 1, p. 83-106, 2008.

PRODANOV, Cleber Cristiano; DE FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição**. Editora Feevale, 2013.

RODRIGUEZ, J. M. M., Desenvolvimento sustentável: níveis conceituais e modelos. In: RODRIGUEZ, J. M. M.; SILVA, E. V. da, Desenvolvimento local sustentável, Fortaleza, Universidade Federal do Ceará, 2001.

ROMERO, Wanise Ferreira; FORTES, Mauri. Desenvolvimento humano das capitais brasileiras e das maiores cidades mineiras. **Revista Reuna**, v. 12, n. 3, 2007.

ROSANO-PEÑA, Carlos. Eficiência e impacto do contexto na gestão através do DEA: o caso da UEG. **Production**, v. 22, n. 4, p. 778-787, 2012.

SCHNEIDER, E, Gestão ambiental municipal: preservação ambiental e o desenvolvimento sustentável. Porto Alegre: **UNIVATES**, 2009.

SILVA, Ana Luiza Mendes. **Proposição de indicador de sustentabilidade para o nível local**: um estudo de caso aplicado ao estado do Rio de Janeiro. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Macaé, 2019.

TORRESI, S.I.C.; PARDINI, V.L.; FERREIRA, V.F. – O que é sustentabilidade? **Quim. Nova**, v.33 n. 1 São Paulo, p:58-67, 2010.

7. ANEXOS

7.1. ANEXO A - ETAPAS DE AGRUPAMENTO DOS MUNICÍPIOS

A Tabela abaixo apresenta as combinações dos 4 métodos de ligação com as 3 medidas de distância e seus respectivos número ideal de clusters e nível ideal de similaridade. Conforme pode ser notado, o melhor método e medida de distância que foram utilizados no agrupamento dos municípios em *clusters* são o centróide e euclidiana quadrada, respectivamente. Tal combinação apresentou o valor de similaridade maior que as demais 11 alternativas, com o valor de 95,489.

Tabela 44 - Comparativo entre as combinações de método de ligação e medida de distância (SILVA, 2019)

Método de ligação	Medida de distância	Número de clusters	Similaridade
Média	Euclidiana	4	73,748
Média	Euclidiana ²	4	92,373
Média	Manhattan	4	70,870
Centróide	Euclidiana	3	83,204
Centróide	Euclidiana ²	5	95,489
Centróide	Manhattan	3	81,400
Completa	Euclidiana	3	47,630
Completa	Euclidiana ²	3	72,574
Completa	Manhattan	3	33,714
Ward	Euclidiana	5	21,177
Ward	Euclidiana ²	4	64,835
Ward	Manhattan	6	21,091

Sobre a escolha do melhor número de cluster, foi realizada conforme exposto por Silva (2019), onde em seu trabalho tendo como base o método descrito por Hair (2009), o objetivo é obter um número pequeno de agrupamentos, facilitando a análise com alto grau de similaridade dentro dos grupos. Após a execução dos passos do processo de aglomeração, chegou-se que o agrupamento ideal para os dados coletados e calculados é aquele formado por 5 grupos para a combinação do método de ligação centróide e a medida de distância euclidiana ao quadrado. Vale ressaltar conforme exposto na Tabela acima, cada combinação de método e medida possui o seu número ideal de *clusters* tendo o maior valor de similaridade relacionado.

Silva (2019) exemplifica o método, descrevendo em que no momento que a similaridade apresentar uma grande diferença entre o agrupamento calculado e o anterior, este último calculado deve ser o número de *clusters* a ser escolhido. A Tabela abaixo

demostra o procedimento realizado para a aglomeração da combinação do método centroide com a medida euclidiana ao quadrado, onde se é possível observar a grande diferença entre as similaridades entre os passos 81 e 82, constatando a quantidade ideal de 5 agrupamentos.

Tabela 45 - Passos do processo de aglomeração (SILVA, 2019)

Passo	Nº de agrupados	Nível de similaridade	Nível de distância	Agrupados reunidos		Novo agrupado	Nº de obs. no novo agrupado
1	85	99,9846	0,0000369	13	27	13	2
2	84	99,9267	0,0001760	8	23	8	2
3	83	99,8984	0,0002440	44	48	44	2
4	82	99,8920	0,0002594	60	62	60	2
5	81	99,8734	0,0003040	30	67	30	2
6	80	99,8703	0,0003114	37	44	37	3
7	79	99,8621	0,0003311	31	68	31	2
8	78	99,8588	0,0003389	7	8	7	3
9	77	99,8525	0,0003541	29	56	29	2
10	76	99,8489	0,0003628	18	78	18	2
11	75	99,8342	0,0003979	32	77	32	2
12	74	99,8448	0,0003726	22	32	22	3
13	73	99,8138	0,0004470	21	58	21	2
14	72	99,8011	0,0004774	7	33	7	4
15	71	99,8004	0,0004792	55	60	55	3
16	70	99,7976	0,0004859	16	85	16	2
17	69	99,7935	0,0004956	18	24	18	3
18	68	99,7787	0,0005313	9	59	9	2
19	67	99,7774	0,0005343	71	79	71	2
20	66	99,7770	0,0005352	18	72	18	4
21	65	99,7267	0,0006560	19	29	19	3
22	64	99,7228	0,0006654	47	53	47	2
23	63	99,7162	0,0006812	4	63	4	2
24	62	99,7498	0,0006006	4	52	4	3
25	61	99,7181	0,0006766	4	75	4	4
26	60	99,6957	0,0007304	54	57	54	2
27	59	99,6840	0,0007584	21	50	21	3
28	58	99,6783	0,0007723	11	30	11	3
29	57	99,6524	0,0008344	16	19	16	5
30	56	99,6409	0,0008619	34	47	34	3
31	55	99,6327	0,0008817	7	82	7	5

32	54	99,6258	0,0008982	37	49	37	4
33	53	99,6155	0,0009231	22	38	22	4
34	52	99,5687	0,0010352	36	84	36	2
35	51	99,5587	0,0010594	2	21	2	4
36	50	99,5479	0,0010853	13	15	13	3
37	49	99,5221	0,0011472	5	12	5	2
38	48	99,5000	0,0012001	11	17	11	4
39	47	99,4999	0,0012006	13	22	13	7
40	46	99,4906	0,0012229	61	86	61	2
41	45	99,4903	0,0012235	16	31	16	7
42	44	99,4872	0,0012309	7	37	7	9
43	43	99,4651	0,0012839	11	45	11	5
44	42	99,4547	0,0013089	25	54	25	3
45	41	99,4538	0,0013111	26	41	26	2
46	40	99,4185	0,0013959	42	70	42	2
47	39	99,3372	0,0015909	2	9	2	6
48	38	99,3297	0,0016091	7	25	7	12
49	37	99,3164	0,0016410	7	69	7	13
50	36	99,2988	0,0016831	13	16	13	14
51	35	99,2801	0,0017282	11	83	11	6
52	34	99,1304	0,0020875	4	36	4	6
53	33	99,1268	0,0020961	64	71	64	3
54	32	99,1150	0,0021245	13	20	13	15
55	31	99,1118	0,0021320	11	55	11	9
56	30	99,0890	0,0021867	3	5	3	3
57	29	99,0501	0,0022801	4	18	4	10
58	28	99,0305	0,0023272	46	61	46	3
59	27	98,9672	0,0024792	66	74	66	2
60	26	98,8011	0,0028780	13	73	13	16
61	25	98,7619	0,0029719	43	65	43	2
62	24	98,5573	0,0034632	4	14	4	11
63	23	98,4856	0,0036352	1	11	1	10
64	22	98,5500	0,0034807	1	34	1	13
65	21	98,4352	0,0037562	2	7	2	19
66	20	98,3368	0,0039926	35	64	35	4
67	19	98,2500	0,0042007	6	28	6	2
68	18	97,9508	0,0049190	1	2	1	32
69	17	97,8505	0,0051599	13	80	13	17
70	16	97,7915	0,0053015	3	40	3	4
71	15	97,6720	0,0055882	4	51	4	12

72	14	97,6148	0,0057256	42	46	42	5
73	13	97,5978	0,0057663	4	10	4	13
74	12	97,5318	0,0059248	3	6	3	6
75	11	97,2829	0,0065224	13	26	13	19
76	10	96,9477	0,0073269	39	76	39	2
77	9	96,8479	0,0075666	4	66	4	15
78	8	96,4675	0,0084795	13	43	13	21
79	7	95,7579	0,0101830	13	35	13	25
80	6	95,6027	0,0105556	1	13	1	57
81	5	95,4892	0,0108279	3	39	3	8
82	4	90,4662	0,0228856	3	4	3	23
83	3	91,0989	0,0213668	3	81	3	24
84	2	90,2588	0,0233833	1	42	1	62
85	1	85,3394	0,0351922	1	3	1	86

Além da análise de agrupamento hierárquico, foi feito o procedimento não-hierárquico K-médias considerando K=5 agrupamentos (SILVA, 2019). Através desta análise não-hierárquica, é possível identificar o número de observações que cada *cluster* possui e também as informações acerca dos centroides.

Tabela 46 - Partição final do agrupamento (SILVA, 2019)

	Número de observações	Dentro da soma de quadrados do agrupado	Distância média do centroide	Distância máxima do centroide
Agrupado1	31	0,102	0,052	0,116
Agrupado2	26	0,086	0,052	0,110
Agrupado3	4	0,027	0,076	0,109
Agrupado4	19	0,054	0,050	0,081
Agrupado5	6	0,016	0,050	0,075

Tabela 47 - Centroides dos grupos (SILVA, 2019)

Variável	Agrupado1	Agrupado2	Agrupado3	Agrupado4	Agrupado5	Centroide global
Renda	0,7090	0,7062	0,6915	0,6736	0,7390	0,7016
Longevidade	0,8173	0,8181	0,8127	0,8060	0,8325	0,8159
Educação	0,6338	0,6480	0,5950	0,5578	0,6590	0,6213
IA	0,7530	0,8681	0,5091	0,6756	0,5949	0,7483

Tabela 48 - Distâncias entre os centroides dos grupos (SILVA, 2019)

	Agrupado1	Agrupado2	Agrupado3	Agrupado4	Agrupado5
Agrupado1	0,0000	0,1160	0,2476	0,1146	0,1636
Agrupado2	0,1160	0,0000	0,3632	0,2154	0,2758
Agrupado3	0,2476	0,3632	0,0000	0,1717	0,1187
Agrupado4	0,1146	0,2154	0,1717	0,0000	0,1474
Agrupado5	0,1636	0,2758	0,1187	0,1474	0,0000