



DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA DISCRETIZAÇÃO DE CILINDRO –  
PARABÓLICO

Naiara Rinco de Marques e Carmo

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
submetido ao Corpo Docente da Engenharia  
Mecânica do Campus Macaé da Universidade  
Federal do Rio de Janeiro, como parte dos  
requisitos necessários à obtenção do grau de  
Engenheira Mecânica.

Orientador: Diego Cunha Malagueta

Macaé – RJ  
Dezembro de 2016

DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA DISCRETIZAÇÃO DE CILINDRO –  
PARABÓLICO

Naiara Rinco de Marques e Carmo

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO  
CORPO DOCENTE DA ENGENHARIA MECÂNICA DO CAMPUS MACAÉ DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
ENGENHEIRA MECÂNICA.

Examinado por:

---

Prof. Diego Cunha Malagueta, D.Sc.

---

Profa. Elisa Pinto da Rocha.

---

Professor Mauricio Aguilar Nepomuceno de Oliveira

MACAÉ, RJ – BRASIL  
DEZEZEMBRO DE 2016

CARMO, Naiara Rinco de Marques e.

Desenvolvimento de *software* para discretização de cilindro – parabólico / Naiara Rinco de Marques e Carmo - Macaé: UFRJ, 2016.

**67** p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Diego Cunha Malagueta

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – UFRJ-Macaé/ Engenharia Mecânica, 2016.

Referências: p. 58-59.

1. Energia Solar Concentrada. 2. Discretização. 3. Cilindro – parabólico. I. Título.

Dedico em especial aos meus queridos  
idosinhos, Joarez e Conceição, por estarem ao  
meu lado em todos os momentos, de glória e  
de dificuldade.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, aos espíritos de Luz e Guias que sempre estiveram ao meu lado, me orientando, amparando quando foi necessário e se alegrando junto comigo.

Agradeço à minha família querida, em especial ao meu pai e à minha mãe. Esta conquista é nossa, e sou muito feliz por compartilhá-la com vocês. Obrigada por todo o carinho, cuidado e atenção.

Aos amigos da faculdade, que conheci por causa do curso e que guardo no coração por tudo o que vivemos e compartilhamos: obrigada pela paciência, principalmente!

Um agradecimento especial a Lucas e Érika, vocês são incríveis. Obrigada por me engrandecerem com a amizade de vocês.

Aos amigos que chegaram, aos que já foram, aos que permanecem em minha vida, vocês me ajudaram a amadurecer ao longo destes anos, e me ensinaram lições maravilhosas. Agradeço muito!

A minha querida equipe do estágio, a VTP/M (Manutenção), que me recebeu e me ensinou a trabalhar bem: cada um de vocês está guardado para sempre no meu coração! Muito obrigada pelo carinho e por tudo que me ensinaram!

Ao meu orientador Diego Malagueta, o mais debochado, bem vestido, cabeludo e bronzeado da engenharia mecânica: agradeço-te por todos os ensinamentos, puxões de orelha, longos debates sobre este trabalho – e sobre a abrangência dele. Obrigada por ser um grande marco nesta fase de minha vida.

Obrigada, Giovanni Belloni Fernandes Braga, por todas as conversas sobre este trabalho, e todas as boas ideias que tive a partir desses debates. Você é dez, cara!

E um agradecimento especial à banda AC/DC, porque essas músicas incríveis me trouxeram grande motivação em vários momentos em que não estava inspirada para escrever ou tinha dificuldades no desenvolvimento de algum método apresentado aqui.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado a Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenharia Mecânica.

## DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA DISCRETIZAÇÃO DE CILINDRO – PARABÓLICO

Naiara Rinco de Marques e Carmo

Dezembro/2016

Orientador: Diego da Cunha Malagueta

Curso: Engenharia Mecânica

Este trabalho propõe uma metodologia para discretização de uma geometria parabólica comumente utilizada em plantas CSP (*Concentrated Solar Power*) destinadas à geração de eletricidade. A discretização de um cilindro – parabólico tem por objetivo simplificar o processo de fabricação dos coletores e consequentemente reduzir o custo final do projeto. O percentual de incidência no absorvedor do arranjo discretizado está intimamente relacionado à largura dos espelhos e ao posicionamento de cada um deles em uma estrutura base. Os arranjos discretizados e o comportamento da radiação incidente em cada um deles foram modelados e simulados em Matlab®. O trabalho fornece detalhes de algumas geometrias suficientes para fabricação de protótipo, analisando-as e comparando-as entre si.

Palavras Chaves: Energia Solar Concentrada, Discretização, cilindro-parabólico.

Abstract of the Graduation Project submitted to the UFRJ as part of the requirements for the degree of Mechanical Engineer.

## CYLINDER-PARABOLIC DISCRETIZATION FOR USE IN PLANT CSP

Naiara Rinco de Marques e Carmo

December/2016

Advisor: Diego da Cunha Malagueta

Course: Mechanical Engineering

This paper proposes a methodology for discretization of a parabolic geometry commonly used in CSP (Concentrated Solar Power) plants aimed at generating electricity. The discretization of a cylinder - parabolic aims to help simplify the manufacturing of collectors and consequently reduce the final cost of the project. The discrete arrangement of the reflection percentage is closely related to the width of the mirrors and the position of each of them on a base structure. The discretized arrangements and the behavior of the incident radiation on each of them were modeled and simulated in Matlab. The paper also gives details of some geometries for prototype manufacturing, analyzing them and comparing each other.

Keywords: Concentrated Solar Power, Discretization, Cylinder-parabolic.

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	13
1.1. JUSTIFICATIVA .....	14
1.2. MOTIVAÇÃO .....	15
2. TEORIA RELACIONADA .....	18
2.1. O CONCENTRADOR SOLAR CILÍNDRICO – PARABÓLICO .....	18
2.2. ARRANJOS: CONTEXTUALIZAÇÃO .....	20
2.2.1. O CICLO RANKINE .....	20
2.2.2. CARACTERIZAÇÃO DE FENÔMENOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO SISTEMA CSP....	22
2.2.2.1. AS TROCAS TÉRMICAS NO ABSORVEDOR.....	23
2.3. A RADIAÇÃO SOLAR DIRETA .....	24
3. METODOLOGIA.....	25
3.1. DISCRETIZAÇÃO DO CILINDRO – PARABÓLICO.....	25
3.1.1. ALGORITMO DE DISCRETIZAÇÃO.....	25
3.1.2. ALGORITMO DE INTERAÇÃO COM O ABSORVEDOR .....	30
3.1.3. ALGORITMO PARA CÁLCULO DO PERCENTUAL DE INCIDÊNCIA NO ABSORVEDOR.....	35
3.1.4. ALGORITMO PARA TRATAMENTO ESTATÍSTICO .....	37
3.1.5. ANÁLISE OPTICA DA DISCRETIZAÇÃO .....	37
4. RESULTADOS .....	40
4.1. DETERMINAÇÃO DE RELAÇÃO ENTRE O DIÂMETRO EXTERNO DO RECEPTOR E A LARGURA DO ESPELHO DISCRETO .....	42
4.1.1. ARRANJO 1 ( $l = 90cm$ ) .....	42
4.1.2. ARRANJO 2 $l = 5,5cm$ .....	47
4.1.3. ARRANJO 3 ( $l = 4,5cm$ ) .....	53
4.1.4. ANÁLISE GERAL.....	55
5. CONCLUSÃO .....	60
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	60
REFERÊNCIAS.....	62
ANEXOS .....	64
ANEXO A – COORDENADAS PARA ARRANJO DISCRETIZADO .....	64
ARRANJO 2 ( $l = 5,5cm$ ).....	64
ARRANJO 3 ( $l = 4,5cm$ ).....	66

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Planta CSP no Vale do Açú/RN. ....	17
Figura 2: Funcionamento de cilindro – parabólico mediante incidência de radiação solar. ....	18
Figura 3: Usina Solar no campus Cefet/MG. ....	19
Figura 4: Cilindro – parabólico em 2D modelada no Matlab®. ....	20
Figura 5: Esquema de ciclo Rankine. ....	21
Figura 6: Comportamento $T \times s$ típico de um ciclo Rankine. ....	21
Figura 7: Radiação solar Global e suas Componentes. ....	24
Figura 8: Representação esquemática de uma parábola. ....	26
Figura 9: Segmento Discreto (Detalhe). ....	26
Figura 10: Segmento Discreto (Detalhe no ponto médio). ....	27
Figura 11: Definição do primeiro ponto do arranjo discretizado. ....	27
Figura 12: Orientação da discretização. ....	28
Figura 13: Definição de ângulo base de segmento discreto. ....	28
Figura 14: Definição de reta base de segmento discreto. ....	28
Figura 15: Determinação do segmento seguinte. ....	29
Figura 16: Determinação do ponto médio seguinte. ....	30
Figura 17: Critério de parada da discretização. ....	30
Figura 18: Reflexão de um segmento discreto na direção do absorvedor. ....	31
Figura 19: Reflexão onde há incidência completa no absorvedor. ....	33
Figura 20: Caso de Reflexão onde não há incidência no absorvedor. ....	33
Figura 21: Caso 1 de Incidência parcial no absorvedor. ....	34
Figura 22: Caso 2 de Incidência parcial no absorvedor. ....	34
Figura 23: Caso 3 de Incidência parcial no absorvedor. ....	35
Figura 24: Esquema de funcionamento do software desenvolvido. ....	40
Figura 25: Orientação do processo de discretização. ....	41
Figura 26: Arranjo 1 ( $l = 90cm$ ): Sistema discreto em 3D (Hemisfério positivo). ....	42
Figura 27: Arranjo 1 ( $l = 90cm$ ): Comparativo em 2D entre o sistema contínuo e o discreto. ....	43
Figura 28: Arranjo 1 ( $l = 90cm$ ): Comparativo entre um espelho discreto e a curva contínua. ....	44
Figura 29: Arranjo 1 ( $l = 90cm$ ): Reflexão de um espelho discreto. ....	45
Figura 30: Arranjo 2 ( $l = 5, 5cm$ ): Sistema discreto em 3D (Hemisfério positivo). ....	48
Figura 31: Arranjo 2 ( $l = 5, 5cm$ ): Comparativo em 2D entre o sistema contínuo e o discreto. ....	49
Figura 32: Arranjo 2 ( $l = 5, 5cm$ ): Comparativo entre um espelho discreto e a curva contínua. ....	50
Figura 33: Arranjo 2 ( $l = 5, 5cm$ ): Reflexão de um espelho discreto. ....	51
Figura 34: Arranjo 3 ( $l = 4, 5cm$ ): Reflexão de um espelho discreto. ....	53

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Projetos que empregam a tecnologia CSP no mundo .....	15
Gráfico 2: Quantidade de projetos que empregam a tecnologia CSP no mundo. ....	15
Gráfico 3: Relação entre a razão de concentração e a temperatura de operação do absorvedor.....	38
Gráfico 4: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Incidência Local de Radiação por Espelho (m).....	46
Gráfico 5: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Incidência Local Radiação no Absorvedor por Espelho (m).....	46
Gráfico 6: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Percentual Local de Incidência no .....	47
Gráfico 7: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Incidência Local de Radiação por Espelho (m). ....	52
Gráfico 8: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Incidência local no absorvedor (m). ....	52
Gráfico 9: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Percentual Local de Incidência no Absorvedor (%). ....	52
Gráfico 10: Arranjo 3 ( $l = 4,5\text{cm}$ ): Incidência Local de Radiação por Espelho (m).....	54
Gráfico 11: Arranjo 1 ( $l = 4,5\text{cm}$ ): Incidência local no absorvedor (m). ....	54
Gráfico 12: Percentual total de incidência no absorvedor por arranjo (%). ....	56
Gráfico 13: Incidência total por arranjo (m).....	57
Gráfico 14: Incidência total no absorvedor por arranjo (m). ....	57
Gráfico 15: Razão $l/D$ por arranjo. ....	58
Gráfico 16: Razão de concentração por arranjo. ....	59

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Informações sobre o cilindro – parabólico.....	19
Tabela 2: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Resultados.....	45
Tabela 3: ARRANJO 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Resultados. ....	51
Tabela 4: ARRANJO 2 $l = 4,5\text{cm}$ : Resultados.....	54
Tabela 5: Resultados gerais para diversas larguras de espelho. ....	55

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_a$	Área do absorvedor
$A_r$	Área do receptor (cilindro-parabólico contínuo)
$C$	Razão de concentração
$D$	Diâmetro de absorvedor genérico
$D_{ext}$	Diâmetro externo do absorvedor
$K$	Constante para equação da parábola contínua
$L$	Comprimento da parábola
$l$	Largura do espelho plano no arranjo discretizado
$N$	Número de espelhos de um arranjo genérico
$p$	Distância do foco ao vértice da parábola contínua
$\pi$	Pi
$\rho$	Covariância
$W_a$	Abertura da parábola contínua
$x_0$	Abcissa do centro de uma circunferência genérica
$x_i$	Abcissa geral
$\bar{x}_i$	Média de todos os valores $x_i$
$x_{inf}$	Abcissa do ponto inferior de um segmento discreto
$x_{mid}$	Abcissa do ponto médio de um segmento discreto
$x_{ref}^{inf}$	Abcissa do vetor reflexão do ponto inferior de um segmento discreto
$x_{ref}^{sup}$	Abcissa do vetor reflexão do ponto superior de um segmento discreto
$x_{sup}$	Abcissa do ponto superior de um segmento discreto
$y_0$	Ordenada do centro de uma circunferência genérica
$y_i$	Ordenada geral
$\bar{y}_i$	Média de todos os valores $y_i$
$y_{inf}$	Ordenada do ponto inferior de um segmento discreto
$y_{mid}$	Ordenada do ponto médio de um segmento discreto
$y_{ref}^{inf}$	Ordenada do vetor reflexão do ponto inferior de um segmento discreto
$y_{ref}^{sup}$	Ordenada do vetor reflexão do ponto superior de um segmento discreto
$y_{sup}$	Ordenada do ponto superior de um segmento discreto

# 1. INTRODUÇÃO

O uso de fontes renováveis de energia tem crescido consideravelmente. Tal desenvolvimento baseia-se não somente na importância em reduzir o consumo de hidrocarbonetos como também no imenso potencial de gerar energia com o menor impacto possível (EDX Courses, 2015).

É fato que a queima de combustíveis fósseis para geração de força motriz é um processo deveras comum e bem conhecido na sociedade atual. Todavia, esta técnica tem contribuído negativamente com o planeta. Fenômenos como efeito estufa, destruição das calotas polares, chuva ácida, entre outros nunca foram tão debatidos (EDX Courses, 2015).

Em regiões metropolitanas é cada vez mais comum a ocorrência de problemas respiratórios geralmente causados por um ar repleto de partículas agressivas ao sistema humano (HARGRAVE & PAULSEN, 2012).

Por outro lado, compreender a gravidade das consequências que o atual sistema causa na própria sociedade é o primeiro passo para mudanças. Inclusive, inovações têm acontecido na área de fontes alternativas de energia, causando menos impacto e aproveitando recursos que a natureza fornece de modo mais fácil e prático que hidrocarbonetos de longa cadeia carbônica.

É fato que os recursos existem e são de fácil acesso. Cabe à humanidade desenvolver a tecnologia necessária para captá-la e aproveitá-la de acordo com seus interesses.

Neste cenário, um país rico como o Brasil leva vantagem. Afinal, uma economia emergente e com tantos recursos naturais tem a fácil alcance diversas fontes energéticas de grande potencial.

O Capítulo 1 introduz o contexto deste trabalho, assim como a justificativa e a motivação para o mesmo.

O Capítulo 2 traz a teoria que embasa o projeto.

O Capítulo 3 refere-se à metodologia de trabalho utilizada.

O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos e uma análise dos mesmos.

O Capítulo 5 mostra as conclusões do trabalho, bem como as considerações finais.

## 1.1. JUSTIFICATIVA

Economia Verde é um conceito que vem ganhando importância no cenário atual. Trata-se da implantação de processos produtivos – seja no âmbito comercial, agrícola ou industrial – gerando não apenas benefícios econômicos, como também proporcionando desenvolvimento sustentável e social (ARBEX et al., 2012).

Ainda que tais práticas a princípio soem utópicas, é importante ressaltar que é possível aperfeiçoar a gestão de negócios, bens e serviços, tornando-os menos impactantes ao ambiente e inclusive mais rentáveis.

Neste quesito, o uso de energias renováveis surge como um investimento atraente, posto que deriva de recursos que são reabastecidos naturalmente e rapidamente.

Uma das áreas mais atraentes dentro deste campo é a solar. Estudos mostram que a radiação solar que chega à Terra em 90 minutos é suficiente para suprir a demanda energética global de um ano inteiro (*International Energy Agency - IEA*, 2011). É dela que deriva a maior parte das formas de energia.

Afinal, o vento, por exemplo, é um fenômeno decorrente de diferenciais de pressão e densidade de massas de ar geradas por absorção de calor (VAN WYLEN & SONNATAG, 1976).

Segundo a IEA *apud* site Energia Heliotérmica (2014), a energia solar será a maior fonte de eletricidade no mundo até 2050. Isso mostra a importância de estudos nesta área.

A geração de energia solar é comumente encontrada no Brasil a partir de três tecnologias básicas: a fotovoltaica, a energia solar térmica, e a energia solar concentrada (*Concentrated Solar Power, CSP*), que, embora recente no país, possui bastante potencial de implantação.

Esta última consiste em concentrar a radiação incidente em uma grande área para um volume reduzido, por onde circula o fluido térmico. Estes dispositivos consistem de geometrias espelhadas capazes de concentrar a radiação que incide em toda a geometria em uma única região bem menor, pela qual circula o fluido, e permitindo assim aumentar o fluxo de radiação nesta área à média e alta temperatura.

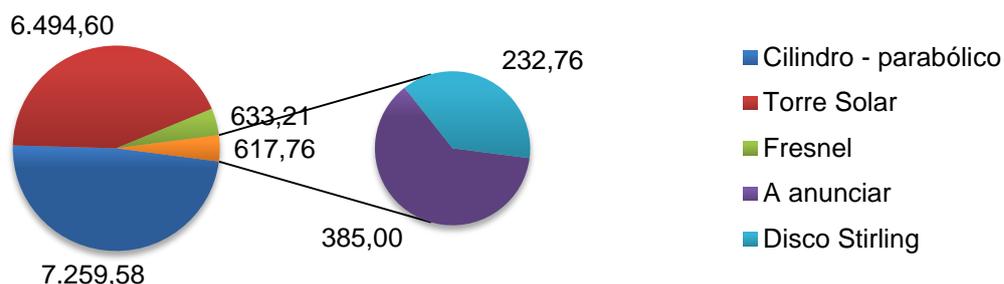
Este, por sua vez, recebe a energia térmica e esta pode ser convertida em eletricidade, por meio de centrais de potência. Tais sistemas devem ser orientados

de modo a captar a radiação solar direta, de modo a garantir sua funcionalidade (DUFFIE & BECKMANN, 1980). Sistemas concentradores de energia solar encontram boa funcionalidade em casos onde se almeja uma temperatura de fluido térmico mais alta, por volta dos 500°C.

## 1.2. MOTIVAÇÃO

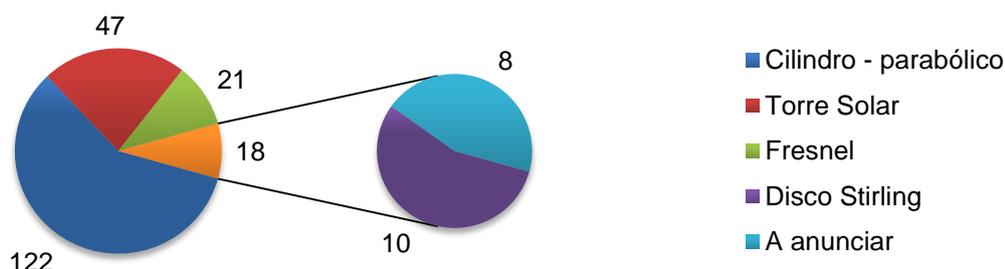
Como dito na seção 1.1, os sistemas CSP consistem em focar a energia solar em uma região ou ponto visando gerar eletricidade ou aquecer um fluido térmico. Os mais comuns são: Fresnel, Torre Solar, Disco Stirling e Cilindro – Parabólico.

Os Gráficos 1 e 2 apresentam os projetos que empregam a tecnologia CSP no mundo, seja os que estão em construção, desenvolvimento (Na legenda consta como “A anunciar”) ou até já implantados (Site CSP World, 2016).



**Gráfico 1: Projetos que empregam a tecnologia CSP no mundo em potência de instalação (MW).**

Fonte: Site CSP World (2016), adaptado pela autora.



**Gráfico 2: Quantidade de projetos que empregam a tecnologia CSP no mundo.**

Fonte: Site CSP World (2016), adaptado pela autora.

É possível notar que o desenvolvimento científico na área de projetos cilíndrico – parabólicos tem ganhado força. Embora muito úteis, sua utilização é deveras dispendiosa. (Site Energia Heliotérmica, 2014).

Os pioneiros no desenvolvimento de tecnologias CSP são Alemanha, Espanha e Estados Unidos (MALAGUETA, 2013; PEÑAFIEL, 2016). O Brasil ainda não possui projetos completamente implantados nesta área, embora haja alguns em estado de implantação e desenvolvimento (PEÑAFIEL, 2016).

O projeto SMILE (Sistema Solar Híbrido com Microturbina para Geração de Eletricidade e Cogeração de Calor na Agroindústria) consiste em equipamentos que focam a radiação solar em uma torre receptora que contém um trocador de calor.

Ele prevê a construção de duas usinas solares, uma em Pirassununga/SP e outra em Caiçara do Rio do Vento/RN, ambas com torres de 100kW de potência instalada (Site Energia Heliotérmica, 2015b).

Outro projeto nacional localiza-se em Petrolina/PE, e emprega a tecnologia de geometrias cilindro – parabólicas para concentração da radiação solar. A capacidade instalada é de 1MW (Site Energia Heliotérmica, 2015b).

Há também o Laboratório Solar Térmico da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI). Este faz parte de um projeto de pesquisa e desenvolvimento da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), chamado “Sistema Híbrido Solar Biomassa - SHSB”.

Ele conta com uma estrutura que abrange diversos equipamentos, entre eles dois sistemas disco Stirling de 1 kWe de potência cada e um coletor de 3,7 m de diâmetro, além de um sistema de Ciclo Orgânico de Rankine (ORC) com concentradores cilindro – parabólicos e potência de 5kWe (Site Energia Heliotérmica, 2015b).

Outro projeto, financiado pela Petrobrás, conta com uma planta CSP no Vale do Açu/RN, para avaliação do potencial de geração de calor de processo na região. O objetivo inicial é a construção de uma planta heliotérmica focada no tratamento e na separação de óleo e na redução do consumo elétrico nos edifícios da empresa. A construção prevê uma capacidade instalada de 3 MW com a tecnologia torre solar (Site Energia Heliotérmica, 2015b). A Figura 1 mostra este sistema inicial de avaliação, a partir de discos Stirling.



**Figura 1: Planta CSP no Vale do Açu/RN.  
Fonte: Site Energia Heliotérmica (2015b).**

Ainda que este trabalho seja motivado por sua aplicabilidade em plantas CSP, vale destacar que espelhos cilindro – parabólicos são empregados não só em centrais de potência, como também em sistemas de aquecimento de fluidos (MOURA, 2007), fogões solares, processos de destilação (GIRALDO et al, 2005), entre outros.

Além disso, esta geometria e técnica de concentração de energia em uma região embasam o funcionamento de radiotelescópios, muito utilizados em radioastronomia (SÁNCHEZ, 2007).

## 2. TEORIA RELACIONADA

Este trabalho visa estudar o efeito da discretização de um cilindro parabólico aplicado a CSP para geração de energia elétrica.

Para tanto, é necessário entender os seguintes temas:

- Componentes e funcionamento de um Concentrador Solar Cilindro – Parabólico;
- Componentes e funcionamento de um Ciclo Rankine;
- Fundamentos da transferência de calor entre corpos.

Estes tópicos serão apresentados nas seções 2.1, 2.2 e 2.3, respectivamente.

### 2.1. O CONCENTRADOR SOLAR CILÍNDRICO – PARABÓLICO

Este sistema basicamente emprega a geometria de um cilindro – parabólico espelhado para concentrar a radiação direta na região focal do mesmo. Por ele circula um fluido térmico que é aquecido.

Idealmente, toda radiação que incide diretamente no cilindro – parabólico será refletida para o foco. Por este motivo, apenas a radiação direta é aproveitada, e não a difusa. A Figura 2 mostra a incidência em um cilindro – parabólico.



Figura 2: Funcionamento de cilindro – parabólico mediante incidência de radiação solar.  
Fonte: Miller e Lumby (2012), adaptado pela autora.

O sistema consiste de um cilindro (ou calha) parabólico côncavo e espelhado, uma estrutura suporte do conjunto, um absorvedor da radiação refletiva pelo cilindro – parabólico e um mecanismo de rastreamento da posição do Sol.

É comum utilizar uma cobertura de vidro em torno do tubo coletor e vácuo entre os dois materiais, permitindo diminuir as perdas térmicas (DUFFIE & BECKMANN, 1980).

As dimensões utilizadas neste trabalho para o cilindro - parabólico basearam-se no projeto já em vigor da Usina Solar localizada no campus do CEFET/MG. A Figura 3 mostra o protótipo.



**Figura 3: Usina Solar no campus Cefet/MG.**

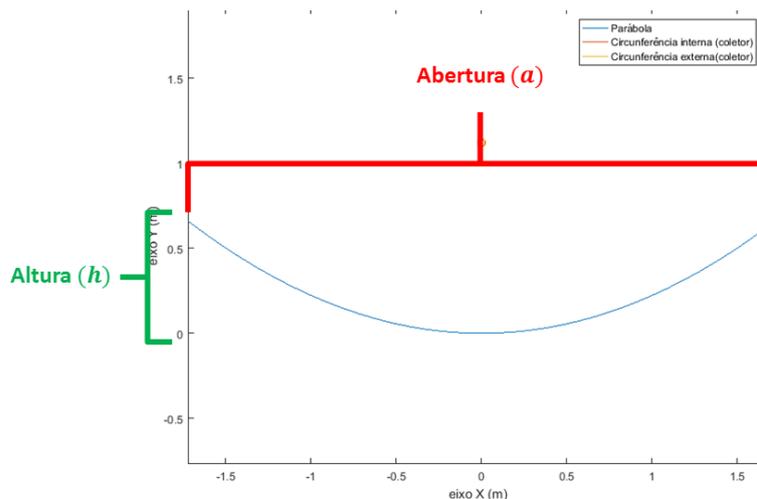
**Fonte: Site CEFET/MG (2015).**

As informações dimensionais sobre o cilindro – parabólico são apresentadas na Tabela 1 e sua modelagem no Matlab® é apresentada na Figura 5.

**Tabela 1: Informações sobre o cilindro – parabólico.**

<b>Receptores Solares (Cilindro – Parabólico contínuo)</b>	Comprimento	3,750 m
	Abertura	$a = 3,440 m$
	Concentração Geométrica	71
	Distância focal	$f = 1,121 m$
	Altura	$h = 0,086 m$
<b>Tubo absorvedor</b>	Material	Aço Inoxidável AISI 304, Schedule 40
	Diâmetro externo	$48,3 mm \cong 48 mm$

**Fonte: BRAGA (2008), apud PESSOA (2014), adaptado pela autora.**



**Figura 4: Cilindro – parabólico em 2D modelada no Matlab®.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

## 2.2. ARRANJOS: CONTEXTUALIZAÇÃO

É importante ressaltar que o fluido térmico em um circuito CSP armazena energia térmica e, por meio de um dispositivo, parte desta energia é transferida para outro fluido. Este último contém grande quantidade de energia que será convertida em energia elétrica através de um ciclo de potência.

A mudança de fluidos se faz necessária devido à aplicabilidade e propriedades de cada substância. No ramo de Energia Solar Concentrada, o ciclo mais usado é o Rankine (DUFFIE & BECKMANN, 1980). Este será apresentado na seção 2.2.1.

### 2.2.1. O CICLO RANKINE

Trata-se de um ciclo termodinâmico capaz de converter calor em trabalho. Nele, uma fonte térmica a alta temperatura fornece calor ao fluido de trabalho. Este calor é convertido em trabalho em uma turbina. As Figuras 6 e 7 ilustram o ciclo e seu gráfico  $T X_s$ , respectivamente.

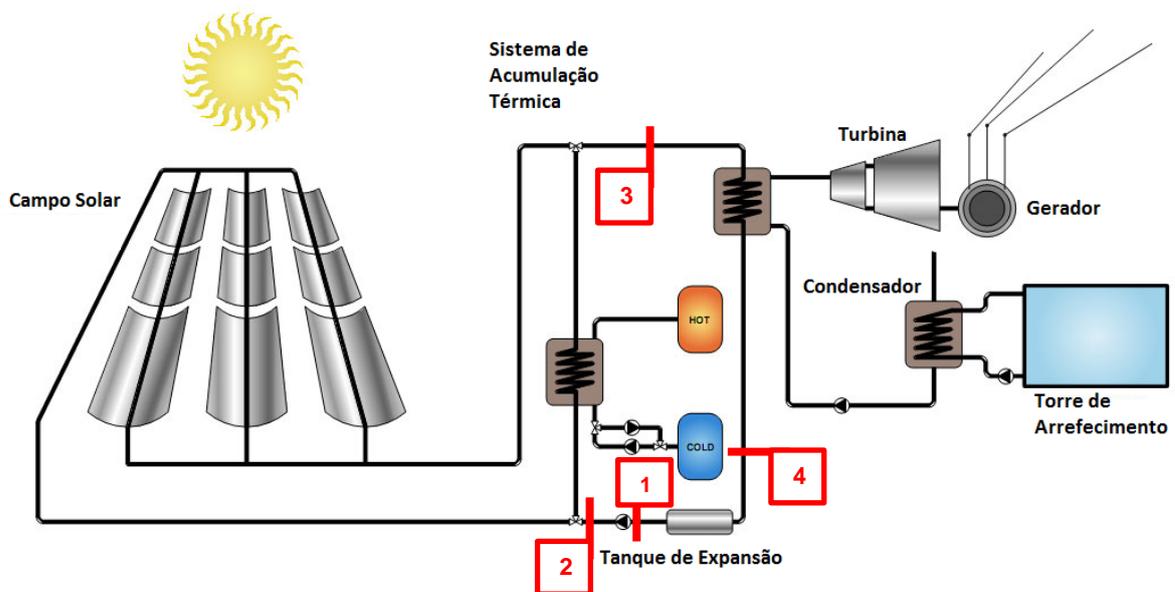


Figura 5: Esquema de ciclo Rankine.  
Fonte: SILVA (2013), p. 36.

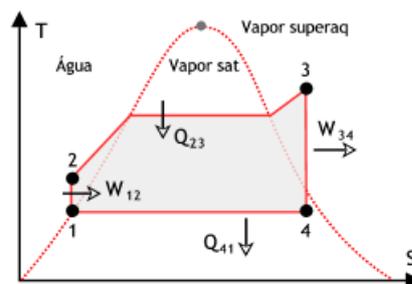


Figura 6: Comportamento T x s típico de um ciclo Rankine.  
Fonte: Site MSPC (2015).

O ciclo Rankine ideal opera da seguinte maneira – considerando as etapas da Figura 2 (VAN WYLEN & SONNATAG, 1976):

- 1 – 2: Aumento de pressão isoentrópica por bombeamento. O fluido de trabalho torna-se um líquido comprimido. O processo consome trabalho.
- 2 – 3: Aumento de temperatura a pressão constante proveniente de troca térmica com fonte a alta temperatura. Formação de vapor superaquecido.
- 3 – 4: Geração de trabalho proveniente de expansão em turbina. Processo adiabático reversível, reduzindo pressão e temperatura do fluido de trabalho. O fluido de trabalho não mais apresenta título unitário.
- 4 – 1: Troca térmica com a fonte a baixa temperatura, reduzindo a entalpia do fluido de trabalho a pressão constante.

Costuma-se trabalhar com fluidos distintos no campo solar e no ciclo Rankine, visando aproveitar melhor as propriedades de ambos os processos.

## 2.2.2. CARACTERIZAÇÃO DE FENÔMENOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO SISTEMA CSP

O processo de transferência de calor é definido como “a energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperatura no espaço.” (INCROPERA & DEWITT, 1998, p.2).

Pode-se referir às diferentes formas de transferir calor como: condução, convecção ou radiação (INCROPERA & DEWITT, 1998).

O primeiro deles ocorre através de um gradiente de temperatura em um meio sólido. Neste caso, a energia é transferida a partir de choques entre moléculas adjacentes, e tais colisões são propagadas ao longo do meio material. Estes choques ocorrem de moléculas mais energéticas para moléculas menos energéticas (INCROPERA & DEWITT, 1998).

O segundo, por outro lado, ocorre entre uma superfície e um fluido – ou entre fluidos, a exemplo do vento – quando há gradientes de temperatura entre eles. Neste caso, a diferença de temperatura gera gradientes de densidade, e por sua vez, gradientes de pressão. Estes, por fim, são responsáveis pela movimentação de massas fluidas na direção do gradiente (INCROPERA & DEWITT, 1998).

A convecção pode se caracterizar como livre ou forçada, de acordo com a natureza do escoamento do fluido. A forçada ocorre quando o escoamento é promovido por meios externos, tais como um ventilador ou uma corrente de vento.

Já no caso da convecção natural (ou livre), o escoamento é induzido por forças de empuxo, ocasionadas por diferenças de densidades devido a gradientes de temperatura (INCROPERA & DEWITT, 1998).

Peças de roupa secando ao sol sem correntes de vento são um exemplo de convecção natural. O ar que entra em contato com as peças de roupa aumenta de temperatura em relação à área adjacente, provocando uma diferença de densidades. O ar mais próximo às roupas, sendo mais leve, movimenta-se de modo ascendente, e o ar adjacente, mais pesado e frio, ocupa seu lugar próximo à roupa.

Já o terceiro baseia-se no fato de que substâncias a temperatura não nula são capazes de emitir energia na forma de ondas eletromagnéticas. Este fenômeno, embora mais comumente seja tratado para sólidos, é comum a todos os estados da matéria (INCROPERA & DEWITT, 1998).

É importante ressaltar que tanto condução quanto convecção são fenômenos dependentes de um meio material para ocorrerem, ao contrário da radiação. Este fato permite, por exemplo, que os planetas e demais corpos celestes sejam aquecidos por estrelas apesar da grande distância e ausência de massa entre eles.

#### 2.2.2.1. AS TROCAS TÉRMICAS NO ABSORVEDOR

Pode-se avaliar as trocas térmicas no absorvedor considerando os três componentes básicos de um arranjo: o cilindro – parabólico (ou conjunto de espelhos discretizados), o absorvedor e as vizinhanças (ambiente).

Para um cilindro – parabólico contínuo ideal, toda a radiação direta incidente no espelho é refletida para o absorvedor.

Já para o arranjo discretizado, a radiação incide diretamente sobre cada espelho plano e é refletida. Desta, um percentual atinge o absorvedor, o qual constitui a entrada de radiação no absorvedor.

A refletividade de uma superfície é uma propriedade que determina a fração da radiação incidente que é refletida por uma superfície. Ela depende não só da direção da radiação incidente como também da direção da radiação refletida. Para superfícies difusas, por exemplo, a radiação refletida independe da direção da radiação incidente e do ângulo de reflexão (INCROPERA & DEWITT, 1998).

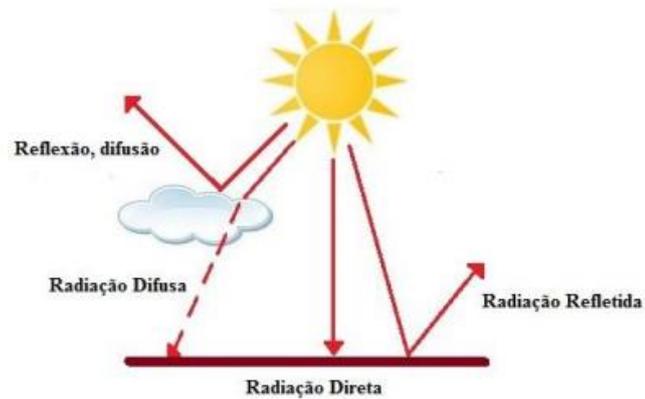
No entanto, para uma superfície especular, o ângulo entre a radiação incidente e uma normal à superfície e o ângulo da reflexão com a normal é o mesmo, o que dispensa equacionamentos complexos. Embora nenhuma substância seja perfeitamente especular, é possível aproximar esta condição para espelhos planos – superfícies polidas e especulares.

Assim, chega-se ao ponto em que a radiação refletida atinge o absorvedor. As trocas térmicas envolvidas nesta região não serão analisadas neste trabalho.

### 2.3. A RADIAÇÃO SOLAR DIRETA

De toda a radiação solar que chega ao planeta, parte dela é absorvida pela atmosfera, antes de chegar ao solo. Esta radiação é chamada Global, e possui duas componentes: uma difusa e uma direta, a qual é o recurso utilizado por um cilindro – parabólico. A Figura 8 ilustra este processo.

A radiação direta é a parte mais importante para a geração CSP, dado que a difusa é dispersa e atenuada pela reflexão em componentes da atmosfera, seja nuvens, poeira e demais partículas presentes no ar (INCROPERA & DEWITT, 1998).



**Figura 7: Radiação solar Global e suas Componentes.**  
Fonte: BIANCHINI (2013), p. 6.

### 3. METODOLOGIA

Esta seção apresenta a metodologia de trabalho utilizada para discretização do cilindro – parabólico e cálculo do percentual de incidência no absorvedor de arranjos discretizados.

Estas etapas são melhor apresentadas nas seções 3.1, 3.2 e 3.3, respectivamente.

#### 3.1. DISCRETIZAÇÃO DO CILINDRO – PARABÓLICO

Inicialmente foi necessário caracterizar o arranjo discretizado do cilindro – parabólico, e analisar a proximidade da curva obtida com a curva contínua. Para tanto, foi desenvolvido um algoritmo que retornasse os pontos da curva discretizada e o percentual de incidência no absorvedor obtido a partir da incidência. A seguir, foi feito um tratamento estatístico a fim de avaliar a qualidade dos dados calculados.

Por fim, buscou-se analisar se há uma relação matemática entre a largura de espelho plano e o percentual de incidência no absorvedor obtido para a incidência. Isto permite avaliar a eficiência não só do campo solar como também da geração de potência para diversas larguras de espelho.

##### 3.1.1. ALGORITMO DE DISCRETIZAÇÃO

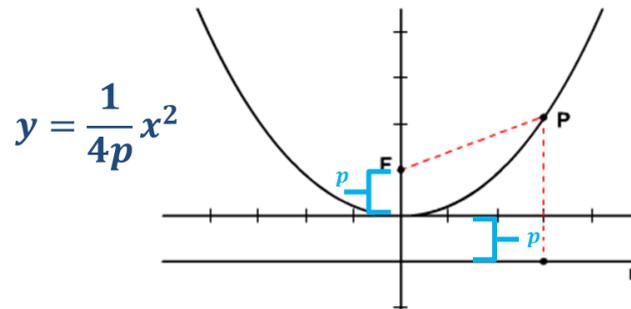
Matematicamente, a função parabólica é modelada por uma expressão do tipo:

$$y = K \cdot x^2 \quad (1)$$

onde K é uma constante dada por:

$$K = \frac{1}{4p} \quad (2)$$

onde  $p$  é a distância do foco ao vértice da parábola. Graficamente, é representada na Figura 9.



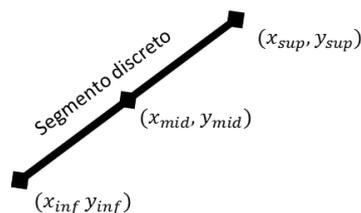
**Figura 8: Representação esquemática de uma parábola.**  
**Fonte: Site ECalculo, adaptado pela autora.**

Foi elaborado um algoritmo em Matlab ® que buscou determinar, para uma largura de espelho constante:

- O número total de espelhos requeridos no arranjo discretizado;
- O posicionamento de cada espelho no plano cartesiano;
- A incidência proporcional a cada espelho plano;
- O percentual de incidência no absorvedor atingido em cada espelho plano e o percentual total de incidência no absorvedor para o arranjo.

A discretização da curva parabólica baseou-se nos seguintes princípios:

- Cada segmento discreto é formado por três pontos: um na extremidade superior, um na inferior, e um no ponto médio (Figura 9);

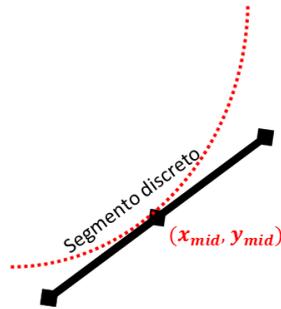


**Figura 9: Segmento Discreto (Detalhe).**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

- Considerando que a vista em 2D do perfil do espelho discretizado é uma linha reta, a lateral de cada segmento discreto (Figura 9) é definida como um segmento de reta. Neste caso, há uma reta cuja equação contempla os três

pontos que definem cada segmento. Os coeficientes angular e linear destas retas são utilizados ao longo do algoritmo.

- c. A base de cálculo considera o ponto médio do segmento, porque a reta base de cada segmento discreto é tangente à parábola contínua neste ponto (Figura 10);



**Figura 10: Segmento Discreto (Detalhe no ponto médio).**  
Fonte: Elaborado pela autora.

- d. O ponto mais alto da parábola contínua (abertura/2; altura) é o ponto médio do primeiro segmento discreto (Ponto Vermelho – Figura 11);



**Figura 11: Definição do primeiro ponto do arranjo discretizado.**  
Fonte: Elaborado pela autora.

- e. A discretização é feita a partir do ponto mais alto da parábola (abertura/2; altura) em direção ao vértice da mesma (Figura 12).

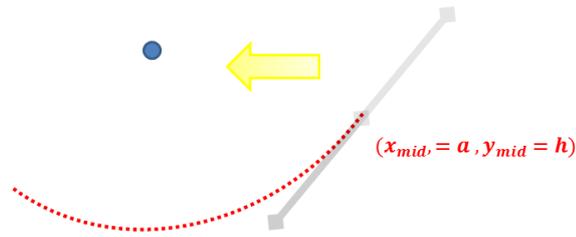


Figura 12: Orientação da discretização.  
Fonte: Elaborado pela autora.

f. Calcula-se o ângulo que o segmento possui com a horizontal (Figura 13);

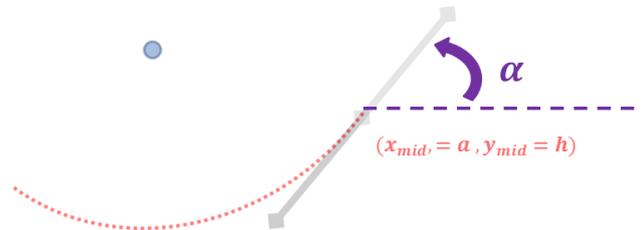


Figura 13: Definição de ângulo base de segmento discreto.  
Fonte: Elaborado pela autora.

g. Calculam-se os coeficientes linear e angular da reta tangente à curva (Figura 14);

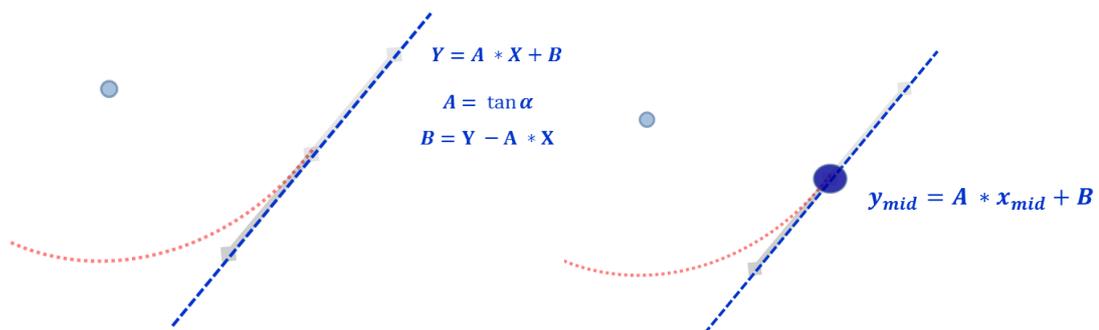


Figura 14: Definição de reta base de segmento discreto.  
Fonte: Elaborado pela autora.

h. Calcula-se a derivada da função no ponto médio do primeiro segmento (Equações 03 e 04);

$$y = K * x^2 \quad (3)$$

$$y' = 2 * K * x \quad (4)$$

$$y'(x_{mid}) = 2 * K * x_{mid} = y_{mid} \quad (5)$$

- i. Calculam-se os extremos do segmento discreto  $(x_{sup}, y_{sup})$ ,  $(x_{inf}, y_{inf})$ , baseando na equação de distância entre pontos (Equação 06):

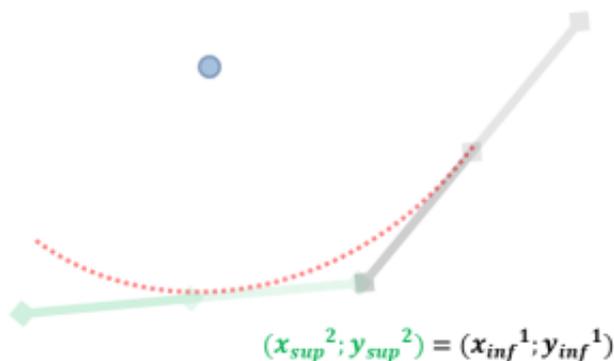
$$D = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (6)$$

Para  $d = 2cm \rightarrow d/2 = 1cm$ :

$$d/2 = \sqrt{(x - x_{mid})^2 + (y - y_{mid})^2} \quad (7)$$

- j. Determina-se o ponto médio do segmento seguinte a partir do ponto inferior do segmento anterior (Figura 15). Assim, para um segmento  $i$ , cujas coordenadas do ponto inferior são  $(x_{inf}^i; y_{inf}^i)$ , as coordenadas superiores do segmento seguinte,  $i + 1$ , são idênticas às coordenadas inferiores do segmento  $i$ :

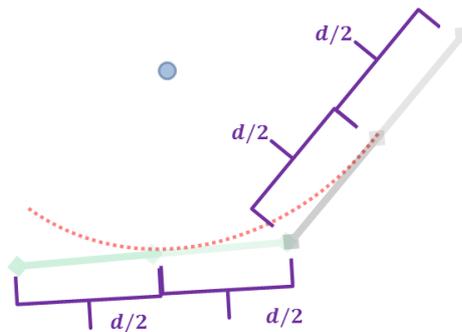
$$(x_{sup}^{i+1}; y_{sup}^{i+1}) = (x_{inf}^i; y_{inf}^i) \quad (8)$$



**Figura 15: Determinação do segmento seguinte.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

Isto ocorre porque espelhos subsequentes precisam estar justapostos, de modo que o ponto inferior de um segmento se sobrepõe ao superior do segmento seguinte (Figura 15).

- k. Determina-se o ponto médio do segundo segmento a partir do ponto inferior do primeiro (Figura 16).

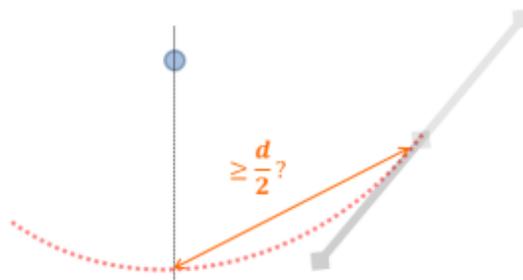


**Figura 16: Determinação do ponto médio seguinte.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

- l. Repetem-se os passos e – i até o fim do processo de discretização; este considera o seguinte critério de finalização (Figura 17):

- Enquanto:

$$\sqrt{(x - x_{\text{mid}}^n)^2 + (y - y_{\text{mid}}^n)^2} \geq \frac{d}{2} \quad (9)$$



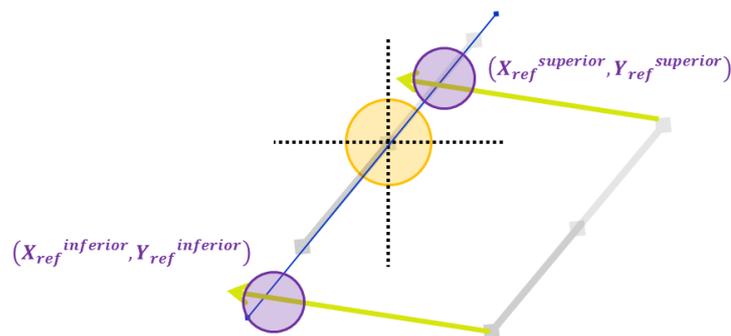
**Figura 17: Critério de parada da discretização.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

### 3.1.2. ALGORITMO DE INTERAÇÃO COM O ABSORVEDOR

Uma vez tendo a parábola discretizada, é necessário compreender a reflexão de cada espelho plano e determinar o percentual de incidência no absorvedor desejado. O método utiliza novamente os conceitos de retas e manipulação das mesmas.

Deste modo, caracteriza-se um segmento de reflexão de raios, por exemplo, como os coeficientes angular e linear de uma reta que baseia este segmento. Este raciocínio é semelhante à caracterização de cada espelho plano em 2D como uma reta – com coeficientes angular e linear definidos. Assim, o método baseou-se nos seguintes passos:

- a. Determinar os coeficientes (linear e angular) de uma reta paralela a cada segmento discreto, mas passando pelo foco da parábola contínua;
- b. Determinar as interseções desta reta paralela com os raios refletidos (Figura 18):



**Figura 18: Reflexão de um segmento discreto na direção do absorvedor.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

- c. Determinar a incidência no absorvedor para cada espelho plano, segundo as inequações de círculo.

Sabe-se que as interseções da reta paralela com os raios refletidos (Figura 18) geram um segmento de reta. Este segmento caracteriza a reflexão dos raios que incidiram nos espelhos planos. Para cada segmento discreto tem-se um segmento – reflexão.

Então, é necessário saber qual fração de cada segmento – reflexão está inerente ao círculo representado pelo tubo absorvedor. Afinal, se o segmento –

reflexão estiver completamente inserido no círculo do absorvedor, tem-se um caso de incidência total no absorvedor.

Porém, se parte do segmento – reflexão estiver inserido no círculo absorvedor, houve incidência parcial de radiação no absorvedor. Por fim, se o segmento – reflexão estiver completamente externo ao círculo absorvedor, não houve nenhuma incidência no absorvedor, e o espelho discreto que refletiu estes raios não exerce nenhuma contribuição ao sistema.

Os conceitos matemáticos que definem um círculo, e pontos internos ou externos a ele são apresentados a seguir.

É sabido que uma circunferência é equacionada da seguinte maneira:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2 \quad (10)$$

onde  $(x_0; y_0)$  é o centro da circunferência e  $R$  é o raio da mesma. Assim, cada ponto  $(x; y)$  que atende a esta equação pertence à circunferência de raio  $R$  e centro  $(x_0; y_0)$ .

Por outro lado, pontos internos ao círculo de raio  $R$  e centro  $(x_0; y_0)$  atendem à seguinte inequação:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq R^2 \quad (11)$$

Por fim, pontos exteriores ao círculo de raio  $R$  e centro  $(x_0; y_0)$  atendem à seguinte inequação:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \geq R^2 \quad (12)$$

Estes conceitos são utilizados para caracterizar, computacionalmente, a incidência no absorvedor (quando ocorrer). Esta caracterização é feita a partir dos casos apresentados a seguir.

- Incidência completa no absorvedor (Figura 19):

$$X_{ref}^{superior^2} + (Y_{ref}^{superior} - p)^2 \leq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (13)$$

$$X_{ref}^{inferior^2} + (Y_{ref}^{inferior} - p)^2 \leq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (14)$$

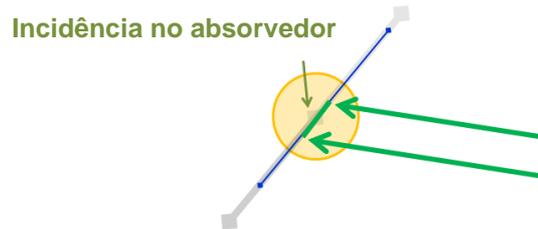


Figura 19: Reflexão onde há incidência completa no absorvedor.  
Fonte: Elaborado pela autora.

- Não há incidência no absorvedor (Figura 20):

$$X_{ref}^{superior^2} + (Y_{ref}^{superior} - p)^2 \geq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (15)$$

$$X_{ref}^{inferior^2} + (Y_{ref}^{inferior} - p)^2 \geq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (16)$$

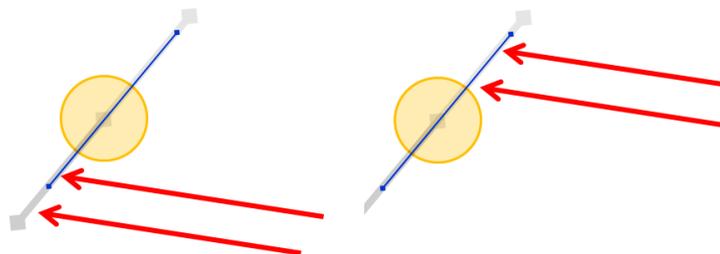
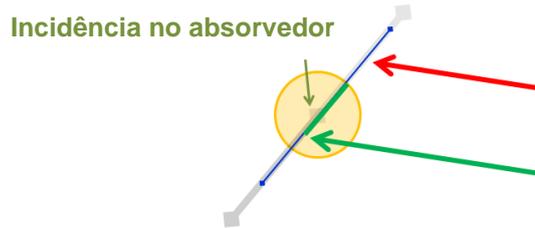


Figura 20: Caso de Reflexão onde não há incidência no absorvedor.  
Fonte: Elaborado pela autora.

- Incidência parcial no absorvedor (caso 1) – Figura 21:

$$X_{ref}^{superior^2} + (Y_{ref}^{superior} - p)^2 \geq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (17)$$

$$X_{ref}^{inferior^2} + (Y_{ref}^{inferior} - p)^2 \leq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (18)$$

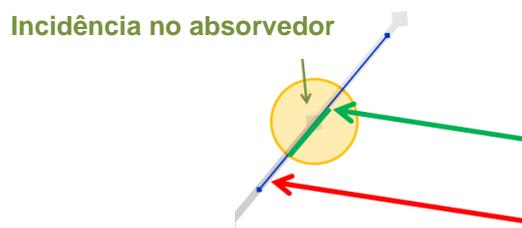


**Figura 21: Caso 1 de Incidência parcial no absorvedor.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

- Incidência parcial no absorvedor (caso 2) – Figura 22:

$$X_{ref}^{superior^2} + (Y_{ref}^{superior} - p)^2 \leq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (19)$$

$$X_{ref}^{inferior^2} + (Y_{ref}^{inferior} - p)^2 \geq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (20)$$

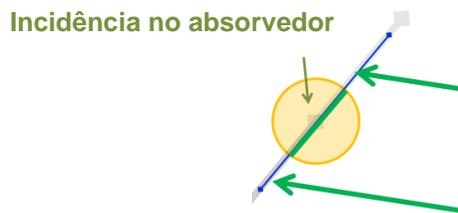


**Figura 22: Caso 2 de Incidência parcial no absorvedor.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

- Incidência parcial no absorvedor (caso 3) – Figura 23:

$$X_{ref}^{superior^2} + (Y_{ref}^{superior} - p)^2 \geq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (21)$$

$$X_{ref}^{inferior^2} + (Y_{ref}^{inferior} - p)^2 \geq \left(\frac{D_{ext}}{2}\right)^2 \quad (22)$$



**Figura 23: Caso 3 de Incidência parcial no absorvedor.**  
**Fonte: Elaborado pela autora.**

### 3.1.3. ALGORITMO PARA CÁLCULO DO PERCENTUAL DE INCIDÊNCIA NO ABSORVEDOR

Para analisar os arranjos discretizados e sua performance, foi necessário definir alguns parâmetros, que foram calculados pelo algoritmo. Foi necessário calcular a incidência de radiação em cada espelho plano, bem como a incidência no absorvedor – ou seja, a radiação que atinge o absorvedor, a partir de toda aquela que foi inicialmente refletida em cada espelho plano. Também foi calculado o percentual de incidência no absorvedor – a fração de radiação que atinge o absorvedor a partir da reflexão dos espelhos planos.

Vale ressaltar que, considerando a radiação direta uniformemente distribuída, pode-se modelar cada espelho discreto a partir conceitos de retas e segmentos de reta.

Estes cálculos foram desenvolvidos não só para cada espelho plano (cálculo local) e para todo o arranjo (cálculo total). Os conceitos de cada parâmetro são apresentados a seguir:

- Incidência local: é feita em cada espelho e é proporcional à diferença entre as abcissas das extremidades de cada segmento discreto:

$$incidência\ local_i = X_{sup}^i - X_{inf}^i \quad (23)$$

- Incidência local no absorvedor: é a quantidade de radiação refletida por um espelho plano capaz de atingir o absorvedor; ela é proporcional à diferença entre as abcissas que cabem no tubo coletor:

$$inc.\ local\ abs._i = X_{ref}^{superior^i} - X_{ref}^{inferior^i} \quad (24)$$

- Percentual local útil de incidência no absorvedor: é a relação entre a incidência no absorvedor a partir de cada segmento discreto e a incidência no próprio segmento.

$$percentual\ local_i = \frac{inc.\ local\ abs._i}{incidência\ local_i} \quad (25)$$

- Incidência total: é feita para todo o arranjo:

$$incidência\ total = \sum_{i=1}^N incidência\ local_i = X_{sup}^i - \frac{D_{ext}}{2} \quad (26)$$

- Incidência total no absorvedor: é feita para todo o arranjo:

$$inc.\ total\ abs. = \sum_{i=1}^N inc.\ total\ abs._i \quad (27)$$

- Percentual total de incidência no absorvedor: é feito para todo o arranjo:

$$percentual\ total = \frac{inc.\ total\ abs.}{incidência\ total} \quad (28)$$

Finalizada a discretização, é importante analisar o teor de proximidade da curva parabólica dos pontos discretizados. Afinal, objetivo deste trabalho é analisar se é possível discretizar um cilindro – parabólico e obter incidência no absorvedor o suficiente para validar o uso deste novo arranjo, ao invés de um contínuo. Com

este pensamento em vista, quanto mais próxima a sequência de pontos calculada estiver do arranjo contínuo, melhor será a incidência no absorvedor.

#### 3.1.4. ALGORITMO PARA TRATAMENTO ESTATÍSTICO

Como mencionado na seção 3.1, foi feito tratamento estatístico nos pontos discretizados visando comparar as ordenadas contínua e discretizada para uma mesma abscissa. Para tanto foi usado o valor de correlação.

A correlação mede o grau de interdependência entre variáveis. Quanto mais próximo de -1 ou 1, maior é o grau de dependência entre elas (BUSSAB & MORETTIN, 1987). Matematicamente é dada por:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (29)$$

onde

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (30)$$

e

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (31)$$

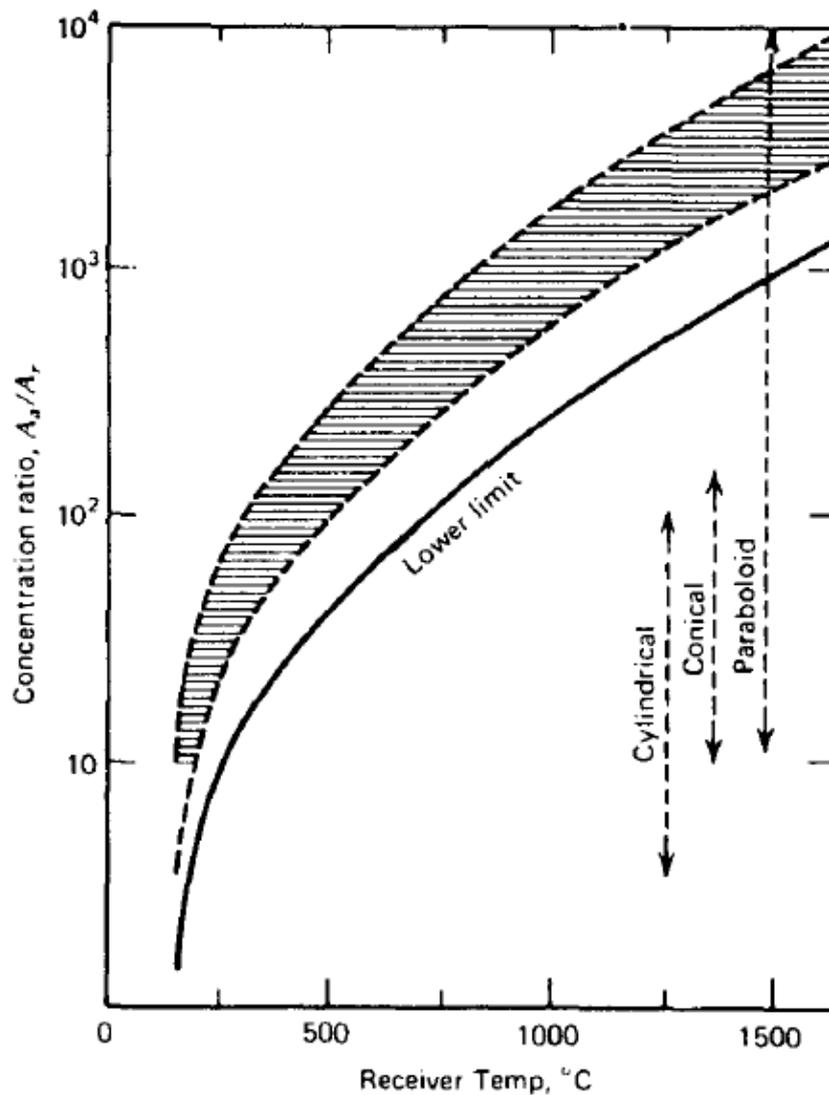
Graficamente, a dependência é expressa por uma linha reta. Busca-se uma série de dados o mais próximo possível da curva parabólica. Por este motivo, quanto mais próximo de +1 for a covariância obtida, melhor será a qualidade do método utilizado.

#### 3.1.5. ANÁLISE OPTICA DA DISCRETIZAÇÃO

A razão de concentração é definida como a razão entre o fluxo de energia que entra no sistema pela área do receptor. É dada por:

$$C = \frac{A_a}{A_r} = \frac{W_a \cdot L}{\pi \cdot D \cdot L} = \frac{W_a}{\pi \cdot D} \quad (32)$$

Quanto maior é esta razão, maior tende a ser a temperatura atingida pelo fluido térmico. O Gráfico 3 mostra esta relação.



**Gráfico 3: Relação entre a razão de concentração e a temperatura de operação do absorvedor.**  
**Fonte: DUFFIE & BECKMANN (1980), p. 335.**

Quanto maior é esta razão, maior tende a ser a temperatura atingida pelo fluido térmico (DUFFIE & BECKMANN, 1980).

Observando a equação, nota-se que o numerador representa o total de radiação recebida pelo absorvedor – que equivale, pela geometria do cilindro – parabólico, à radiação incidente na mesma. Assim, para o arranjo discretizado, este numerador seria a radiação absorvida pelo tubo – que desta vez não é necessariamente igual à incidência total na superfície especular.

Deste modo, seria possível avaliar numericamente o quanto a área especular de cada arranjo é capaz de concentrar radiação para o absorvedor.

## 4. RESULTADOS

Neste trabalho foi desenvolvido um software para discretização de um cilindro – parabólico de quaisquer dimensões. A geometria de base para análise é a mesma utilizada na Usina Solar do Cefet/MG. O objetivo deste software é receber as dimensões de um cilindro – parabólico contínuo e fornecer as coordenadas da mesma geometria discretizada. A Figura 24 ilustra esta etapa.

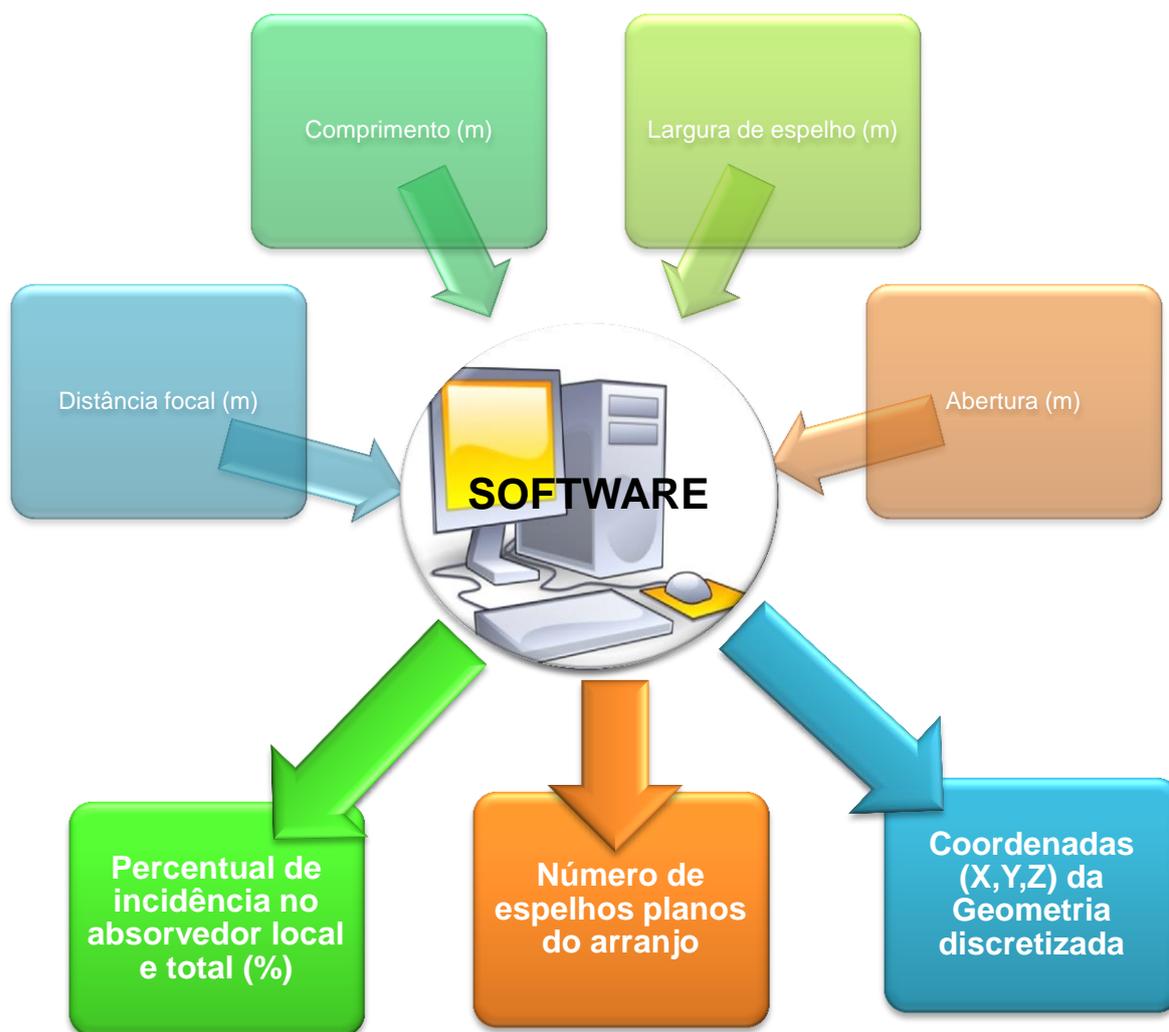
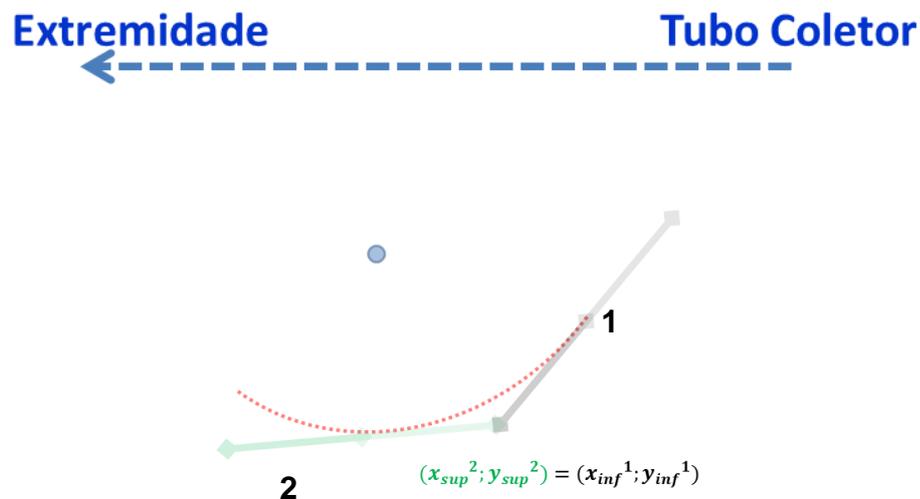


Figura 24: Esquema de funcionamento do software desenvolvido.  
Fonte: Elaborado pela autora.

O algoritmo para discretização do cilindro – parabólico foi executado para diversas entradas de largura de espelho, mantendo constantes as dimensões do receptor. As sequências de pontos foram tratadas estatisticamente visando uma covariância o mais próximo possível de +1. O trabalho de análise começou com uma largura de espelho extrema, e foi diminuindo até permitir uma avaliação consistente.

É importante evidenciar que o posicionamento dos espelhos planos começa na extremidade do arranjo em sentido ao vértice, conforme o esquema da Figura 25.



**Figura 25: Orientação do processo de discretização.**  
Fonte: Elaborado pela autora.

De início serão apresentados os resultados gerais três arranjos e, por fim, considerações gerais sobre eles.

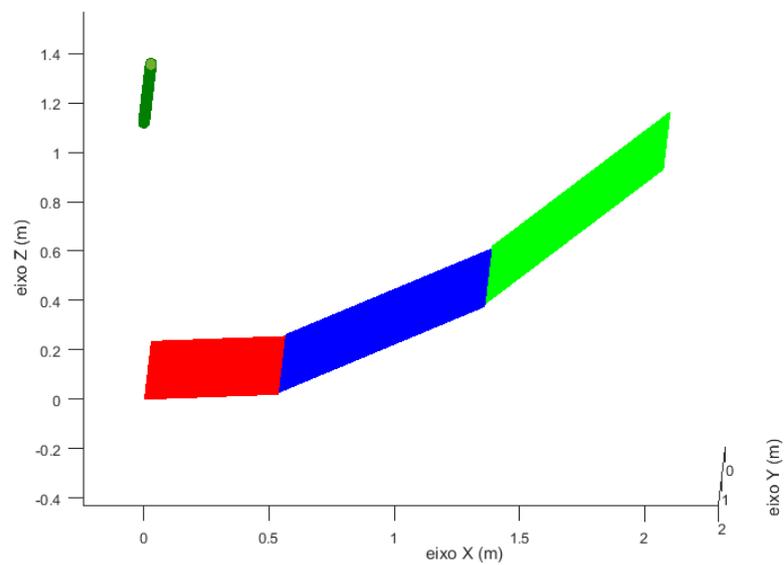
A seguir são apresentados 3 arranjos: o primeiro é o mais ineficiente, que ilustra mais claramente os efeitos da discretização.

Vale ressaltar que, nas legendas dos gráficos constam os diâmetros interno e externo do tubo absorvedor. Estas linhas demarcam o tubo e parecem sobrepostas nos gráficos a seguir porque as dimensões do tubo são bem menores quando comparadas às do arranjo de espelhos, que é o foco deste trabalho.

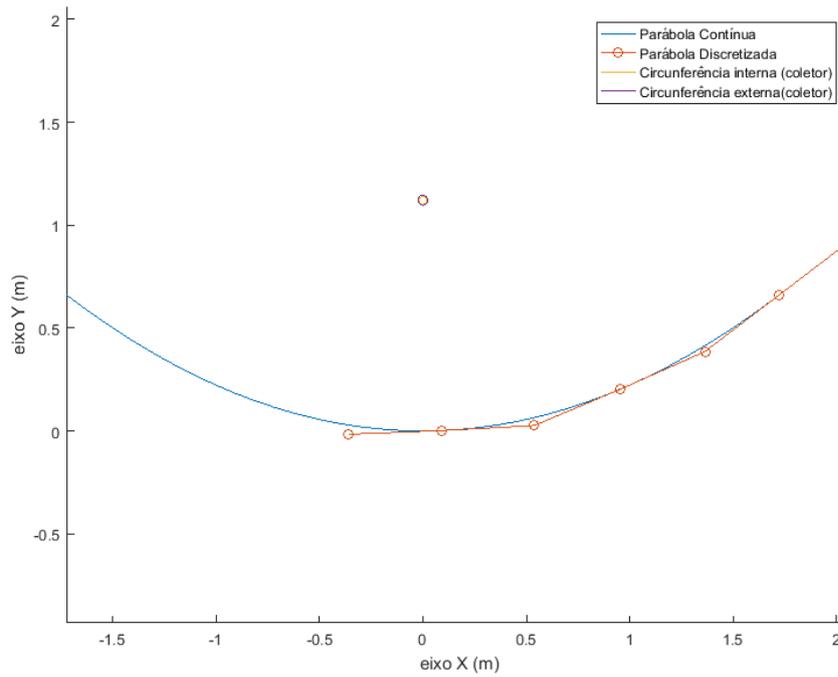
#### 4.1. DETERMINAÇÃO DE RELAÇÃO ENTRE O DIÂMETRO EXTERNO DO RECEPTOR E A LARGURA DO ESPELHO DISCRETO

##### 4.1.1. ARRANJO 1 ( $l = 90\text{cm}$ )

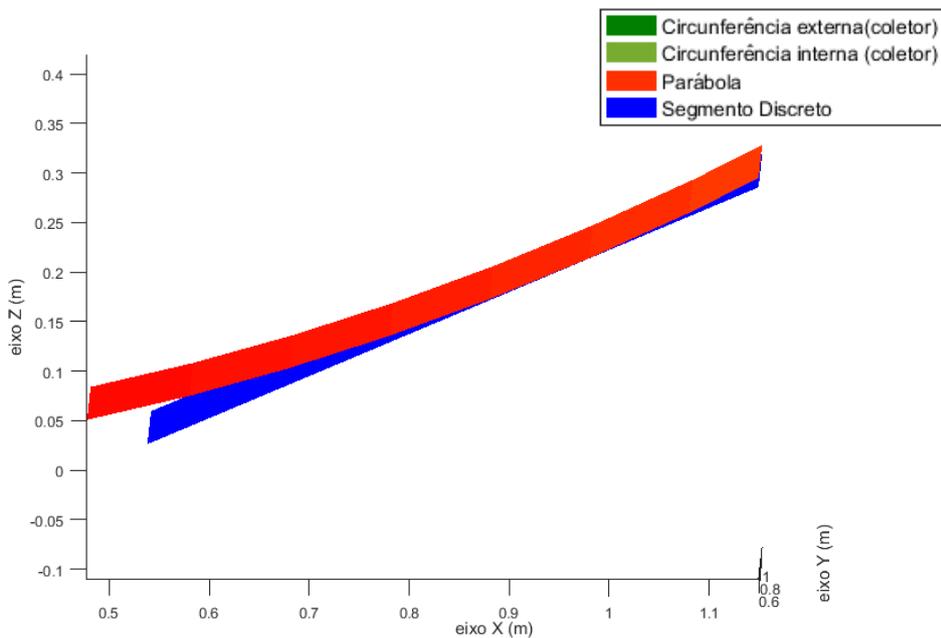
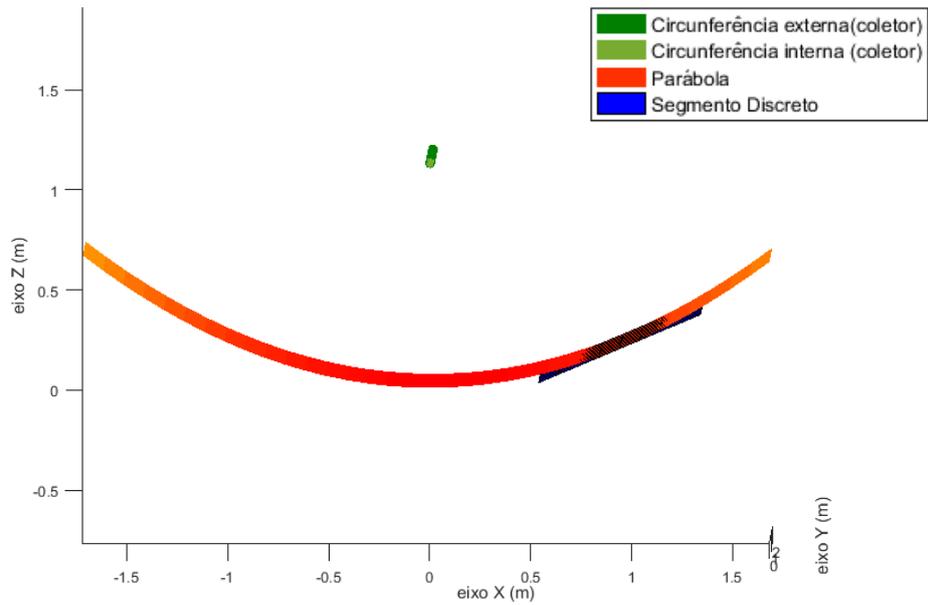
A primeira largura utilizada para os espelhos discretos foi  $l = 90\text{cm}$ . As Figuras 26 – 29 mostram graficamente o arranjo e a Tabela 2 apresenta os resultados da discretização, reflexão e tratamento estatístico.



**Figura 26: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Sistema discreto em 3D (Hemisfério positivo).  
Fonte: Elaboração da autora.**

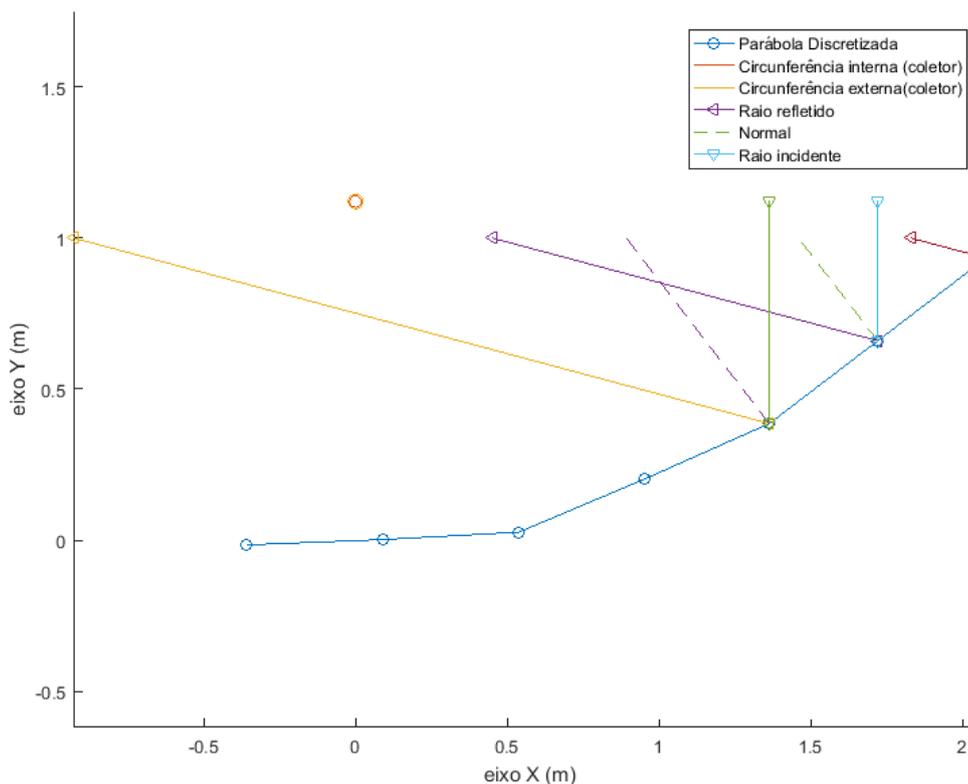


**Figura 27: Arranjo 1 ( $l = 90cm$ ): Comparativo em 2D entre o sistema contínuo e o discreto.  
 Fonte: Elaboração da autora.**



**Figura 28: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Comparativo entre um espelho discreto e a curva contínua.**  
**Fonte: Elaboração da autora.**

Pela Figura 28 pode-se ter a falsa impressão de que o espelho discreto (em azul) está sobreposto ao arranjo contínuo, o que seria inverídico. É importante ressaltar que a malha gerada para cada espelho discreto coincide com o arranjo contínuo única e exclusivamente onde a reta base deste segmento – ou em 3D, o plano base – é tangente à curva do cilindro - parabólico.



**Figura 29: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Reflexão de um espelho discreto.**

**Fonte: Elaboração da autora.**

Pela Figura 29 percebe-se que este arranjo não aproveita bem a radiação solar incidente. Evidencia-se aqui a necessidade de reduzir a largura dos espelhos planos para melhor aproveitamento da entrada de radiação.

**Tabela 2: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Resultados.**

Número de Espelhos	6
<b>% Incidência no absorvedor</b>	<b>8,97%</b>
<b>Covariância</b>	<b>0,99859</b>

**Fonte: Elaboração da autora.**

É importante ressaltar que a covariância calculada foi alta, o que mostra a proximidade dos valores obtidos para o arranjo discreto em relação ao contínuo. No entanto, este valor pode ser melhorado a partir do uso de mais espelhos.

A fim de avaliar o comportamento do arranjo diante da radiação incidente, foram monitoradas a incidência nos segmentos discretos e a incidência no absorvedor a partir de cada espelho discreto. Esperava-se que ambos os valores aumentariam à medida que a posição do espelho aumentasse, exceto pelo(s)

último(s) espelho(s), por ser (em) sobreposto(s) pelo tubo coletor. Os Gráficos 4 e 5 expressam este comportamento.

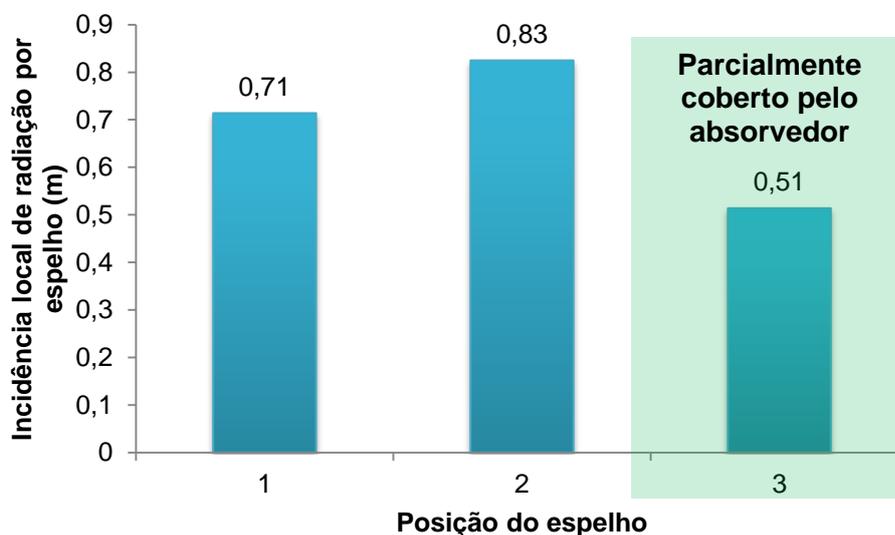


Gráfico 4: Arranjo 1 (l = 90cm): Incidência Local de Radiação por Espelho (m).  
Fonte: Elaboração da autora.

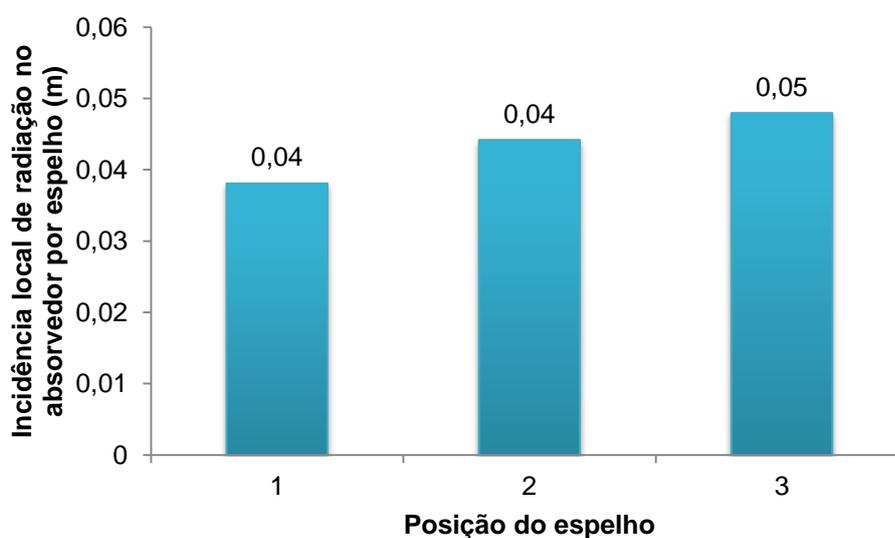
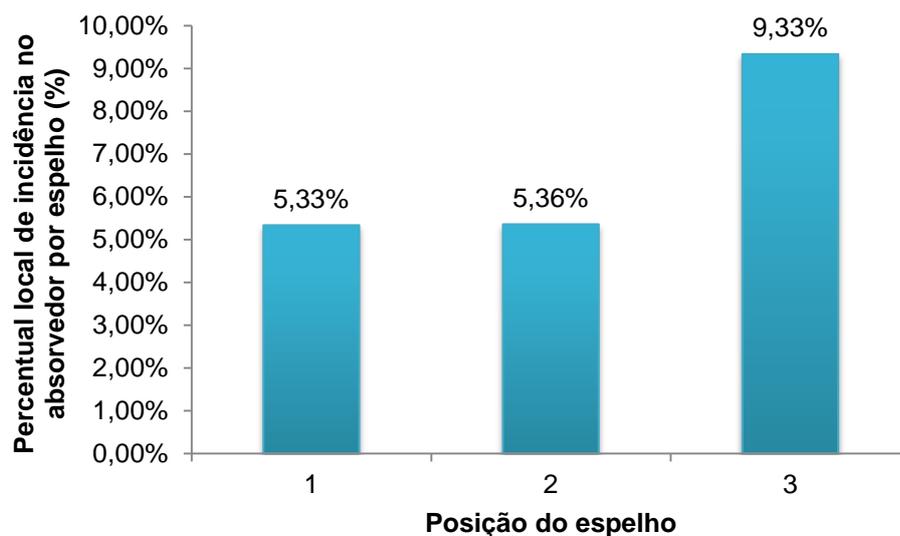


Gráfico 5: Arranjo 1 (l = 90cm): Incidência Local Radiação no Absorvedor por Espelho (m).  
Fonte: Elaboração da autora.

Foi calculado também o percentual local de incidência no absorvedor por espelho. Isto significa o percentual de toda a radiação incidente em um espelho discreto que atinge o receptor. Mais detalhes são apresentados no Gráfico 6.



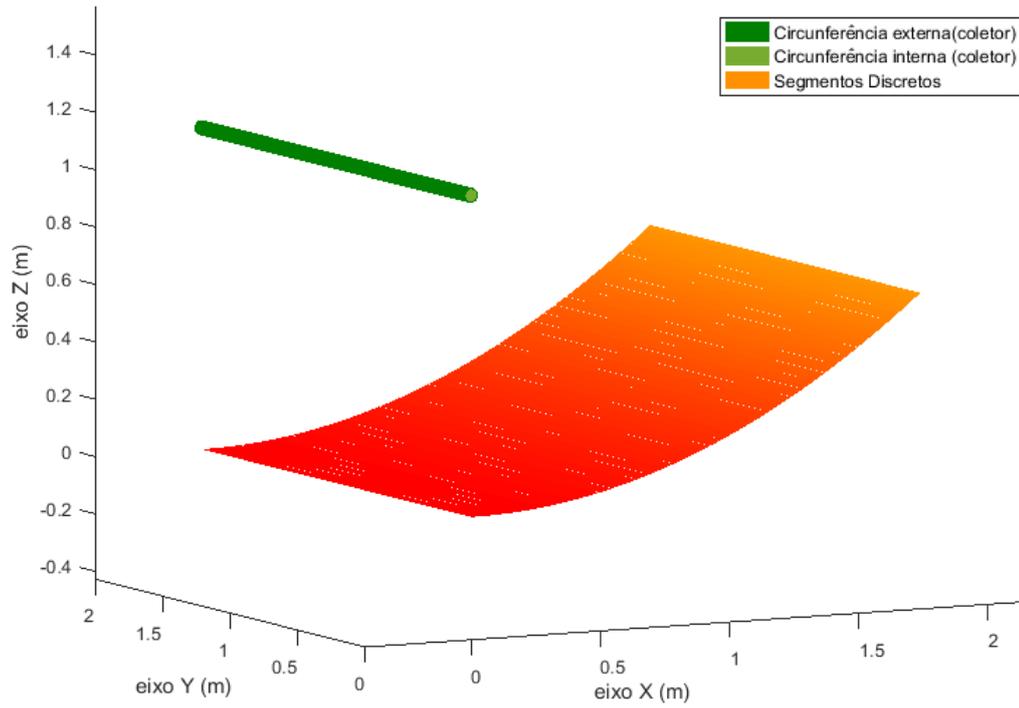
**Gráfico 6: Arranjo 1 ( $l = 90\text{cm}$ ): Percentual Local de Incidência no Absorvedor por Espelho (%).**  
**Fonte: Elaboração da autora.**

Percebe-se que o percentual local de incidência no absorvedor é bem pequeno, justificando o percentual total de incidência no absorvedor tão baixo.

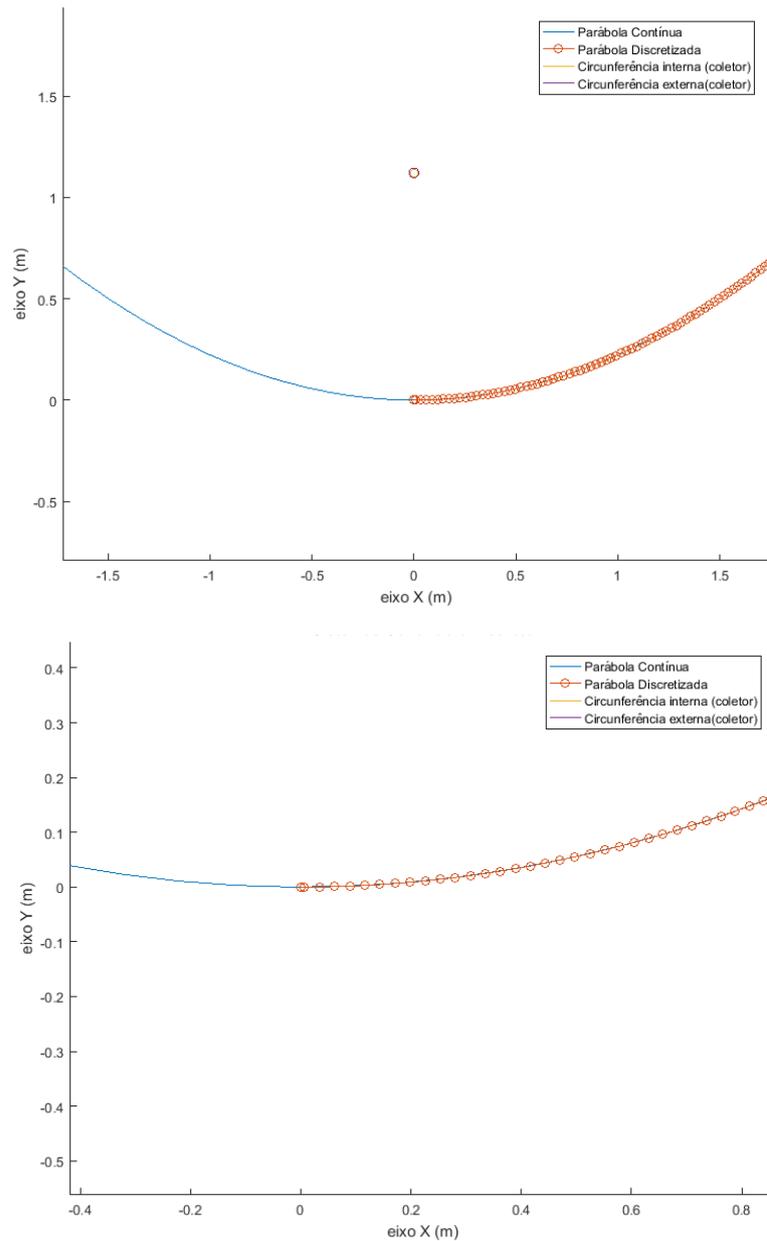
Os próximos arranjos buscaram melhorar estes parâmetros. Foram escolhidos dois arranjos, cuja largura de espelho se aproxima consideravelmente do diâmetro do absorvedor. As coordenadas para o posicionamento dos espelhos nos dois arranjos a seguir são apresentadas no **ANEXO A**.

#### 4.1.2. ARRANJO 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ )

A segunda largura utilizada para os espelhos discretos foi  $l = 5,5\text{cm}$ . As Figuras 30 – 33 mostram graficamente o arranjo e a Tabela 3 apresenta os resultados da discretização e incidência no absorvedor.

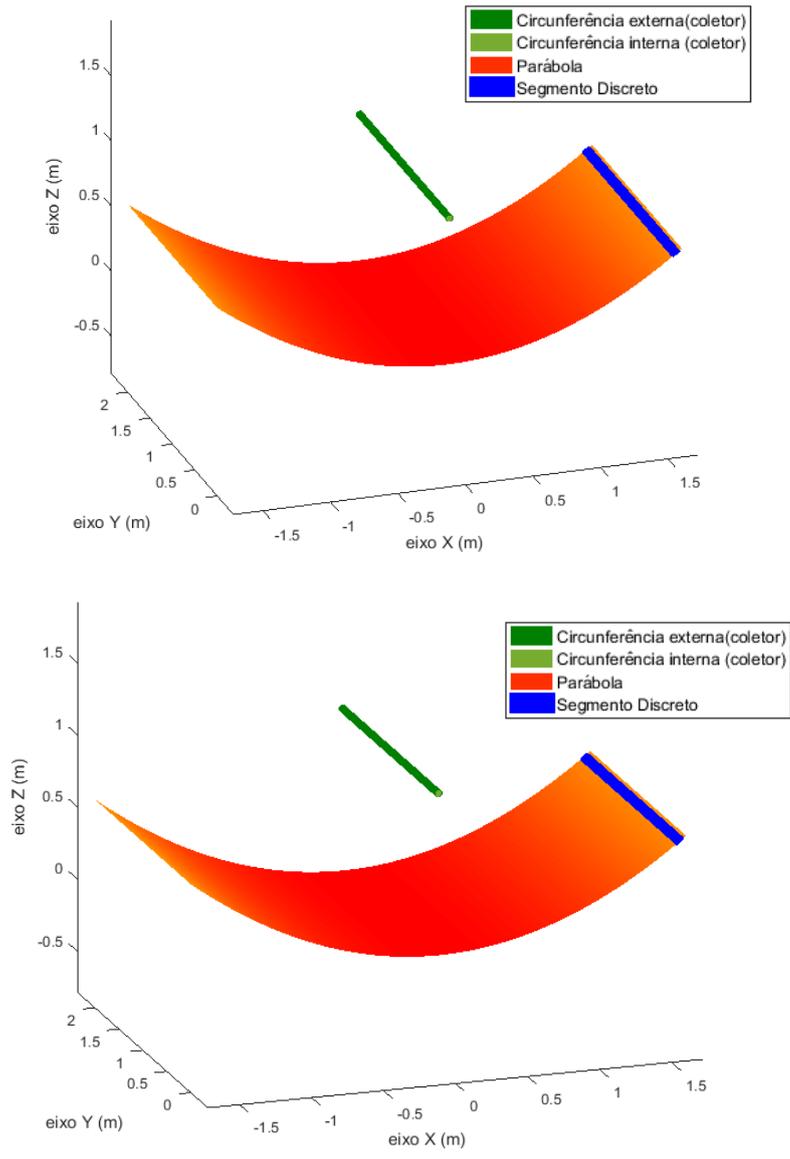


**Figura 30: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Sistema discreto em 3D (Hemisfério positivo).  
Fonte: Elaboração da autora.**

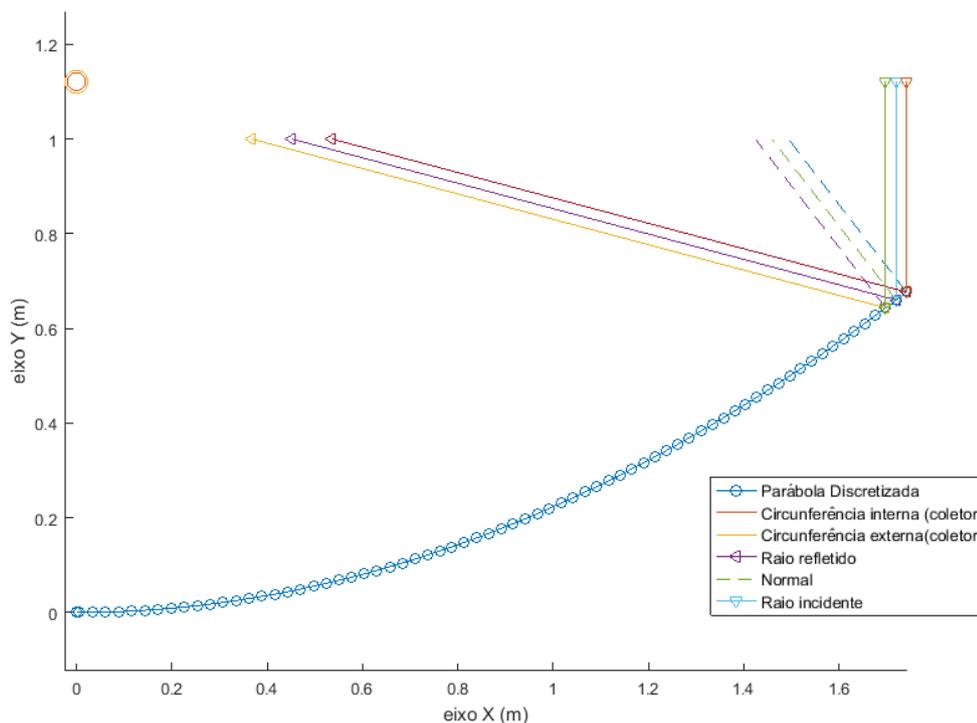


**Figura 31: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Comparativo em 2D entre o sistema contínuo e o discreto.  
Fonte: Elaboração da autora.**

Percebe-se pela Figura 31 que à medida que o número de espelhos planos aumenta, os pontos ficam cada vez mais próximos do arranjo contínuo, de modo que até parecem totalmente sobrepostos.



**Figura 32: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Comparativo entre um espelho discreto e a curva contínua.  
 Fonte: Elaboração da autora.**



**Figura 33: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Reflexão de um espelho discreto.**  
**Fonte: Elaboração da autora.**

Pela Figura 33 nota-se que, desta vez, toda a incidência no primeiro segmento discreto tende a atingir o receptor. Isto mostra a grande melhoria na qualidade de aproveitamento da radiação proposta pelo aumento do número de espelhos no arranjo.

A Tabela 3 apresenta os resultados gerais de desempenho do arranjo.

**Tabela 3: ARRANJO 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Resultados.**

<b>Largura de espelho plano:</b>	<b>0,055 mm</b>
<b>% Incidência no absorvedor</b>	<b>87,14%</b>
<b>Incidência total no absorvedor (m)</b>	<b>1,4970</b>
<b>Incidência total (m)</b>	<b>1,7178</b>

**Fonte: Elaboração da autora.**

Nota-se que houve grande melhoria no desempenho deste arranjo quando comparado ao primeiro, embora não tenha atingido a máxima incidência no absorvedor. Os gráficos a seguir mostram a evolução de incidência nos segmentos, no absorvedor e percentual local de incidência no absorvedor.

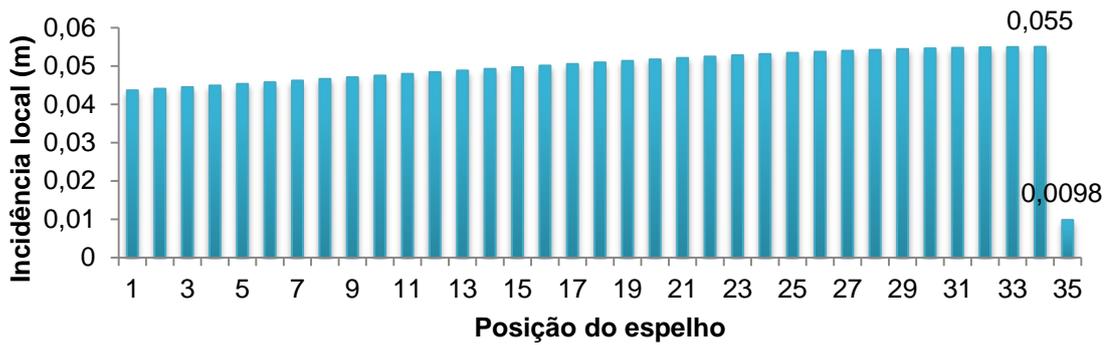


Gráfico 7: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Incidência Local de Radiação por Espelho (m).  
Fonte: Elaboração da autora.

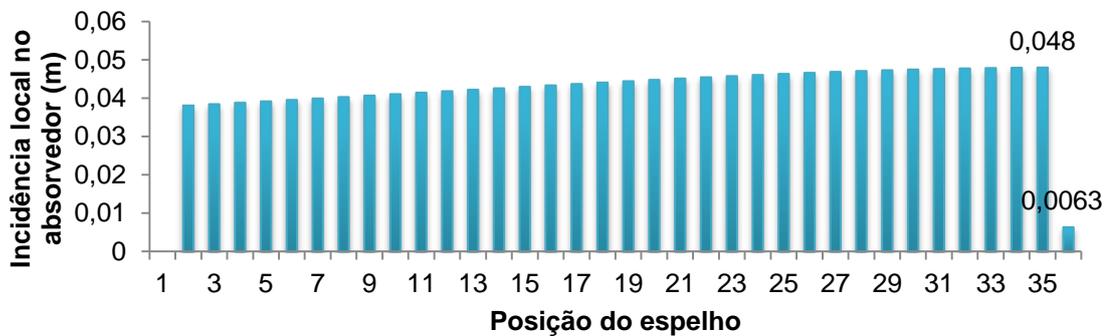


Gráfico 8: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Incidência local no absorvedor (m).  
Fonte: Elaboração da autora.



Gráfico 9: Arranjo 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ ): Percentual Local de Incidência no Absorvedor (%).  
Fonte: Elaboração da autora.

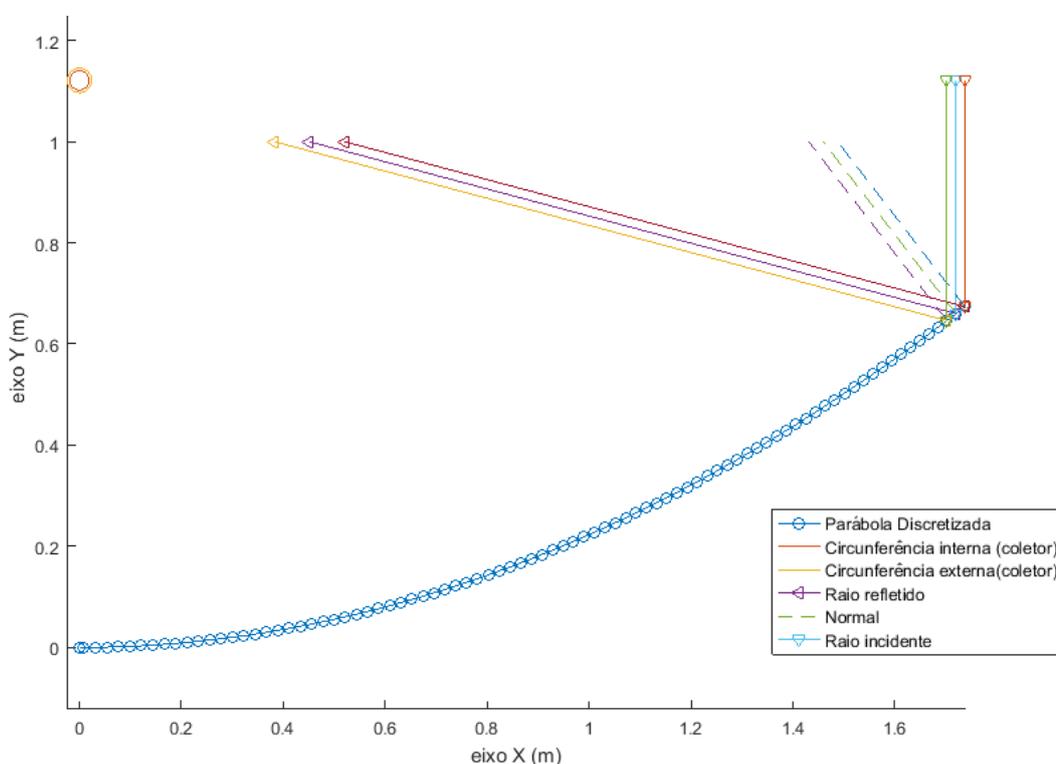
Por estes gráficos é possível visualizar que a desempenho por espelho é bem parecida, já que desta vez a discretização foi maior. Além disso, o percentual local de incidência no absorvedor para cada espelho foi em média 87,27%, exceto pela última posição, com 64,43%. Neste caso, a incidência é bem pequena devido à área

de sombreamento ser bem próxima ao raio do absorvedor. Assim, qualquer perda de reflexão possibilitaria grande impacto no percentual local.

Vale destacar que a covariância a partir deste diâmetro foi extremamente próxima da unidade (cerca de 0,9999997), e aumentando à medida que a largura de espelho diminui, o que garante a proximidade dos dados com a curva contínua.

#### 4.1.3. ARRANJO 3 ( $l = 4,5\text{cm}$ )

A segunda largura utilizada para os espelhos discretos foi  $l = 4,5\text{cm}$ . A Figura 34 apresenta a reflexão de um espelho e a Tabela 4 apresenta os resultados da discretização e incidência no absorvedor.



**Figura 34: Arranjo 3 ( $l = 4,5\text{cm}$ ): Reflexão de um espelho discreto.**  
**Fonte: Elaboração da autora.**

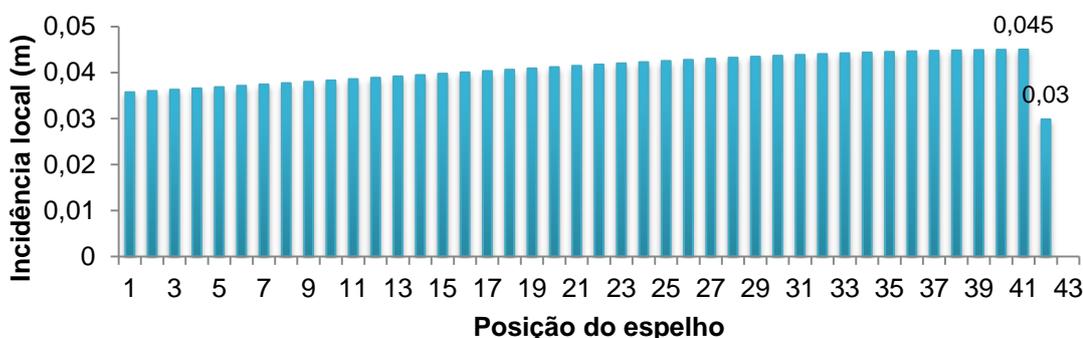
Pela Figura 34 nota-se que, desta vez, toda a incidência no primeiro segmento discreto tende a atingir o receptor. Isto mostra que houve melhoria na qualidade de aproveitamento da radiação proposta pelo aumento do número de espelhos no arranjo. Esta melhoria foi possível com a redução de largura de espelho em apenas 1cm.

**Tabela 4: ARRANJO 2 ( $l = 4,5\text{cm}$ ): Resultados.**

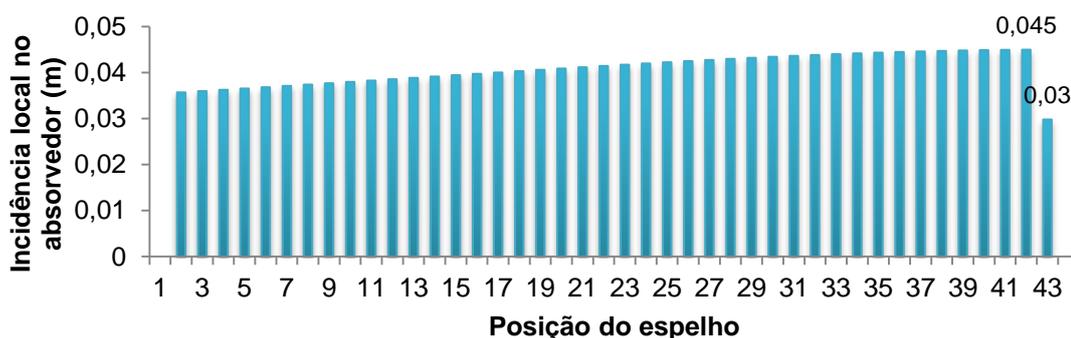
<b>Largura de espelho plano:</b>	<b>0,045 mm</b>
<b>% Incidência no absorvedor</b>	100%
<b>Incidência total no absorvedor (m)</b>	1,7139
<b>Incidência total (m)</b>	1,7139

Fonte: Elaboração da autora.

Nota-se que houve melhoria no desempenho deste arranjo quando comparado aos dois anteriores, de modo que inclusive atingiu a incidência máxima no absorvedor. Isto foi possibilitado, inclusive, pela diminuição da largura de espelho a um valor menor que o diâmetro do absorvedor. Os gráficos a seguir mostram a evolução de incidência nos segmentos discretos e no absorvedor e o percentual local de incidência no absorvedor.



**Gráfico 10: Arranjo 3 ( $l = 4,5\text{cm}$ ): Incidência Local de Radiação por Espelho (m).**  
Fonte: Elaboração da autora.



**Gráfico 11: Arranjo 1 ( $l = 4,5\text{cm}$ ): Incidência local no absorvedor (m).**  
Fonte: Elaboração da autora.

Por estes gráficos é possível visualizar que a performance por espelho é bem parecida, já que desta vez a discretização foi ainda maior. Além disso, o percentual local de incidência no absorvedor para cada espelho foi em média 100% - valor

máximo, exceto pela última posição, com 0%. Neste caso, o segmento foi completamente encoberto pelo absorvedor, de modo que não houve radiação refletida por ele.

A seguir é apresentada uma análise geral dos principais arranjos simulados.

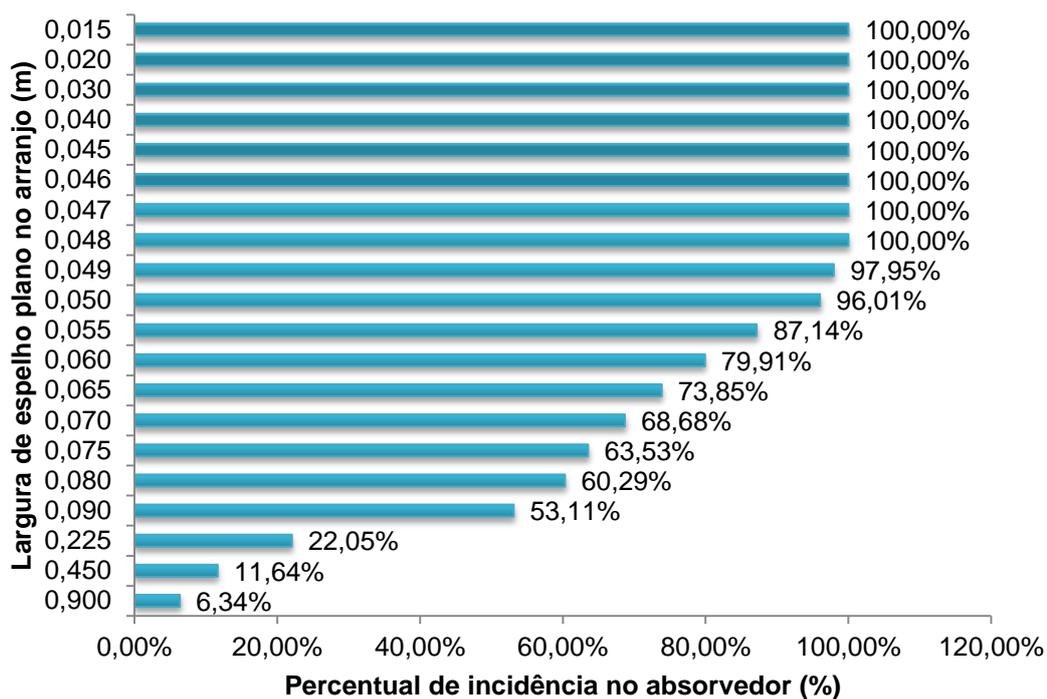
#### 4.1.4. ANÁLISE GERAL

A tabela a seguir apresenta vinte arranjos com larguras diferentes de espelho plano. Vale ressaltar que a segunda coluna apresenta o número de espelhos da metade do arranjo (da extremidade ao vértice da parábola). A geometria discretizada, assim como a contínua, é simétrica em relação ao eixo das ordenadas, atravessando o centro do absorvedor.

**Tabela 5: Resultados gerais para diversas larguras de espelho.**

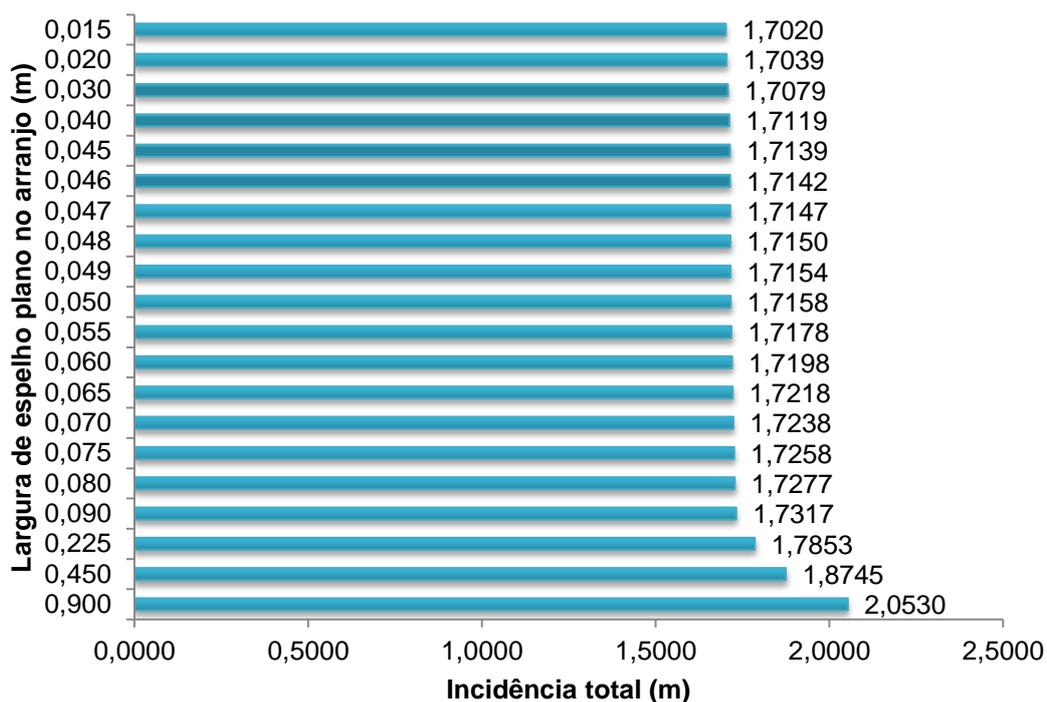
Largura de espelho plano ( <i>m</i> )	Número de espelhos	Percentual de Incidência no Absorvedor	Incidência total ( <i>m</i> )	Incidência total no absorvedor ( <i>m</i> )	Razão <i>l/D</i>	Razão de concentração
0,015	252	100,00%	1,7020	1,7020	322%	11,22
0,020	190	100,00%	1,7039	1,7039	242%	11,23
0,030	128	100,00%	1,7079	1,7079	161%	11,26
0,040	96	100,00%	1,7119	1,7119	121%	11,28
0,045	86	100,00%	1,7139	1,7139	107%	11,30
0,046	84	100,00%	1,7142	1,7143	105%	11,30
0,047	82	100,00%	1,7147	1,7146	103%	11,30
0,048	80	100,00%	1,7150	1,7151	101%	11,30
0,049	78	97,95%	1,7154	1,6802	99%	11,07
0,050	78	96,01%	1,7158	1,6473	97%	10,86
0,055	70	87,14%	1,7178	1,4970	88%	9,87
0,060	64	79,91%	1,7198	1,3743	81%	9,06
0,065	60	73,85%	1,7218	1,2716	74%	8,38
0,070	56	68,68%	1,7238	1,1838	69%	7,80
0,075	52	63,53%	1,7258	1,0964	64%	7,23
0,080	48	60,29%	1,7277	1,0416	60%	6,86
0,090	44	53,11%	1,7317	0,9196	54%	6,06
0,225	18	22,05%	1,7853	0,3936	21%	2,59
0,450	10	11,64%	1,8745	0,2181	11%	1,44
0,900	6	6,34%	2,0530	0,1302	5%	0,86

Fonte: Elaboração da autora.

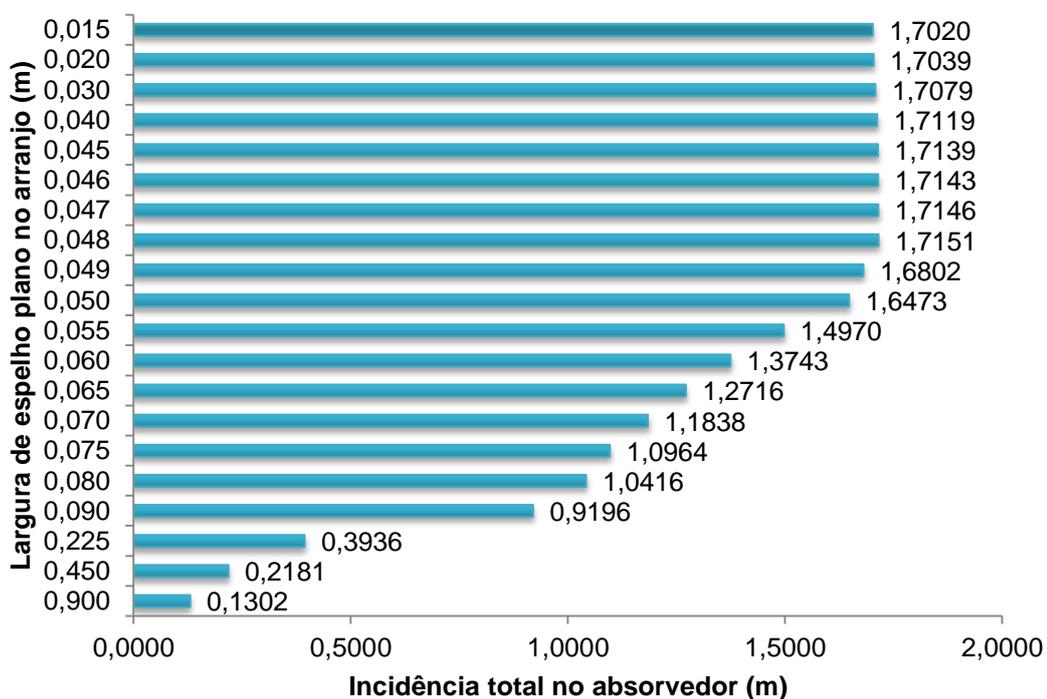


**Gráfico 12: Percentual total de incidência no absorvedor por arranjo (%).**  
**Fonte: Elaboração da autora.**

Nota-se que a largura de espelho definida para um arranjo e o percentual total de incidência no absorvedor são inversamente proporcionais. Também é possível observar que para larguras de espelho próximas ao diâmetro do absorvedor o percentual de incidência no absorvedor é quase máximo (100%).



**Gráfico 13: Incidência total por arranjo (m).**  
 Fonte: Elaboração da autora.



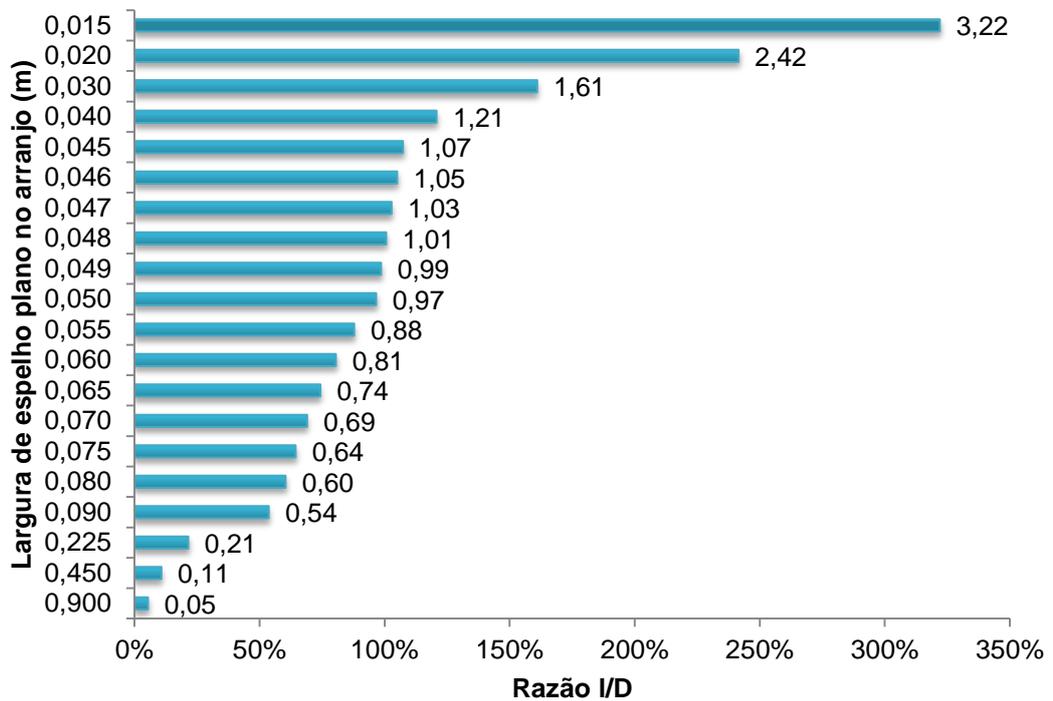
**Gráfico 14: Incidência total no absorvedor por arranjo (m).**  
 Fonte: Elaboração da autora.

Percebe-se que a incidência total no absorvedor diminui à medida que as larguras de espelho plano reduzem de tamanho. Isto ocorre devido à incidência total aumentar para maiores larguras de espelho plano: o usuário do software insere a

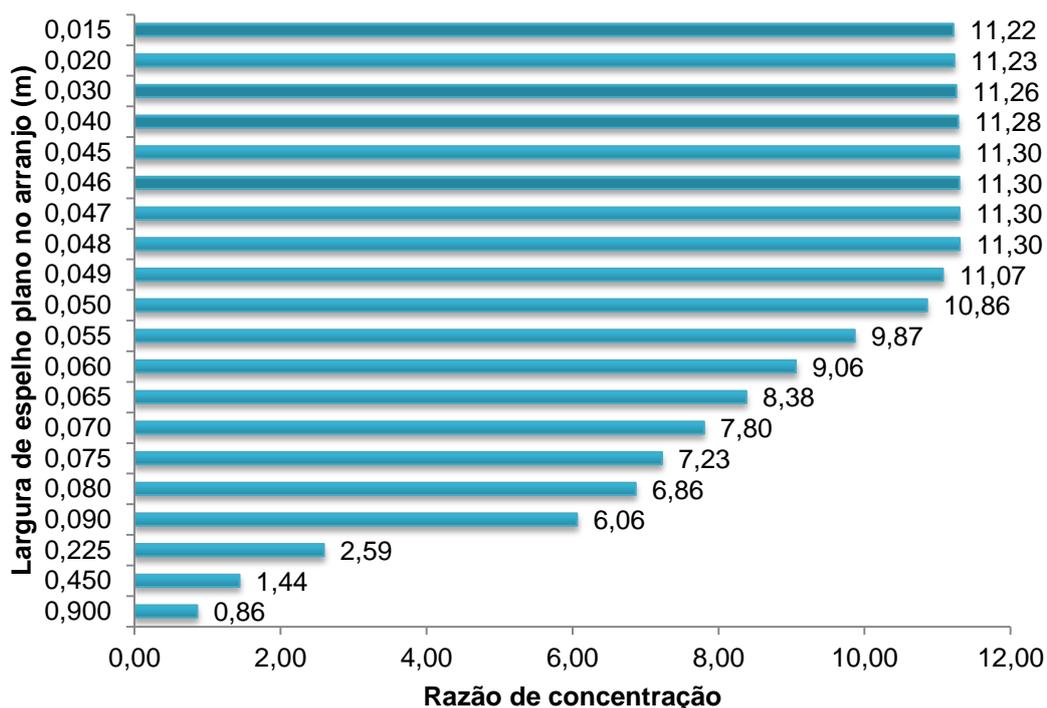
largura desejada de espelho plano e o ponto médio do primeiro segmento é o extremo da parábola contínua (Seção 3.1.1, passo c). Assim, para menores larguras de espelho, menor será a largura extra no arranjo discretizado, o que permite a diminuição na incidência total.

No entanto, à medida que as larguras de espelho são menores ou iguais ao diâmetro externo do absorvedor,

incidência total no absorvedor → incidência total no absorvedor, de modo que esta última também diminui.



**Gráfico 15: Razão  $I/D$  por arranjo.**  
**Fonte: Elaboração da autora.**



**Gráfico 16: Razão de concentração por arranjo.**  
**Fonte: Elaboração da autora.**

Comparando os Gráficos 15 e 16 nota-se que a razão  $I/D$  é inversamente proporcional à largura de espelho plano usada, embora a razão de concentração diminua a partir de 0,040m. Isto ocorre porque, embora a princípio pareçam semelhantes, as duas relações são bem diferentes: a primeira compara o tamanho do absorvedor com o espelho plano, e a segunda compara a área de incidência de radiação (input) e a saída de radiação (output).

Espera-se que o espelho plano seja bem pequeno quando comparado ao absorvedor, visando maior percentual de incidência no mesmo. Com isso, é possível aproveitar melhor a radiação que incide no sistema.

No entanto, o conceito de concentração para um arranjo discreto difere do contínuo porque nem sempre toda a incidência é aproveitada no absorvedor. Além disso, como esta metodologia define o ponto médio do primeiro segmento como o extremo da curva contínua de base (Seção 3.1.1, passo c), para larguras menores de espelho trabalha-se com menor incidência. Esta, quando comparada às dimensões do absorvedor, resulta em menores razões de concentração.

## 5. CONCLUSÃO

Foi proposto um método para discretização de cilindro – parabólico, visando obter uma reflexão para um tubo absorvedor.

Foi apresentado o percentual de incidência no absorvedor para 20 valores de largura diferentes.

É importante destacar que a incidência sobre o absorvedor deixa de ser radial quando há discretização do cilindro – parabólico e, portanto, os arranjos afetarão a qualidade da absorção pelo tubo. Tais análises merecem estudos futuros que busquem identificar a relação da largura do espelho com a temperatura de equilíbrio atingida no absorvedor.

Visando substituir espelhos curvos por planos, de mais fácil e barata fabricação, o presente trabalho propõe a construção de um protótipo experimental e fornece a geometria completa do cilindro – parabólico para as larguras de 4,5cm e 5,5cm, presentes no **ANEXO A**.

O algoritmo desenvolvido para este estudo fornece a geometria completa de quaisquer geometrias parabólicas e considerando quaisquer valores de largura do espelho plano. Mediante este fato, a relação entre o percentual de incidência no absorvedor e a largura de espelho escolhida pode ser analisada para o desenvolvimento de um protótipo CSP discretizado.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho buscou-se desenvolver um método de discretização que baseia-se em equações de reta e sistemas de equações. Um novo método de discretização baseado em ângulos de incidência ou reflexão poderia também fornecer bons resultados.

Além disso, considerando que neste trabalho foi feita a discretização do fenômeno desde a incidência de radiação no arranjo até a incidência no absorvedor, seria interessante compreender o modo como esta radiação interage com o absorvedor, bem como as perdas envolvidas e a fração dela que resulta em aumento de temperatura de um fluido de trabalho.

Para tanto, estudar o processo a partir de balanços de energia seria uma metodologia interessante.

Por fim, o uso de elementos finitos para caracterizar o arranjo discreto seria um caminho interessante para compreender as interações do arranjo com o meio de instalação. Afinal, é conhecido que o arranjo sofrerá flexões e pequenas deformações durante a operação devido a correntes de vento, intempéries e a própria exposição ao ambiente.

## REFERÊNCIAS

2012. Direção: Roland Emmerich. Columbia Pictures, 2009. Distribuído por: Sony Pictures. 158 min. 1 bobina cinematográfica.

CEFET-MG. Usina Solar do CEFET-MG. Disponível em: <<http://www.posgraduacao.cefetmg.br/cefet-mg-pggee/index.php/pt/avisos/135-usina-solar-do-cefet-mg>>. Acesso em setembro de 2015.

CSP WORLD. CSP World Map, 2016. Disponível em: <<http://www.cspworld.org/cspworldmap?&&&order=title&sort=asc>>. Acesso em novembro de 2016.

DUFFIE, J. A.; BECKMANN, W. A. Solar Engineering of Thermal Processes. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1980.

ENERGIA HELIOTÉRMICA. Energia Solar pode ser a maior fonte mundial de eletricidade até 2050, 2014. Disponível em: <<http://energiaheliotermica.gov.br/pt-br/noticias/331-energia-solar-pode-ser-a-maior-fonte-mundial-de-eletricidade-ate-2050>>. Acesso em setembro de 2015.

ENERGIA HELIOTÉRMICA. CSP at a Glance in Brazil. Disponível em: <<http://energiaheliotermica.gov.br/en/csp-in-brasil/csp-in-a-glance-in-brazil>>. Acesso em setembro de 2015a.

ENERGIA HELIOTÉRMICA. Existem projetos heliotérmicos no Brasil?. Disponível em: <<http://energiaheliotermica.gov.br/pt-br/fatos/existem-projetos-heliotermicos-no-brasil>>. Acesso em setembro de 2015b.

GIRALDO, Luis Fernando Garcés; ÁNGEL, Marta Lucía Hernández; MESA, Gustavo Antonio Peñuela; RESTREPO, Alejandra Rodriguez; PALACIO, Julián Andrés Salazar. Degradación de aguas residuales de la industria têxtil por medio de fotocatalisis, 2005. Disponível em: <[http://www.lasallista.edu.co/fxcul/media/pdf/revista/vol2n1/degradacion\\_aguas.pdf](http://www.lasallista.edu.co/fxcul/media/pdf/revista/vol2n1/degradacion_aguas.pdf)>. Acesso em novembro de 2016.

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. Solar Energy Perspectives, 2011. Disponível em: <[http://www.iea.org/publications/freepublications/publication/solar\\_energy\\_perspectives2011.pdf](http://www.iea.org/publications/freepublications/publication/solar_energy_perspectives2011.pdf)>. Acesso em novembro de 2016.

MALAGUETA, Diego da Cunha. Avaliação de alternativas para introdução da geração elétrica termossolar na matriz energética brasileira, 2013. Disponível em: <<http://www.ppe.ufrj.br/ppes/production/tesis/malagueta.pdf>>. Acesso em novembro de 2016.

MATLAB®. R2016a. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/>>. Acesso em setembro de 2015. Versão 9.0.

MILLER, A., LUMBY, B. Utility Scale Solar Power Plants: A Guide For Developers and Investors. International Finance Corporation, 2012. Disponível em: <<http://www1.ifc.org/wps/wcm/connect/04b38b804a178f13b377ffdd29332b51/SOLAR%2BGUIDE%2BBOOK.pdf?MOD=AJPERES>>. Acesso em dezembro de 2015.

MOURA, Johnson Pontes de. Construção e avaliação térmica de um fogão solar tipo caixa, 2007. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/15749>>. Acesso em novembro de 2016.

PESSOA, Márcio Araújo. Metodologia teórica experimental utilizando teste quase dinâmico para avaliação de coletores concentradores do tipo cilindro parabólico. Belo Horizonte, 2014. Disponível em: <<http://energiaheliotermica.gov.br/pt-br/especialistas/brasil-htl/teste-quase-dinamico-para-avaliacao-de-coletores-cilindro-parabolicos>>. Acesso em agosto de 2016.

SÁNCHEZ, Ramón Angosto. Análisis y diseño de una antena parabólica para un radiotelescopio en la banda de 1420MHz, 2007. Disponível em: <<http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/170/Proyecto%20Fin%20de%20Carrera%20Reflector.pdf?sequence=1&isAllowed=>>>. Acesso em novembro de 2016.

PEÑAFIEL, Rafael Andrés Soria. Proposta metodológica para formulação de política para o desenvolvimento da tecnologia heliotérmica no Brasil, 2016. Disponível em: <[http://www.ppe.ufrj.br/pppe/production/tesis/soria\\_rafael.pdf](http://www.ppe.ufrj.br/pppe/production/tesis/soria_rafael.pdf)>. Acesso em novembro de 2016.

## ANEXOS

### ANEXO A – COORDENADAS PARA ARRANJO DISCRETIZADO

#### ARRANJO 2 ( $l = 5,5\text{cm}$ )

Nº	X (m)	Y discreto (m)	Y contínuo (m)
1	1,741819	0,676507	0,676613
2	1,72	0,659768	0,659768
3	1,698181	0,643029	0,643135
4	1,676157	0,626562	0,626562
5	1,654132	0,610095	0,610203
6	1,631899	0,59391	0,59391
7	1,609665	0,577727	0,577837
8	1,587221	0,561836	0,561836
9	1,564777	0,545946	0,546058
10	1,54212	0,53036	0,53036
11	1,519462	0,514775	0,51489
12	1,496591	0,499506	0,499506
13	1,473719	0,484238	0,484355
14	1,450631	0,469298	0,469298
15	1,427543	0,454359	0,454478
16	1,404238	0,43976	0,43976
17	1,380932	0,425163	0,425284
18	1,357408	0,410918	0,410918
19	1,333884	0,396675	0,396799
20	1,310142	0,382799	0,382799
21	1,286398	0,368924	0,36905
22	1,262437	0,35543	0,35543
23	1,238475	0,341937	0,342065
24	1,214295	0,328838	0,328838
25	1,190114	0,315742	0,315872
26	1,165715	0,303054	0,303054
27	1,141316	0,290368	0,2905
28	1,116702	0,278105	0,278105
29	1,092086	0,265844	0,26598
30	1,067257	0,254023	0,254023
31	1,042427	0,242203	0,24234
32	1,017385	0,230837	0,230837
33	0,992343	0,219473	0,219613
34	0,967093	0,208579	0,208579
35	0,941842	0,197687	0,197829
36	0,916387	0,18728	0,18728
37	0,890931	0,176876	0,17702

38	0,865276	0,166972	0,166972
39	0,839621	0,157071	0,157217
40	0,813772	0,147686	0,147686
41	0,787922	0,138303	0,138452
42	0,761885	0,129453	0,129453
43	0,735847	0,120605	0,120756
44	0,70963	0,112305	0,112305
45	0,683412	0,104006	0,10416
46	0,657022	0,096271	0,096271
47	0,630632	0,088537	0,088692
48	0,604079	0,081381	0,081381
49	0,577526	0,074226	0,074384
50	0,550821	0,067664	0,067664
51	0,524115	0,061102	0,061262
52	0,497268	0,055146	0,055146
53	0,47042	0,049191	0,049352
54	0,443443	0,043854	0,043854
55	0,416466	0,038518	0,038681
56	0,389372	0,033811	0,033811
57	0,362277	0,029106	0,02927
58	0,33508	0,02504	0,02504
59	0,307882	0,020975	0,02114
60	0,280595	0,017559	0,017559
61	0,253307	0,014144	0,01431
62	0,225946	0,011385	0,011385
63	0,198585	0,008628	0,008795
64	0,171165	0,006534	0,006534
65	0,143744	0,00444	0,004608
66	0,116281	0,003015	0,003015
67	0,088818	0,001591	0,001759
68	0,061329	0,000839	0,000839
69	0,033839	0,000087	0,000255
70	0,006339	0,000009	0,000009
71	0	0	0

### ARRANJO 3 ( $l = 4,5\text{cm}$ )

Nº	X (m)	Y discreto (m)	Y contínuo (m)
1	1,737852	0,673463	0,673535
2	1,72	0,659768	0,659768
3	1,702148	0,646073	0,646144
4	1,684159	0,632558	0,632558
5	1,666169	0,619045	0,619117
6	1,648041	0,605718	0,605718
7	1,629912	0,592392	0,592465
8	1,611643	0,579258	0,579258
9	1,593373	0,566125	0,566199
10	1,574962	0,553191	0,553191
11	1,556551	0,540257	0,540333
12	1,537998	0,527528	0,527528
13	1,519444	0,5148	0,514877
14	1,500747	0,502284	0,502284
15	1,482049	0,489768	0,489846
16	1,463207	0,47747	0,47747
17	1,444365	0,465173	0,465252
18	1,425378	0,4531	0,4531
19	1,40639	0,441029	0,441109
20	1,387258	0,429189	0,429189
21	1,368124	0,41735	0,417432
22	1,348845	0,40575	0,40575
23	1,329565	0,394151	0,394234
24	1,310139	0,382798	0,382798
25	1,290713	0,371446	0,37153
26	1,271141	0,360348	0,360348
27	1,251568	0,34925	0,349336
28	1,231849	0,338415	0,338415
29	1,212129	0,32758	0,327667
30	1,192264	0,317015	0,317015
31	1,172398	0,30645	0,306538
32	1,152388	0,296163	0,296163
33	1,132376	0,285878	0,285967
34	1,112221	0,275878	0,275878
35	1,092065	0,265878	0,265969
36	1,071765	0,256173	0,256173
37	1,051466	0,246469	0,246561
38	1,031024	0,237067	0,237067
39	1,010582	0,227667	0,22776
40	0,99	0,218577	0,218577
41	0,969417	0,209488	0,209583
42	0,948696	0,200719	0,200719
43	0,927975	0,191951	0,192047
44	0,907118	0,183511	0,183511

45	0,886261	0,175072	0,175169
46	0,86527	0,16697	0,16697
47	0,844279	0,158869	0,158967
48	0,823158	0,151113	0,151113
49	0,802037	0,143358	0,143457
50	0,780789	0,135957	0,135957
51	0,75954	0,128557	0,128658
52	0,738169	0,12152	0,12152
53	0,716798	0,114483	0,114585
54	0,695308	0,107817	0,107817
55	0,673818	0,101153	0,101256
56	0,652214	0,094867	0,094867
57	0,630609	0,088582	0,088686
58	0,608896	0,082684	0,082684
59	0,587182	0,076787	0,076892
60	0,565366	0,071284	0,071284
61	0,543549	0,065783	0,065889
62	0,521634	0,060683	0,060683
63	0,49972	0,055584	0,055691
64	0,477714	0,050894	0,050894
65	0,455708	0,046205	0,046313
66	0,433617	0,041932	0,041932
67	0,411527	0,03766	0,037769
68	0,389359	0,033809	0,033809
69	0,36719	0,029959	0,030069
70	0,344952	0,026537	0,026537
71	0,322714	0,023115	0,023226
72	0,300413	0,020127	0,020127
73	0,278113	0,017139	0,017249
74	0,255758	0,014588	0,014588
75	0,233403	0,012038	0,012149
76	0,211002	0,009929	0,009929
77	0,188601	0,007821	0,007933
78	0,166162	0,006157	0,006157
79	0,143724	0,004494	0,004607
80	0,121257	0,003279	0,003279
81	0,098789	0,002064	0,002176
82	0,076302	0,001298	0,001298
83	0,053815	0,000533	0,000646
84	0,031318	0,000219	0,000219
85	0,00882	-0,000096	0,000017
86	0	0	0
87	0	0	0