

Marcus Vinicius Paes Carvalho

**Análise Reológica do Escoamento Sanguíneo na  
Bifurcação da Artéria Carótida com Uso do  
OpenFOAM**

Macaé – RJ

2017

Marcus Vinicius Paes Carvalho

# **Análise Reológica do Escoamento Sanguíneo na Bifurcação da Artéria Carótida com Uso do OpenFOAM**

Projeto de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro *campus* – Macaé, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Universidade Federal do Rio de Janeiro – *campus* UFRJ

Engenharia Mecânica

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientadora Profa. Dra. Raquel Jahara Lobosco

Coorientador Prof. Dr. Guilherme Barbosa Lopes Júnior

Macaé – RJ

2017

Marcus Vinicius Paes Carvalho

## **Análise Reológica do Escoamento Sanguíneo na Bifurcação da Artéria Carótida com Uso do OpenFOAM**

Projeto de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro *campus* – Macaé, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

---

**Profa. Dra. Raquel Jahara Lobosco**  
(Orientadora)

---

**Prof. Dr. Guilherme Barbosa Lopes Júnior**  
(Coorientador)

---

**Prof. Dr. Diego Cunha Malagueta**

---

**Prof. Dr. Márcio José de Medeiros**

Macaé – RJ  
2017

# Resumo

A hemodinâmica é uma área de estudo multidisciplinar de extrema importância, que, com o auxílio do CFD (*Computational Fluid Dynamics*) pode vir a desempenhar um papel fundamental para diagnóstico e tratamentos de doenças cardiovasculares como trombose e aterosclerose. A artéria carótida, responsável por distribuir o sangue para a cabeça e o pescoço, é uma das principais afetadas por estas patologias, principalmente o seio carotídeo, situado na carótida interna. O modelo utilizado nesse trabalho foi baseado nas dimensões médias de diversos angiogramas de adultos e crianças, visto que a fidelidade geométrica é de vital importância para reproduzir as características de um escoamento. A utilização do modelo reológico correto também é determinante, o que aumenta a complexidade desse tipo de estudo, visto que não há consenso sobre o modelo a ser utilizado. Os modelos escolhidos com mais frequência para representar o comportamento não-Newtoniano do sangue são a Lei de Potência, o modelo de Casson e o de Carreau-Yasuda. A hipótese de comportamento Newtoniano é válida apenas em algumas situações específicas. A definição das condições de contorno é de suma importância, portanto este trabalho avalia o impacto de diferentes magnitudes de velocidade na entrada. Também são feitas comparações entre modelos Newtonianos com diferentes viscosidades e diferentes modelos não-Newtonianos. O *software* utilizado para as simulações é o *opensource* OpenFOAM, sendo o *nonNewtonianIcoFoam* o *solver* escolhido para a hipótese não-Newtoniana e o *icoFoam* para a hipótese Newtoniana.

**Palavras-chave:** Hemodinâmica, OpenFOAM, Não-Newtoniano, CFD, Carreau-Yasuda, Carótida.

# Abstract

Hemodynamics is an extremely important multidisciplinary area of study, and, with assistance of CFD (Computational Fluid Dynamics) can play a fundamental role in diagnosis and treatment of cardiovascular diseases such as thrombosis and atherosclerosis. The carotid artery, responsible for delivering blood to the neck and head, is one of the most affected by these pathologies, in particular the carotid sinus, located on the internal carotid. The model used in this paper is based on the average dimensions of many angiograms performed on children and adults, since geometry fidelity is very important to reproduce flow characteristics. Use of the correct rheological model is also crucial, which raises the complexity of this type of study, as there is no agreement about which model should be used. The most used models to represent blood as a non-Newtonian fluid are the Casson model, Carreau-Yasuda model and Power Law. Moreover, the Newtonian hypothesis is valid only in certain situations. Definition of boundary conditions is very important, so this paper analyzes the impact of more than one value for the inlet velocity boundary condition. We also compared different non-Newtonian models and Newtonian assumptions with different viscosity values. The open-source software OpenFOAM is used for the numerical simulations, the solvers used were nonNewtonianIcoFoam (non-Newtonian assumption) and icoFoam (Newtonian assumption).

**Keywords:** Hemodynamics, OpenFOAM, Non-Newtonian, CFD, Carreau-Yasuda, Carotid.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Volume e Superfície de Controle . . . . .	19
Figura 2 – Subregião da região III ampliada . . . . .	20
Figura 3 – Volume de controle diferencial . . . . .	21
Figura 4 – Volume de controle diferencial com setas indicativas de fluxo de momento . . . . .	22
Figura 5 – Propriedades da solução KSCN-X . . . . .	26
Figura 6 – Medidas retiradas dos angiogramas . . . . .	26
Figura 7 – Modelos não-Newtonianos KSCN-X . . . . .	29
Figura 8 – Modelos não-Newtonianos Sangue . . . . .	30
Figura 9 – Bifurcação da Artéria Carótida . . . . .	30
Figura 10 – Posições de Medição dos Perfis de Velocidade . . . . .	32
Figura 11 – Perfil de Velocidade em Relação ao Eixo y na Carótida Comum . . . . .	33
Figura 12 – Perfis de Velocidade dos Resultados Newtonianos Experimentais e Numéricos Medidos na Carótida Interna . . . . .	35
Figura 13 – Perfis de Velocidade dos Resultados não-Newtonianos Experimentais e Numéricos Medidos na Carótida Interna . . . . .	36
Figura 14 – Perfis de Velocidade dos Modelos Casson, Carreau-Yasuda, Lei de Potência e Newtoniano com Parâmetros Retirados do Fluido KSCN-X . . . . .	37
Figura 15 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Parâmetros do KSCN-X . . . . .	38
Figura 16 – Perfis de Velocidade para os modelos Casson, Carreau-Yasuda, Lei de Potência e Newtoniano com Parâmetros Sanguíneos . . . . .	39
Figura 17 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Parâmetros do Sangue . . . . .	40
Figura 18 – Perfis de Velocidade do Modelo Carreau-Yasuda com Parâmetros KSCN-X e Sanguíneos . . . . .	41
Figura 19 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Diferentes Parâmetros para o Modelo Carreau-Yasuda . . . . .	42
Figura 20 – Perfis de Velocidade do Modelo Casson com Parâmetros KSCN-X, Sanguíneos e Poliácrlamida . . . . .	43
Figura 21 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Diferentes Parâmetros para o Modelo Casson . . . . .	44
Figura 22 – Perfis de Velocidade do Fluido Newtoniano KSCN e com Parâmetros do Sangue . . . . .	45
Figura 23 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso de Diferentes Viscosidades para Hipótese Newtoniana: . . . . .	46

Figura 24 – Perfis de Velocidade do Escoamento para $v = 0,07 \text{ m/s}$ do Modelo Carreau-Yasuda e Newtoniano com Parâmetros Sanguíneos . . . . .	47
Figura 25 – Perfis de Velocidade do Escoamento para $v = 0,10 \text{ m/s}$ do Modelo Carreau-Yasuda e Newtoniano com Parâmetros Sanguíneos . . . . .	48
Figura 26 – Carreau-Yasuda Sangue: Malha Grossa vs. Malha Refinada . . . . .	49
Figura 27 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso de Duas Malhas Diferentes . . . . .	50
Figura 28 – Perfis de Velocidade Para o Modelo Carreau-Yasuda com parâmetros do Sangue (Carótida Comum) com a Geometria Original e a Geometria Extendida . . . . .	51
Figura 29 – Perfis de Velocidade Para o Modelo Carreau-Yasuda com parâmetros do Sangue (Carótida Interna) com a Geometria Original e a Geometria Extendida . . . . .	52

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Dimensões da Artéria Carótida . . . . .	27
Tabela 2 – Parâmetros Carreau-Yasuda KSCN-X . . . . .	28
Tabela 3 – Parâmetros Carreau-Yasuda Sangue . . . . .	29
Tabela 4 – Comparativo das Dimensões das Artérias Carótidas com o modelo apresentado na Figura (6) . . . . .	31

# Lista de abreviaturas e siglas

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
EUA	Estados Unidos da América
Pa	Pascal
s	Segundo
m	Metro
kg	Kilograma
KSCN	Tiocianato de Potássio
KSCN-X	Tiocianato de Potássio Acrescido de Goma Xantana
VC	Volume de Controle
SC	Superfície de Controle
ppm	Parte Por Milhão
PMMA	Plexiglas
STEP	<i>Standard for the Exchange of Product Data</i>

# Lista de símbolos

$\tau$	Tensão de Cisalhamento [ $Pa$ ]
$\mu$	Viscosidade Dinâmica Constante [ $Pa \cdot s$ ]
$u$	Velocidade de Escoamento [ $m/s$ ]
$\eta$	Viscosidade Dinâmica Para Fluidos não-Newtonianos [ $Pa \cdot s$ ]
$k$	Índice de Consistência do Escoamento Para a Lei de Potência [ $Pa \cdot s$ ]
$\dot{\gamma}$	Taxa de Cisalhamento [ $s^{-1}$ ]
$n$	Índice da Lei de Potência [-]
$\tau_0$	Tensão de Escoamento Para o Modelo Casson ( $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ ) [ $Pa$ ]
$m$	Limite Assintótico da Viscosidade Para o Modelo Casson ( $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ ) [ $Pa \cdot s$ ]
$\eta_0$	Limite Assintótico da Viscosidade Para o Modelo Carreau-Yasuda ( $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ ) [ $Pa \cdot s$ ]
$\eta_\infty$	Limite Assintótico da Viscosidade Para o Modelo Carreau-Yasuda ( $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ ) [ $Pa \cdot s$ ]
$\lambda$	Constante Empírica do Modelo Carreau-Yasuda ( $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ ) [ $s$ ]
$n$	Constante Empírica do Modelo Carreau-Yasuda ( $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ ) [-]
$a$	Constante Empírica do Modelo Carreau-Yasuda ( $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ ) [-]
$M$	Massa [ $kg$ ]
$t$	Tempo [ $s$ ]
$V$	Volume [ $m^3$ ]
$\rho$	Densidade [ $kg/m^3$ ]
$A$	Área [ $m^2$ ]
$\phi$	Fluxo de Momento Combinado [ $Pa$ ]

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1	Revisão Bibliográfica	12
1.2	Objetivo	13
1.3	Justificativa	13
<b>2</b>	<b>CONTEXTUALIZAÇÃO FÍSICA DO PROBLEMA</b>	<b>15</b>
2.1	Viscosidade	15
2.2	Reologia do Sangue	15
2.3	Modelos Não-Newtonianos	16
<b>3</b>	<b>FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA</b>	<b>18</b>
3.1	Conservação da Massa	18
3.2	Conservação da Quantidade de Movimento	22
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>25</b>
4.1	Metodologia Experimental	25
4.1.1	Fluido	25
4.1.2	Geometria	26
4.2	Metodologia Numérica	27
4.2.1	Fluido	28
4.2.2	Geometria	30
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>33</b>
5.1	Validação do Modelo Numérico Computacional	33
5.2	Avaliação dos Modelos KSCN e KSCN-X	36
5.3	Análise dos Parâmetros Sanguíneos	38
5.4	Análise dos Parâmetros Reológicos	41
5.5	Investigação da Influência da Velocidade de Entrada no escoamento	46
5.6	Análise da Malha Computacional	48
5.7	Investigação da Influência da Condição de Contorno na Saída	50
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>53</b>
<b>7</b>	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>54</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>55</b>

	<b>ANEXOS</b>	<b>57</b>
	<b>ANEXO A – IMPLEMENTAÇÃO MODELO CASSON</b>	<b>58</b>
A.1	Casson.C	58
A.2	Casson.H	60
	<b>ANEXO B – IMPLEMENTAÇÃO VELOCIDADE PARABÓLICA</b>	<b>63</b>
B.1	parabolicVelocity.C	63
B.2	parabolicVelocity.H	66
	<b>ANEXO C – CONDIÇÕES DE CONTORNO CARREAU-YASUDA</b>	
	<b>SANGUE <math>v = 0,09 \text{ m/s}</math></b>	<b>70</b>
C.1	p	70
C.2	U	71
C.3	controlDict	72
C.4	transportProperties	73

# 1 Introdução

## 1.1 Revisão Bibliográfica

Estudos multidisciplinares são de grande importância para os avanços na área de bioengenharia. Principalmente na investigação do sistema cardiovascular, em que os avanços são relativamente recentes, visto que as primeiras bem sucedidas cirurgias cardíaca e de inserção de ponte de safena foram realizadas, respectivamente, em 1938 e 1944, (RUBENSTEIN; YIN; FRAME, 2015).

Trabalhos pioneiros sobre a reologia do sangue datam da década de 40, como por exemplo, por Bingham e Roepke (1944b), Bingham e Roepke (1944a). Desde então, o tema foi alvo de diversas pesquisas científicas: Copley (1952), Merrill (1969), Chien et al. (1970), Schmid-Schönbein (1980), Lowe (1986), Lowe et al. (2000), Shibeshi e Collins (2005), Boyd, Buick e Green (2007), Fedosov, Noguchi e Gompper (2014). Devido a complexidade deste fenômeno, não existe um modelo unânime para representar a viscosidade sanguínea. Os modelos de fluido mais utilizados para este fim são a Lei de Potência, Casson e Carreau-Yasuda (SHIBESHI; COLLINS, 2005).

Algumas pesquisas defendem que em artérias de grande porte, a hipótese de comportamento Newtoniano para o sangue seja uma boa suposição Wu et al. (2014), Perktold, Resch e Peter (1991). Outros estudos, no entanto, defendem que apesar do comportamento não-Newtoniano ser mais importante para capilares e vasos pequenos, a tensão de cisalhamento nas paredes dos vasos tem grande relação com a aterosclerose, por isso seria também importante investigar o comportamento não-Newtoniano em artérias de maior porte (BOYD; BUICK; GREEN, 2007).

Sobre esta divergência, é válido ressaltar que os parâmetros utilizados por Perktold, Resch e Peter (1991) para o modelo não-Newtoniano Casson, foram retirados de um fluido criado para simular o sangue, o que não garante a confiabilidade dos mesmos. Boyd, Buick e Green (2007), reutilizou esses parâmetros e comparou-os com três modelagens: Newtoniana, não-Newtoniana utilizando o modelo Carreau-Yasuda e não-Newtoniana utilizando o modelo Casson, fazendo uso de resultados obtidos com o próprio sangue, em estudo realizado por Abraham, Behr e Heinkenschloss (2005) e concluiu que há diferenças significativas. Ressaltando, inclusive, que os parâmetros utilizados para os modelos, influenciam mais que os próprios modelos.

O trabalho Gijzen, Vosse e Janssen (1999) também defende a suposição não-Newtoniana. Essa característica foi incluída utilizando o modelo Carreau-Yasuda. Ainda assim, mais estudos hemodinâmicos sobre doenças cardiovasculares e um modelo reológico

do sangue mais preciso são necessários (SHIBESHI; COLLINS, 2005).

É sabido que pequenas alterações na geometria podem produzir resultados diferentes no comportamento do escoamento nas bifurcações. A escolha de uma geometria de um indivíduo específico ou de uma média de vários indivíduos é uma discussão exaustiva Bharadvaj, Mabon e Giddens (1982b). Este trabalho decidiu por fazer uso de um modelo utilizado por diversos trabalhos como Bharadvaj, Mabon e Giddens (1982b), Bharadvaj, Mabon e Giddens (1982a), Ku et al. (1985), Ku et al. (1985), Gijzen, Vosse e Janssen (1999), que foi produzido a partir de cinquenta e sete angiogramas de vinte e dois adultos entre trinta e quatro e setenta e sete anos e sessenta e sete angiogramas de crianças abaixo de dezoito anos.

## 1.2 Objetivo

Este trabalho de pesquisa tem como objetivo validar um modelo de bifurcação da artéria carótida, a partir de simulações numéricas através do *software OpenFoam*. Foram utilizadas duas hipóteses para modelagem da viscosidade sanguínea: fluido Newtoniano e não-Newtoniano, com as características pseudoplásticas incluídas utilizando o modelo Carreau-Yasuda. Os resultados obtidos numericamente foram comparados com os dados experimentais de Gijzen, Vosse e Janssen (1999).

## 1.3 Justificativa

O estudo de biomecânica dos fluidos se mostra muito importante visto que 65% do corpo humano é composto por água. O projeto de qualquer implante depende do estudo da mecânica dos fluidos, principalmente aqueles em contato direto com o sangue, como é o caso de *stents* e válvulas cardíacas. De acordo com a *American Heart Association*, em 2011, mais de 82.500.000 pessoas nos Estados Unidos sofriam com, pelo menos, uma doença cardiovascular. A maioria desses casos associados com hipertensão (aproximadamente 74 milhões) ou doenças cardíacas coronárias (aproximadamente 18 milhões). Além disso, doenças cardiovasculares são a causa de uma em cada três mortes nos EUA, ou seja, 1,5 vezes maior que o câncer (RUBENSTEIN; YIN; FRAME, 2015).

Como exemplo, podem ser citadas a aterosclerose e trombose, cujos desencadeamentos são influenciados pela hemodinâmica. Transferência local de plasma aterosclerótico e componentes celulares são regulados pelo escoamento alterado pela recirculação. Valores baixos e oscilatórios de tensão de cisalhamento nas paredes arteriais modificam sua permeabilidade para com os componentes sanguíneos. Outros fatores que influenciam a hemodinâmica local são a pressão de pulso (diferença entre as pressões sistólica e diastólica) a geometria do escoamento e as propriedades reológicas do sangue. Por isso é importante

a utilização do modelo correto para esta representação, visto que ele ajudará a descrever a dinâmica dos fluidos no sistema cardiovascular. Com isso, será possível projetar melhores próteses e aperfeiçoar procedimentos clínicos e cirúrgicos (SHIBESHI; COLLINS, 2005; GIJSEN; VOSSE; JANSSEN, 1999).

De acordo com observações clínicas, regiões de bifurcações e curvaturas são mais sensíveis a alterações patológicas. Em especial o seio carotídeo (região onde ocorre a bifurcação da artéria carótida), pois é a mais afetada por lesões ateroscleróticas (PERKTOLD; RESCH; PETER, 1991). Logo, é deveras importante o estudo da hemodinâmica para um melhor entendimento da aterosclerose e sua relação com o escoamento (BOYD; BUICK; GREEN, 2007).

Também é importante mencionar que é extremamente difícil realizar medições *in vivo* de certos parâmetros com precisão, como, por exemplo, da tensão de cisalhamento. Por isso, a simulação numérica torna-se uma grande aliada no desenvolvimento desta área (BOYD; BUICK; GREEN, 2007).

## 2 Contextualização Física do Problema

Para iniciar o estudo da mecânica dos fluidos, primeiro é necessário definir um fluido. Diferentemente de um sólido, o fluido, que pode se apresentar nas formas de líquidos ou gases, se deforma continuamente sob a aplicação de uma tensão de cisalhamento, por menor que seja. E, quando interage com uma superfície sólida, ele possui a mesma velocidade desta superfície, por causa da condição experimental de não deslizamento (FOX; PRITCHARD; MCDONALD, 2014).

### 2.1 Viscosidade

A viscosidade é um parâmetro extremamente importante para o estudo do comportamento dos fluidos. Esta pode ser definida como a resistência do mesmo ao escoamento, visto que esta propriedade ditará como ocorrerá a deformação quando o fluido for exposto à ação de alguma força. Sobre esse aspecto, pode-se dividir os fluidos em duas classificações: Newtonianos, quando a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à taxa de deformação e não-Newtonianos, quando isso não ocorre (FOX; PRITCHARD; MCDONALD, 2014).

Na categoria de fluidos Newtonianos, estão fluidos como ar, água e gasolina. Para prever o comportamento de um fluido Newtoniano, é utilizada a Lei da Viscosidade de Newton, que relaciona a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ), a viscosidade absoluta (ou dinâmica) ( $\mu$ ), a velocidade de escoamento ( $u$ ) e a distância da aplicação da força medida perpendicularmente à direção do escoamento. Para um escoamento unidimensional:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.1)$$

Apesar de parecer um tanto quanto peculiar, os fluidos não-Newtonianos estão presentes no cotidiano. Um exemplo é a pasta de dente, apenas colocando o tubo de cabeça para baixo não é o suficiente para que ocorra um escoamento, porém ao aplicar-se uma força lateral (apertar o tubo), o mesmo ocorre. Existem diversas subdivisões de fluidos não-Newtonianos, como: viscoelásticos, pseudoplásticos etc.

### 2.2 Reologia do Sangue

O sangue é um fluido composto por, aproximadamente, 55% plasma e 45% células Wu et al. (2014), Rubenstein, Yin e Frame (2015). Entre elas estão as plaquetas, glóbulos brancos e glóbulos vermelhos. Este último responsável por 99% do componente celular. Por

isso, a maneira mais fácil de quantificar este componente é determinar o volume percentual de glóbulos vermelhos em relação ao volume de sangue. A este parâmetro, é dado o nome de hematócrito (RUBENSTEIN; YIN; FRAME, 2015).

O plasma é composto 92% por água, que possui a função de reduzir a viscosidade do sangue e permitir que ele escoe. O plasma se comporta como fluido Newtoniano e possui viscosidade de 0,0012 Pa·s. O sangue no entanto, é um fluido não-Newtoniano do tipo plástico de Bingham e não possui uma viscosidade constante. Ela varia de acordo com a taxa de cisalhamento, temperatura, doenças e, principalmente, do hematócrito (RUBENSTEIN; YIN; FRAME, 2015). A viscosidade aumenta consideravelmente com o aumento do hematócrito (WU et al., 2014). Glóbulos brancos e plaquetas influenciam muito pouco na viscosidade do sangue por possuírem concentrações muito baixas (SHIBESHI; COLLINS, 2005).

Os glóbulos vermelhos determinam o comportamento reológico do sangue, tanto a pseudoplasticidade quanto a viscoelasticidade são relacionadas ao alinhamento, deformação e aglomeração destas células Gijsen, Vosse e Janssen (1999). Em taxas de cisalhamento baixas, inferiores a  $100 \text{ s}^{-1}$ , eles se aglomeram e formam *rouleaux* (estado de empilhamento e aglomeração) o que aumenta a viscosidade do sangue. Quando as taxas de cisalhamento aumentam, ocorre a separação dos *rouleaux* e a viscosidade diminui (SHIBESHI; COLLINS, 2005; WU et al., 2014). Essa separação é a principal causa do comportamento não-Newtoniano e viscoelástico do sangue. Em regiões de baixas taxas de cisalhamento, o comportamento pseudoplástico desaparece e o sangue se comporta como fluido Newtoniano (SHIBESHI; COLLINS, 2005).

Acredita-se que quando a taxa de cisalhamento se aproxima de zero, o sangue se comportará como um sólido viscoelástico, porque todos os glóbulos vermelhos vão se transformar em um só aglomerado (RUBENSTEIN; YIN; FRAME, 2015).

## 2.3 Modelos Não-Newtonianos

Como já citado anteriormente, os modelos não-Newtonianos mais utilizados para modelar o sangue são a Lei de Potência, Casson e Carreau-Yasuda. Na Lei de Potência, proposta por Ostwald em 1925 (BIRD, 1976), a viscosidade é dada por:

$$\eta = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.2)$$

Em que  $k$  é o índice de consistência do escoamento e tem unidades de  $\text{Pa} \cdot \text{s}$  e  $n$  é o índice da Lei de Potência, que especifica a extensão do comportamento não-Newtoniano. Ambos os índices são dependentes das características do sangue, como o hematócrito, colesterol etc. Experimentos mostram que o sangue em repouso precisa de uma tensão

de escoamento para iniciar o movimento, a Lei de Potência não leva em conta este fator (SHIBESHI; COLLINS, 2005).

O modelo Casson, proposto por Lightfoot em 1974 Bird (1976), por outro lado, leva em conta esta característica e tem a seguinte forma:

$$\eta = \left( \sqrt{\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}} + \sqrt{m} \right)^2 \quad (2.3)$$

Em que  $\tau_0$  é a tensão de escoamento e  $m$  é o limite assintótico da viscosidade, visto que  $\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \eta = m$ . Esses dois parâmetros tem os valores dependentes do hematócrito (BOYD; BUICK; GREEN, 2007).

Já o modelo Carreau-Yasuda é um aprimoramento do modelo anterior, que foi desenvolvido por Carreau, MacDonald e Bird (1968) e possui a forma:

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.4)$$

Em que  $\lambda$  e  $n$  são constantes determinadas empiricamente. O aprimoramento deste modelo foi realizado por Yasuda, Armstrong e Cohen (1981) e tem a viscosidade calculada da seguinte forma:

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad (2.5)$$

A constante  $a$  também é determinada empiricamente. A maior vantagem do modelo Carreau-Yasuda é que ele é contínuo para todo o intervalo  $\dot{\gamma} \geq 0$ . Para o sangue  $n < 1$ ,  $\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta = \eta_0$  e  $\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \eta = \eta_\infty$ , indicando que em altas taxas de cisalhamento, o fluido se comporta como um fluido Newtoniano com viscosidade  $\eta_\infty$ , enquanto que em baixas taxas de cisalhamento, o comportamento também é Newtoniano, porém com viscosidade  $\eta_0$ . As constantes empíricas controlam como o sangue se comporta no regime não-Newtoniano entre as ditas viscosidades (BOYD; BUICK; GREEN, 2007).

## 3 Formulação Matemática do Problema

Para resolver problemas relacionados ao escoamento de fluidos, pode-se recorrer a duas abordagens diferentes. A primeira seria estudar uma região do espaço e o fluido que passa através dela, conhecida como abordagem do volume de controle ou integral. Sua principal vantagem é a aplicabilidade em uma grande variedade de situações, por outro lado, as leis da física descrevem o comportamento da matéria e não do espaço, sendo assim necessária a adaptação matemática dessas leis de sistema para volume de controle. A segunda abordagem estuda o comportamento de um elemento diferencial composto por uma partícula individual ou um grupo de partículas, se trata de uma formulação diferencial e possui justamente a vantagem de que as leis da física são designadas para descrever este tipo de comportamento. Geralmente é utilizada quando se deseja estudar o movimento das partículas ao longo do tempo (FOX; PRITCHARD; MCDONALD, 2014).

Nas próximas seções serão apresentadas as formulações para conservação da massa e da quantidade de movimento. Como este trabalho de pesquisa tem como alvo um problema de escoamento isotérmico, o balanço de energia não será demonstrado.

### 3.1 Conservação da Massa

Para um sistema, que por definição é uma quantidade de matéria fixa,  $M = \text{constante}$ . Escrevendo como uma taxa:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right)_{\text{sistema}} = 0 \quad (3.1)$$

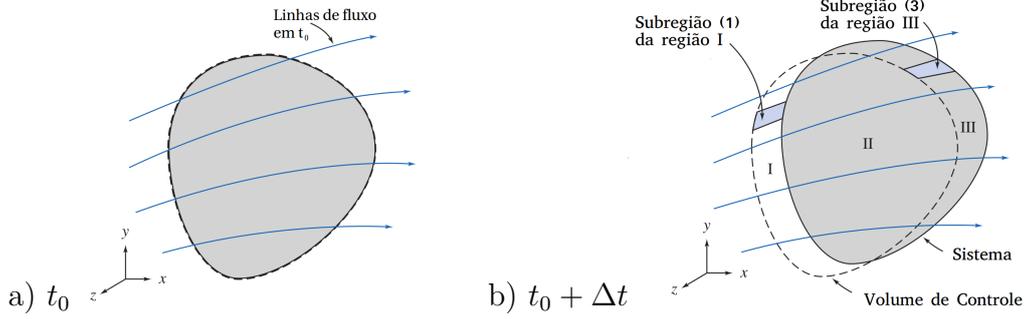
em que

$$M_{\text{sistema}} = \int_{M(\text{sistema})} dm = \int_{V(\text{sistema})} \rho dV \quad (3.2)$$

Para a formulação integral da conservação da massa, será fixado um volume de controle nas coordenadas  $xyz$ , no instante  $t_0$ , como mostra a Figura (2(a)). Após um tempo infinitesimal  $\Delta t$ , o sistema terá se movimentado, todo ou parcialmente, para fora do volume.

Na Figura (2(b)), pode-se identificar três regiões. A combinação das regiões I e II, forma o volume de controle. Já o sistema, é formado pela união das regiões II e III, no instante  $t_0 + \Delta t$ . Da definição da derivada, tem-se que a taxa de variação da massa de um

Figura 1 – Volume e Superfície de Controle



Fox, Pritchard e McDonald (2014)

sistema é:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right)_{\text{sistema}} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_s)_{t_0 + \Delta t} - M_s)_{t_0}}{\Delta t} \quad (3.3)$$

De acordo com a Figura (2(b)), tem-se que

$$M_s)_{t_0 + \Delta t} = (M_{II} + M_{III})_{t_0 + \Delta t} = (M_{VC} - M_I + M_{III})_{t_0 + \Delta t} \quad (3.4)$$

em que

$$M_s)_{t_0} = (M_{VC})_{t_0} \quad (3.5)$$

Substituindo na Equação (3.3) e como o limite da soma é igual a soma dos limites, temos

$$\left. \frac{dM}{dt} \right)_{\text{sistema}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_{VC})_{t_0 + \Delta t} - M_{VC})_{t_0}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_{III})_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_I)_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} \quad (3.6)$$

Ao reescrever os três termos a direita da Equação (3.6), o primeiro termo torna-se

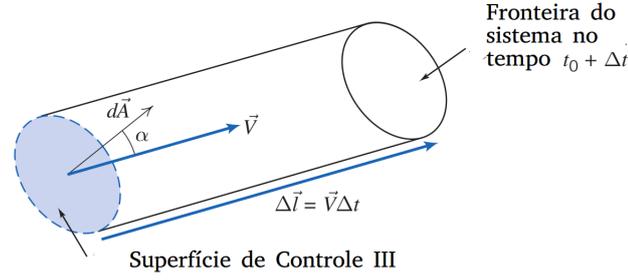
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_{VC})_{t_0 + \Delta t} - M_{VC})_{t_0}}{\Delta t} = \frac{\partial M_{VC}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV \quad (3.7)$$

Ao termo, cabe uma análise mais detalhada da sub-região da região III que pode ser analisada, em vista ampliada, na Figura (2).

Para esta sub-região, sabe-se que:

$$dM_{III})_{t_0 + \Delta t} = \rho \vec{V} d\vec{A} \Delta t \quad (3.8)$$

Figura 2 – Subregião da região III ampliada



Fonte: Fox, Pritchard e McDonald (2014)

Integrando sobre toda região III, tem-se:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_{III})_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_{SC_{III}} dM_{III})_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_{SC_{III}} \rho \vec{V} d\vec{A} \Delta t}{\Delta t} = \int_{SC_{III}} \rho \vec{V} d\vec{A} \quad (3.9)$$

Como se trata de um caso análogo, é possível repetir os mesmos procedimentos para a subregião I e obter o terceiro termo da Equação (3.6) na forma

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_I)_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} = - \int_{SC_I} \rho \vec{V} d\vec{A} \quad (3.10)$$

O sinal negativo aparece porque o fluido se move para dentro do volume de controle e a normal à área (por convenção) sempre aponta para fora, de forma que o produto escalar entre  $\vec{V}$  e  $\vec{A}$  é sempre negativo, diferentemente do que acontece na subregião III. Combinando as integrais das Equações (3.9) e (3.10), obtém-se a integral sobre toda a superfície de controle o que permite escrever a Equação (3.3) na seguinte forma

$$\left( \frac{dM}{dt} \right)_{sistema} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{V} d\vec{A} \quad (3.11)$$

E, ao substituir na Equação (3.1), tem-se como resultado a formulação integral para a conservação da massa, também conhecida como equação da continuidade

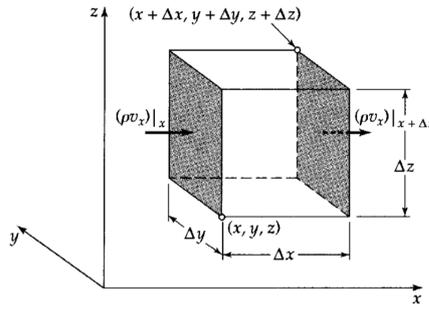
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{V} d\vec{A} = 0 \quad (3.12)$$

Para o caso de escoamento incompressível em regime permanente, como o que foi abordado neste trabalho de pesquisa, a Equação (3.12) é simplificada para a forma

$$\int_{SC} \vec{V} d\vec{A} = 0 \quad (3.13)$$

Como citado anteriormente, também existe a formulação diferencial.

Figura 3 – Volume de controle diferencial



Bird, Stewart e Lightfoot (2007)

Para as faces sombreadas (normais ao eixo  $x$ ), de um elemento diferencial, Figura (3), pode-se representar a taxa de entrada de massa na face sombreada em  $x$  como

$$(\rho v_x)_x \Delta y \Delta z \quad (3.14)$$

e a taxa de saída de massa em  $x + \Delta x$  como

$$(\rho v_x)_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \quad (3.15)$$

Através de expressões análogas para representar a entrada e saída nas faces normais aos eixos  $y$  e  $z$ , obtém-se a expressão para a taxa líquida de aumento de massa no volume de controle diferencial

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \Delta y \Delta z [(\rho v_x)_x - (\rho v_x)_{x+\Delta x}] + \\ &\quad \Delta x \Delta z [(\rho v_y)_y - (\rho v_y)_{y+\Delta y}] + \\ &\quad \Delta x \Delta y [(\rho v_z)_z - (\rho v_z)_{z+\Delta z}] \end{aligned} \quad (3.16)$$

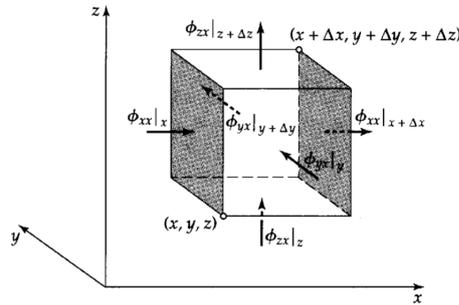
Ao dividir a Equação (3.16) por  $\Delta x \Delta y \Delta z$  e tirar o limite dos termos para quando  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  tende a 0 é possível aplicar a definição de derivada parcial e obter

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left( \frac{\partial}{\partial x} \rho v_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho v_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z \right) \quad (3.17)$$

E, como feito na formulação integral, supondo o escoamento incompressível em regime permanente a Equação (3.17) se reduz a

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.18)$$

Figura 4 – Volume de controle diferencial com setas indicativas de fluxo de momento



Bird, Stewart e Lightfoot (2007)

### 3.2 Conservação da Quantidade de Movimento

A equação da quantidade de movimento é decorrente da segunda lei de Newton, a qual estabelece que, para um sistema com movimento relativo a um sistema de referência inercial, o somatório de todas as forças agindo sobre o sistema é igual à taxa de variação da quantidade de movimento linear em relação ao tempo

$$\vec{F} = \left. \frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{\text{sistema}} \quad (3.19)$$

Em que a força resultante, é a combinação de todas as forças de campo (gravitacional e/ou magnético) e de superfície que atuam sobre o sistema (ou sobre o volume de controle, já que em  $t_0$  eles são coincidentes), e a quantidade de movimento linear é representada por

$$\vec{P}_{\text{sistema}} = \int_{M(\text{sistema})} \vec{v} dm = \int_{V(\text{sistema})} \vec{v} \rho dV \quad (3.20)$$

De maneira análoga a formulação integral da conservação da massa, é possível obter uma equação similar a Equação (3.11)

$$\left. \frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{\text{sistema}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho dV + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} d\vec{A} \quad (3.21)$$

Para desenvolvimento da formulação diferencial, a Figura (4) é analisada, na qual pode ser observado o fluxo de momento em todos os eixos  $x, y$  e  $z$ . Como as equações para os três eixos são análogas, elas serão elaboradas, primeiramente, para o eixo  $x$ , visto que o elemento diferencial já possui as faces perpendiculares ao mesmo evidenciadas. O símbolo  $\phi$  representa o fluxo de momento combinado, composto pela soma do fluxo de momento molecular com o fluxo de momento convectivo:

$$\phi = p\delta + \tau + \rho\mathbf{v}\mathbf{v} \quad (3.22)$$

Em que  $p\delta$  possui a contribuição da pressão e que combinado com  $\tau$  (tensor de fluxo de momento viscoso) forma o fluxo de momento molecular, já o tensor  $\rho\mathbf{v}\mathbf{v}$  denota o fluxo de momento convectivo.

A taxa de entrada da componente  $x$  do momento combinado na face sombreada em  $x$  é representada por  $\phi_{xx})_x\Delta y\Delta z$  e a saída, em  $x + \Delta x$  por  $\phi_{xx})_{x+\Delta x}\Delta y\Delta z$ . Extendendo a análise para a entrada e saída do momento combinado atuando sobre as faces perpendiculares aos eixos  $y$  e  $z$  e somando-as, obtém-se a taxa líquida de adição do momento na componente  $x$ :

$$\begin{aligned} & \Delta y\Delta z(\phi_{xx})_x - \phi_{xx})_{x+\Delta x} + \\ & \Delta x\Delta z(\phi_{yx})_y - \phi_{yx})_{y+\Delta y} + \\ & \Delta x\Delta y(\phi_{zx})_z - \phi_{zx})_{z+\Delta z} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Ainda resta considerar as forças externas (geralmente gravitacional) no elemento de fluido diferencial, para a direção  $x$  temos

$$\rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3.24)$$

Somando as Equações (3.23) e (3.24), obtém-se a taxa líquida de aumento do fluxo de momento no elemento de volume, representada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_x \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3.25)$$

Ao dividir ambos os lados da equação por  $\Delta x \Delta y \Delta z$ , aplicar os limites com  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  tendendo a zero e utilizar a definição da derivada parcial, tem-se:

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} = - \left( \frac{\partial}{\partial t} \phi_{xx} + \frac{\partial}{\partial t} \phi_{yx} + \frac{\partial}{\partial t} \phi_{zx} \right) + \rho g_x \quad (3.26)$$

Analogamente para as componentes  $y$  e  $z$  do fluxo de momento, é dado por:

$$\frac{\partial \rho v_y}{\partial t} = - \left( \frac{\partial}{\partial t} \phi_{xy} + \frac{\partial}{\partial t} \phi_{yy} + \frac{\partial}{\partial t} \phi_{zy} \right) + \rho g_y \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \rho v_z}{\partial t} = - \left( \frac{\partial}{\partial t} \phi_{xz} + \frac{\partial}{\partial t} \phi_{yz} + \frac{\partial}{\partial t} \phi_{zz} \right) + \rho g_z \quad (3.28)$$

Ao somar as Equações (3.26), (3.27) e (3.28) vetorialmente, é possível escrevê-las no formato vetor-tensor:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{v} = -[\nabla \cdot \boldsymbol{\phi}] + \rho \mathbf{g} \quad (3.29)$$

Ao substituir a Equação (3.22) na Equação (3.29) acima, temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{v} = -[\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}] - [\nabla p] - [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] + \rho \mathbf{g} \quad (3.30)$$

Assim é obtida a equação da quantidade de movimento na forma diferencial, também conhecida como equação de Cauchy. Para escoamento incompressível e fluido Newtoniano, a inserção da expressão para  $\boldsymbol{\tau}$  (Equação (2.1)) resulta na equação de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} \quad (3.31)$$

## 4 Metodologia

O primeiro objetivo deste trabalho de pesquisa foi validar um modelo numérico com o modelo de escoamento de uma bifurcação da artéria carótida, ao compará-los com os resultados obtidos por [Gijssen, Vosse e Janssen \(1999\)](#). A metodologia utilizada encontra-se descrita na Seção (4.1). Para o desenvolvimento de uma simulação numérica de CFD, é necessária a criação de uma geometria e a geração da sua malha. Após este procedimento, o *solver* apropriado é escolhido. A geometria utilizada foi desenvolvida com o uso do *software* SolidWorks que, posteriormente, foi importada no *software* Salome para a criação da malha. As simulações numéricas foram realizadas com o uso do *software* de código aberto OpenFOAM. Para as simulações com a hipótese de fluido Newtoniano foi utilizado o *solver* icoFoam e para a hipótese de fluido não-Newtoniano foi utilizado o *solver* nonNewtonianIcoFoam. Ambos utilizam o algoritmo PISO para o acoplamento entre a pressão e a velocidade.

Após a validação do modelo, foram realizadas análises e comparações que permitiram aprofundar o conhecimento do escoamento sanguíneo. As análises estão baseadas na investigação da magnitude da velocidade de entrada, na utilização de modelos não-Newtonianos de diferentes fluidos e da variação da viscosidade para o escoamento Newtoniano. Também foi realizada uma análise comparativa para ajuste da malha e otimização dos resultados.

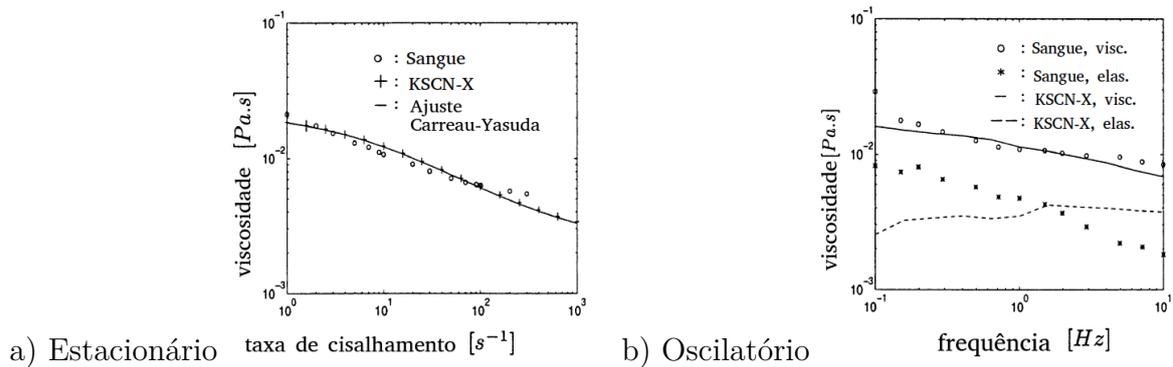
### 4.1 Metodologia Experimental

Medições *in vivo* do escoamento sanguíneo são extremamente difíceis de realizar, quando não inviáveis. Por isso, a escolha deste trabalho foi de validar o modelo do escoamento sanguíneo na bifurcação da artéria carótida a partir dos dados experimentais obtidos por [Gijssen, Vosse e Janssen \(1999\)](#), que utilizou uma geometria tridimensional e um fluido criado para simular as características do sangue. As medições de velocidades foram realizadas em seis posições distintas, em regime estacionário.

#### 4.1.1 Fluido

Para criar um fluido de controle Newtoniano, foi utilizada uma solução de tiocianato de potássio em água (KSCN, 71% por peso) com  $\eta = 2,2 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Para incorporar as características pseudoplásticas, foi adicionada goma xantana (*Fluka* 95456) em proporção de 250 ppm. Esta solução é uma das melhores para simular o comportamento sanguíneo ([TARBELL, 1993](#)).

Figura 5 – Propriedades da solução KSCN-X



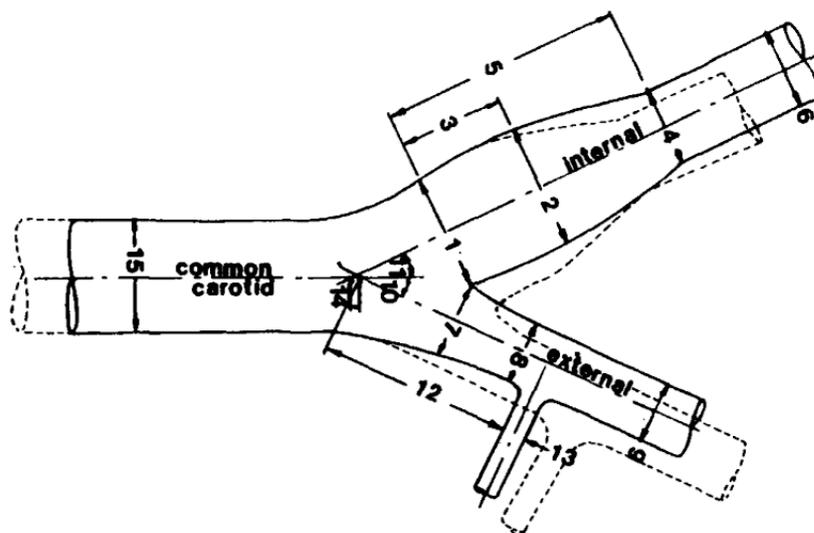
Adaptado de [Gijssen, Vosse e Janssen \(1999\)](#)

Como mostrada na Figura (5), a solução KSCN-X (fluido KSCN acrescido de goma xantana) possui as propriedades pseudoplásticas muito similares às do sangue. Nas propriedades viscoelásticas, existe uma concordância para o componente viscoso, mas grandes diferenças no componente elástico.

#### 4.1.2 Geometria

O modelo tridimensional utilizado por [Gijssen, Vosse e Janssen \(1999\)](#), foi construído de PMMA (Plexiglas), em escala 1:1 e teve sua geometria derivada de [Bharadvaj, Mabon e Giddens \(1982b\)](#), cujas dimensões, obtidas através de diversos angiogramas, podem ser vistas na Figura (6) e Tabela (1).

Figura 6 – Medidas retiradas dos angiogramas



Fonte: [Bharadvaj, Mabon e Giddens \(1982b\)](#)

Tabela 1 – Dimensões da Artéria Carótida

	Localização na Figura	Quantidade de Amostras	Média (adimensional)	Desvio Padrão	Média (mm)
Carótida Interna	1	40	1,04	0,21	8,3
	2	25	1,11	0,14	8,9
	3	11	0,91	0,31	7,3
	4	25	0,72	0,12	5,7
	5	13	2,14	0,45	17,1
Carótida Externa	6	53	0,69	0,10	5,6
	7	36	0,69	0,17	5,6
	8	13	0,69	0,13	5,5
Ângulos	9	40	0,58	0,10	4,6
	10	23	25,1	11,0	25,1
	11	23	25,4	10,4	25,4
Outros	12	11	1,86	0,81	14,9
	13	15	0,23	0,04	1,9
	14	51	-0,3	1,19	-0,2
	15	-	1,00	0,00	8,0

Fonte: [Bharadvaj, Mabon e Giddens \(1982b\)](#)

## 4.2 Metodologia Numérica

O modelo geométrico da bifurcação da artéria carótida deste trabalho de pesquisa foi validado através da comparação dos dados experimentais obtidos por [Gijzen, Vosse e Janssen \(1999\)](#) com os valores numéricos obtidos nas simulações computacionais. O autor compara tanto a hipótese Newtoniana (KSCN) quanto a hipótese não-Newtoniana (KSCN-X). Após validação do modelo geométrico, foi possível analisar os modelos não-Newtonianos: Casson (implementado conforme Anexo (A)), Carreau-Yasuda e Lei de Potência. Com o intuito de verificar a influência de cada modelo, foram incluídos também os resultados com hipótese de fluido Newtoniano para os parâmetros obtidos com o KSCN-X ([GIJSEN; VOSSE; JANSSEN, 1999](#)) e para os parâmetros obtidos com uso do próprio sangue ([ABRAHAM; BEHR; HEINKENSCHLOSS, 2005](#)).

Para os modelos Casson, Carreau-Yasuda, Lei de Potência e Newtoniano, as diferenças entre os fluidos foram investigadas através dos parâmetros obtidos com uso do próprio sangue e do KSCN-X (ou KSCN, hipótese Newtoniana). (Para o modelo Casson foram avaliados também os parâmetros utilizados por [Perktold, Resch e Peter \(1991\)](#) obtidos a partir de poliacrilamida).

Os parâmetros utilizados em [Gijzen, Vosse e Janssen \(1999\)](#) e [Abraham, Behr e Heinkenschloss \(2005\)](#) são válidos para o modelo Carreau-Yasuda. Para os modelos Casson e Lei de Potência, os parâmetros foram obtidos através de ajuste das curvas no *software* MATLAB.

Uma análise comparativa da velocidade de entrada foi realizada tanto para as hipóteses Newtonianas como não-Newtonianas e permitiu verificar sua influência nos perfis do escoamento.

Além da investigação do refinamento da malha, foi realizada uma análise geométrica da bifurcação que permitiu avaliar a influência das condições de contorno de saída. As medidas de velocidade foram realizadas em  $t = 1$  s, em regime estacionário.

#### 4.2.1 Fluido

O sangue foi modelado como fluido Newtoniano ( $\eta = 2,2 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ) e fluido não-Newtoniano com uso do modelo Carreau-Yasuda, descrito pela Equação (2.4). Os parâmetros utilizados foram obtidos a partir do ajuste da Equação (2.4) à curva da Figura (5(a)) realizado por [Gijzen, Vosse e Janssen \(1999\)](#). Os valores estão descritos na Tabela (2).

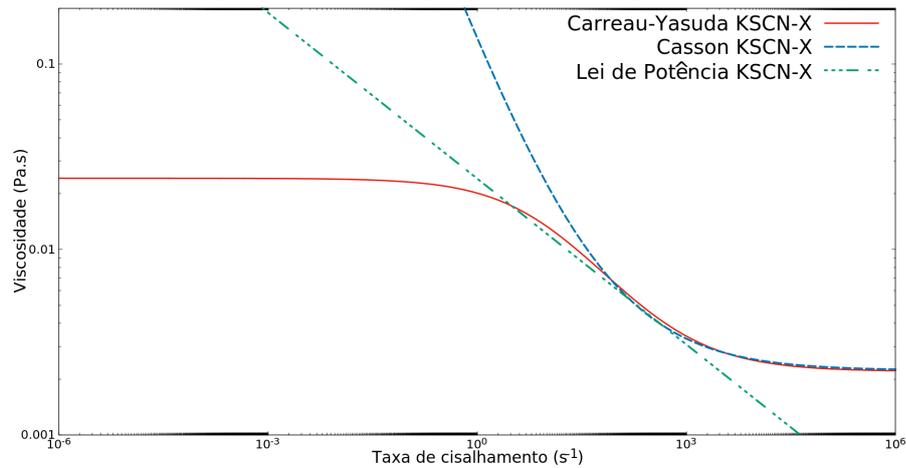
Tabela 2 – Parâmetros Carreau-Yasuda KSCN-X

$\eta_0$	$22 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_\infty$	$2,2 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\lambda$	$8,2 \text{ s}$
$a$	$0,644$
$n$	$0,392$

Conforme descrito na Seção (2.3), é importante notar que o valor utilizado para a viscosidade quando é assumida a hipótese de fluido Newtoniano para o sangue é coincidente com o valor de  $\mu_\infty$  que, para o modelo Carreau, corresponde justamente ao valor da viscosidade quando o fluido se aproxima do comportamento Newtoniano.

Para investigar o comportamento do fluido quando representado por diferentes modelos, as Equações (2.2) e (2.3) foram ajustadas à curva gerada pela Equação (2.4) com os parâmetros descritos acima, conforme mostrada na Figura (7).

Figura 7 – Modelos não-Newtonianos KSCN-X



Fonte: Autor.

Após o ajuste, foram obtidos  $k = 0,0241 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  e  $n = 0,7018$  para a Lei de Potência e  $\tau_0 = 0,1054 \text{ Pa}$  e  $m = 0,0022 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  para o modelo Casson, respectivamente. As viscosidades foram limitadas a  $\eta_0 = 22 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  e  $\eta_\infty = 2,2 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .

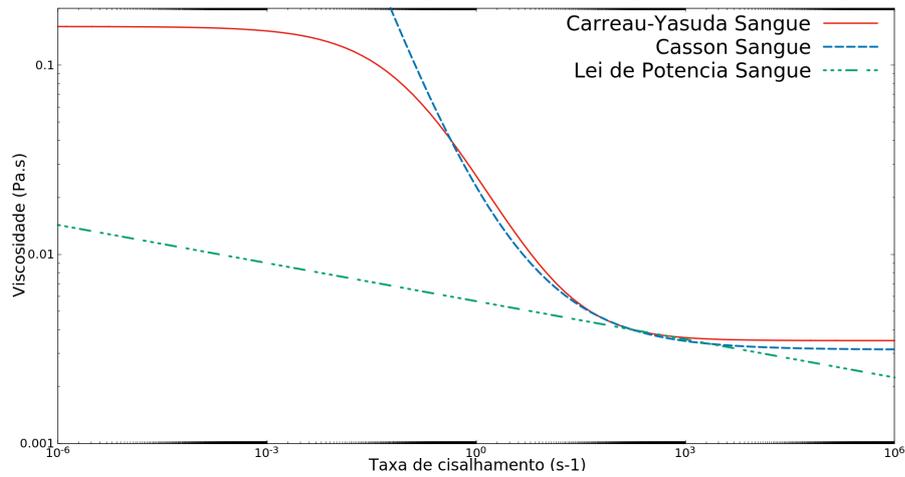
O outro conjunto de parâmetros utilizados para o modelo Carreau-Yasuda foi obtido do próprio sangue e são apresentados na Tabela (3).

Tabela 3 – Parâmetros Carreau-Yasuda Sangue

$\eta_0$	$1,6 \times 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_\infty$	$3,5 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\lambda$	$0,110 \text{ s}$
$a$	$0,640$
$n$	$0,2128$

O ajuste dos modelos Casson e Lei de Potência à curva gerada pela equação do modelo Carreau-Yasuda com uso dos dados da Tabela (3), deu origem às curvas apresentadas na Figura (8).

Figura 8 – Modelos não-Newtonianos Sangue



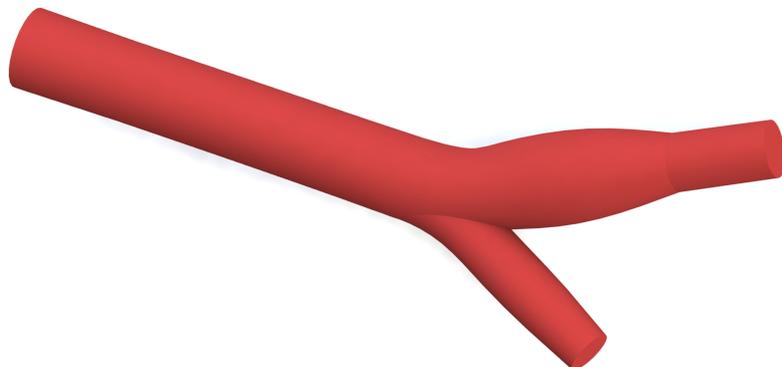
Fonte: Autor.

Para o sangue, o modelo Lei de Potência possui  $k = 0,0057 Pa \cdot s$  e  $n = 0,9328$  e o modelo Casson possui  $\tau_0 = 0,0090 Pa$  e  $m = 0,0031 Pa \cdot s$ . As viscosidades foram limitadas a  $\eta_0 = 1,6 \times 10^{-1} Pa \cdot s$  e  $\eta_\infty = 3,5 \times 10^{-3} Pa \cdot s$ .

#### 4.2.2 Geometria

A geometria da bifurcação da artéria carótida, Figura (9), foi criada no *software* SolidWorks. A Tabela (4) permite verificar a confiabilidade geométrica na reprodução da bifurcação arterial criada por este autor.

Figura 9 – Bifurcação da Artéria Carótida



Fonte: Autor.

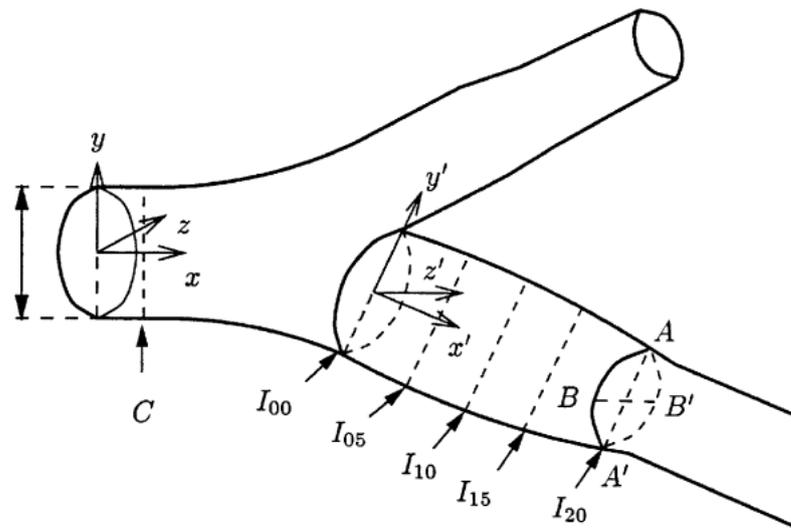
Tabela 4 – Comparativo das Dimensões das Artérias Carótidas com o modelo apresentado na Figura (6)

	Localização na Figura	Dimensões da Geometria Original (mm)	Dimensões do Modelo Utilizado neste Trabalho (mm)
	1	8,3	8,3
	2	8,9	8,9
Carótida Interna	3	7,3	7,3
	4	5,7	5,7
	5	17,1	17,1
	6	5,6	5,6
Carótida Externa	7	5,6	5,57
	8	5,5	5,57
	9	4,6	4,6
Ângulos	10	25,1	25,12
	11	25,4	25,4
	12	14,9	-
Outros	13	1,9	-
	14	-0,2	-2,01
	15	8,0	8,0

A geometria foi importada em formato (.STEP) no *software* gratuito Salome para a criação da malha. A malha gerada possui em torno de 152361 elementos tetraédricos. Uma malha com 16885 elementos tetraédricos também foi criada para que a relação dos resultados com o refinamento da malha pudesse ser investigada.

Os perfis de velocidade foram medidos em uma posição da carótida comum, 24mm antes da bifurcação ao longo do eixo  $y$ . Outras cinco posições foram tomadas na carótida interna ao longo dos eixos  $y'$  e  $z'$ , sendo as posições de medição distantes 4mm ao longo do eixo  $x'$ , conforme Figura (10).

Figura 10 – Posições de Medição dos Perfis de Velocidade



Fonte: (GIJSEN; VOSSE; JANSSEN, 1999)

A geometria possui uma entrada (carótida comum) e duas saídas (carótidas interna e externa). Na entrada, a condição de contorno utilizada foi um perfil de velocidade parabólico (implementado conforme Anexo (B)) e velocidade máxima  $v = 0,09 \text{ m/s}$  (KU, 1984). Para os casos em que a intenção era averiguar a influência da velocidade, foram estabelecidas velocidades máximas  $v = 0,07 \text{ m/s}$  (GIJSEN; VOSSE; JANSSEN, 1999) e  $v = 0,10 \text{ m/s}$  (PERKTOLD; RESCH; PETER, 1991), ambas parabólicas. Para todas as análises, foi estabelecida condição livre de tensão (stress-free) nas duas saídas e condição de não deslizamento nas paredes.

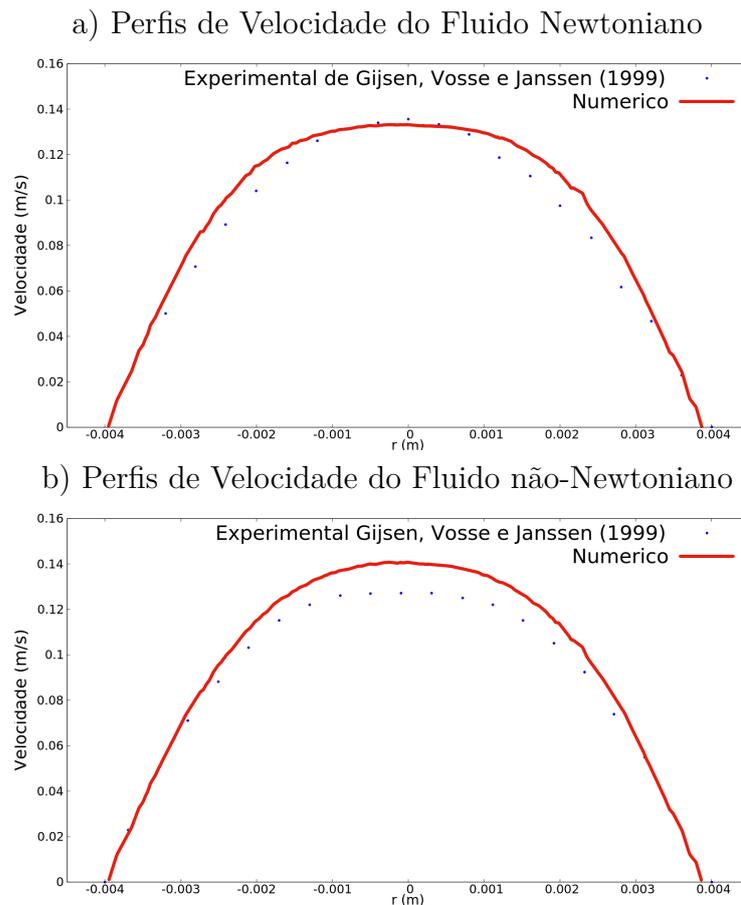
## 5 Resultados e Discussão

Este capítulo descreve os resultados numéricos e faz uma análise comparativa dos perfis de velocidade para os diferentes modelos de fluido no escoamento da bifurcação arterial. Os dados numéricos foram comparados com resultados experimentais.

### 5.1 Validação do Modelo Numérico Computacional

O perfil de velocidade axial na carótida pode ser visualizado na Figura (11(a)) para o fluido Newtoniano e (11(b)) para o não-Newtoniano. Os perfis de velocidade são parabólicos. Como previsto, sua magnitude é máxima no centro do escoamento e nula nas paredes, respeitando a condição de não deslizamento.

Figura 11 – Perfil de Velocidade em Relação ao Eixo y na Carótida Comum



Fonte: Autor.

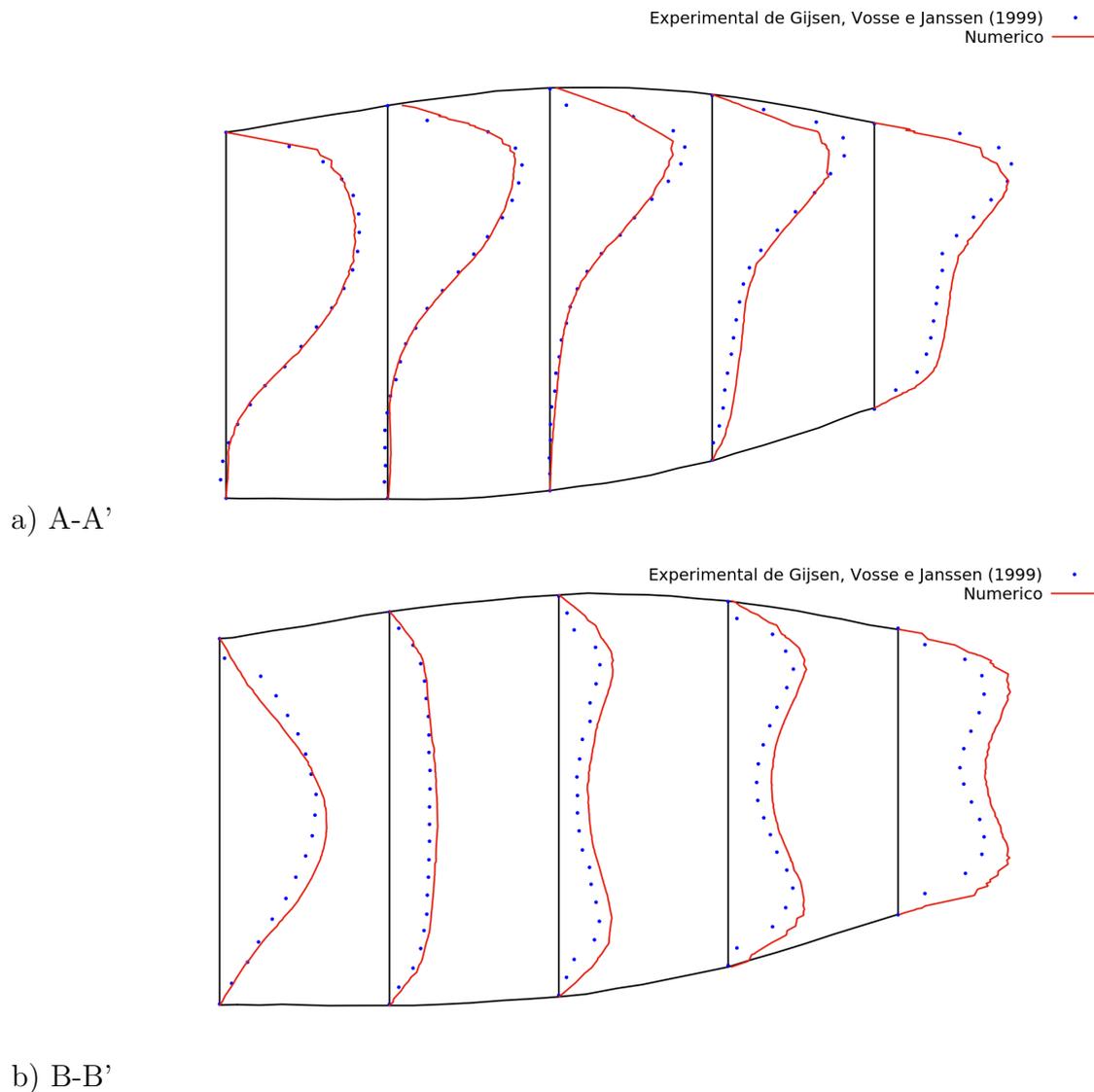
Os gráficos demonstram uma boa aproximação entre os resultados numéricos e os dados experimentais de [Gijssen, Vosse e Janssen \(1999\)](#).

Nas Figuras (12) e (13), os dados numéricos são comparados com os experimentais ao logo de toda a secção conforme os cortes ilustrados na Figura (10).

Existe uma separação no escoamento quando o fluido atinge o ponto de bifurcação. O perfil parabólico que se desenvolve com velocidade máxima no centro da artéria causa um impacto na parede divisória da bifurcação. A carótida interna possui uma característica que influencia bastante o escoamento: a área da secção transversal é variável. A partir do plano  $I_{00}$  ela aumenta gradativamente até atingir seu valor máximo em  $I_{10}$ , quando volta a diminuir. O aumento na área provoca a desaceleração do fluido e, sua diminuição, faz com que o fluido atinja altas velocidades novamente (planos  $I_{15}$  e  $I_{20}$ ).

A Figura (11(b)) permite verificar que os perfis parabólicos em formato de “C” apresentam alta precisão entre os dados numéricos e experimentais para o fluido Newtoniano na carótida interna.

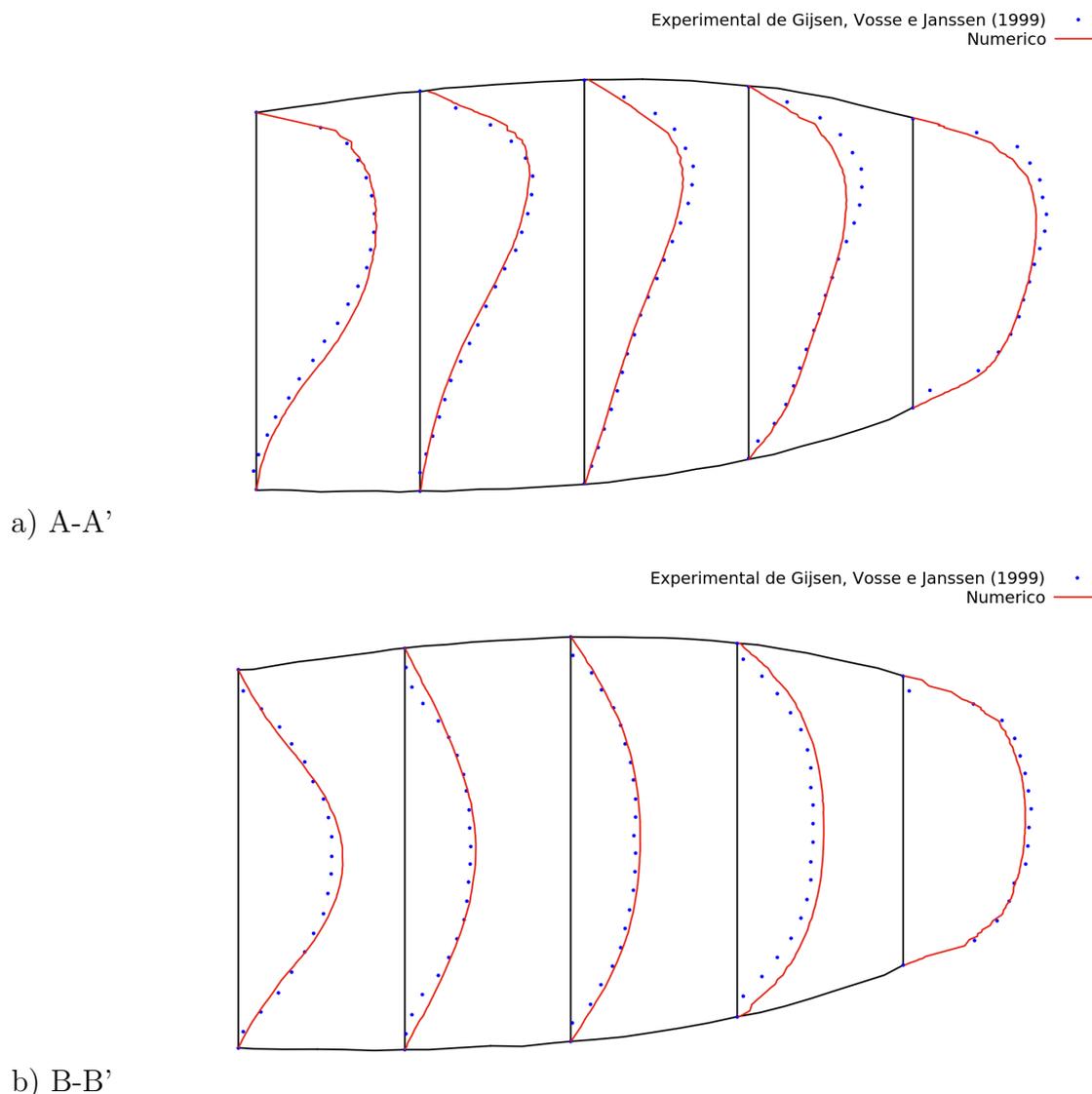
Figura 12 – Perfis de Velocidade dos Resultados Newtonianos Experimentais e Numéricos Medidos na Carótida Interna



Fonte: Autor.

As características geométricas possuem uma influência direta no perfil do escoamento. Os gradientes de velocidade são maiores na região próxima a parede da bifurcação, esta diferença decresce ao longo do comprimento da artéria, chegando a ser quase nula no plano  $I_{20}$ . Conforme mostra a tendência de simetria entre a parte superior e inferior dos perfis ao longo do comprimento. O comportamento pseudoplástico parece ser predominante no escoamento do fluido não-Newtoniano KSCN-X, pois essa foi a propriedade usada no modelo numérico para representar o sangue e os resultados demonstram uma boa aproximação. As características viscoelásticas negligenciadas não prejudicaram os resultados numéricos.

Figura 13 – Perfis de Velocidade dos Resultados não-Newtonianos Experimentais e Numéricos Medidos na Carótida Interna



Fonte: Autor.

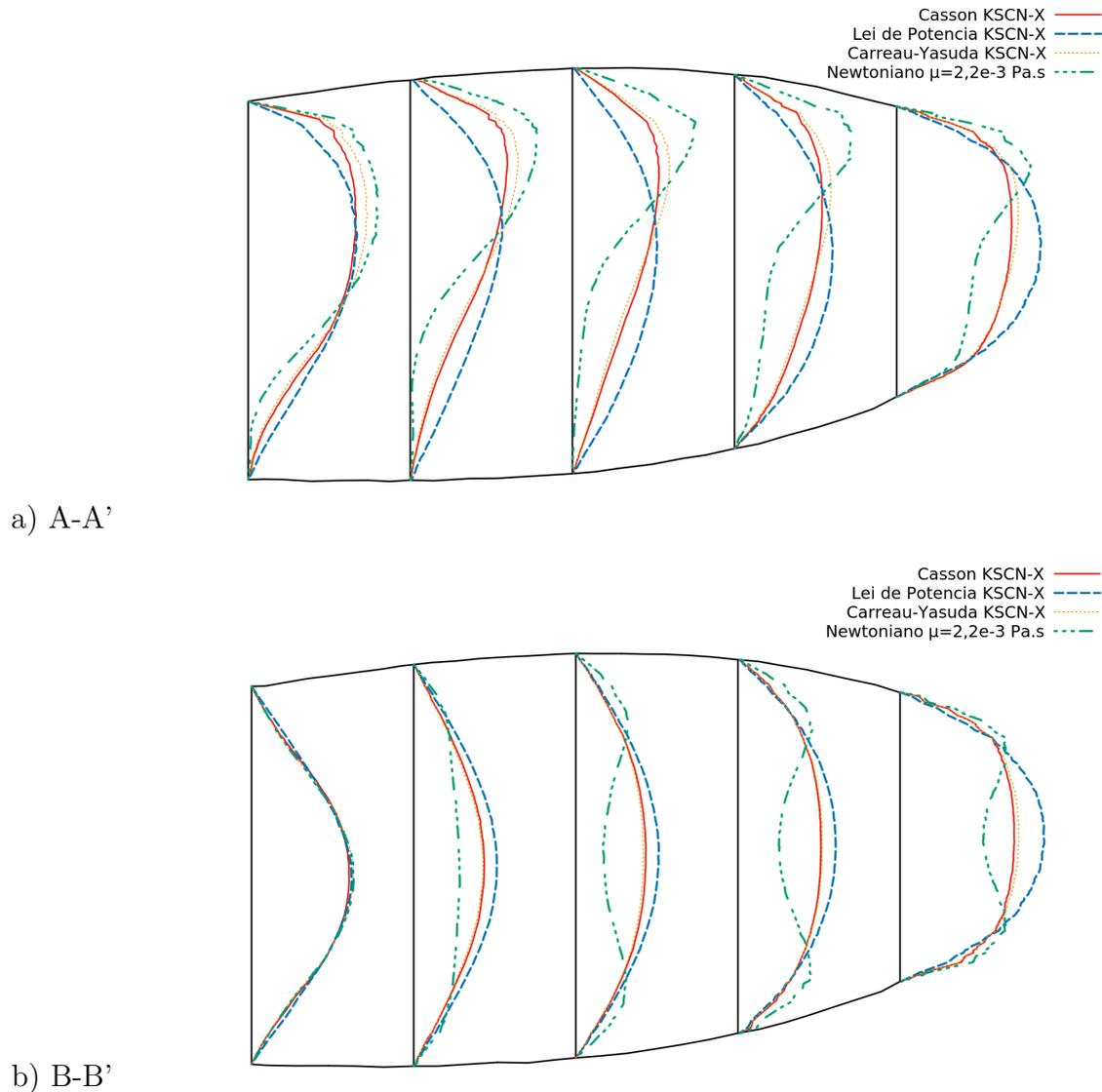
## 5.2 Avaliação dos Modelos KSCN e KSCN-X

Na Figura (14) estão os resultados dos modelos Casson, Carreau-Yasuda e Lei de Potência do fluido KSCN-X, além dos resultados numéricos pela modelagem do KSCN (fluido Newtoniano). Os modelos Casson e Carreau-Yasuda são os que mais se aproximam um do outro. Os efeitos da bifurcação são mais presentes para a hipótese Newtoniana, visto que neste caso, o fluido apresenta as maiores magnitudes de velocidade próximo à parede de início da bifurcação, enquanto que para a Lei de Potência os efeitos são minimizados. Apenas o fluido Newtoniano apresenta perfis parabólicos em formato de “C”.

É possível perceber que há grandes diferenças nos comportamentos Newtoniano e

não-Newtonianos.

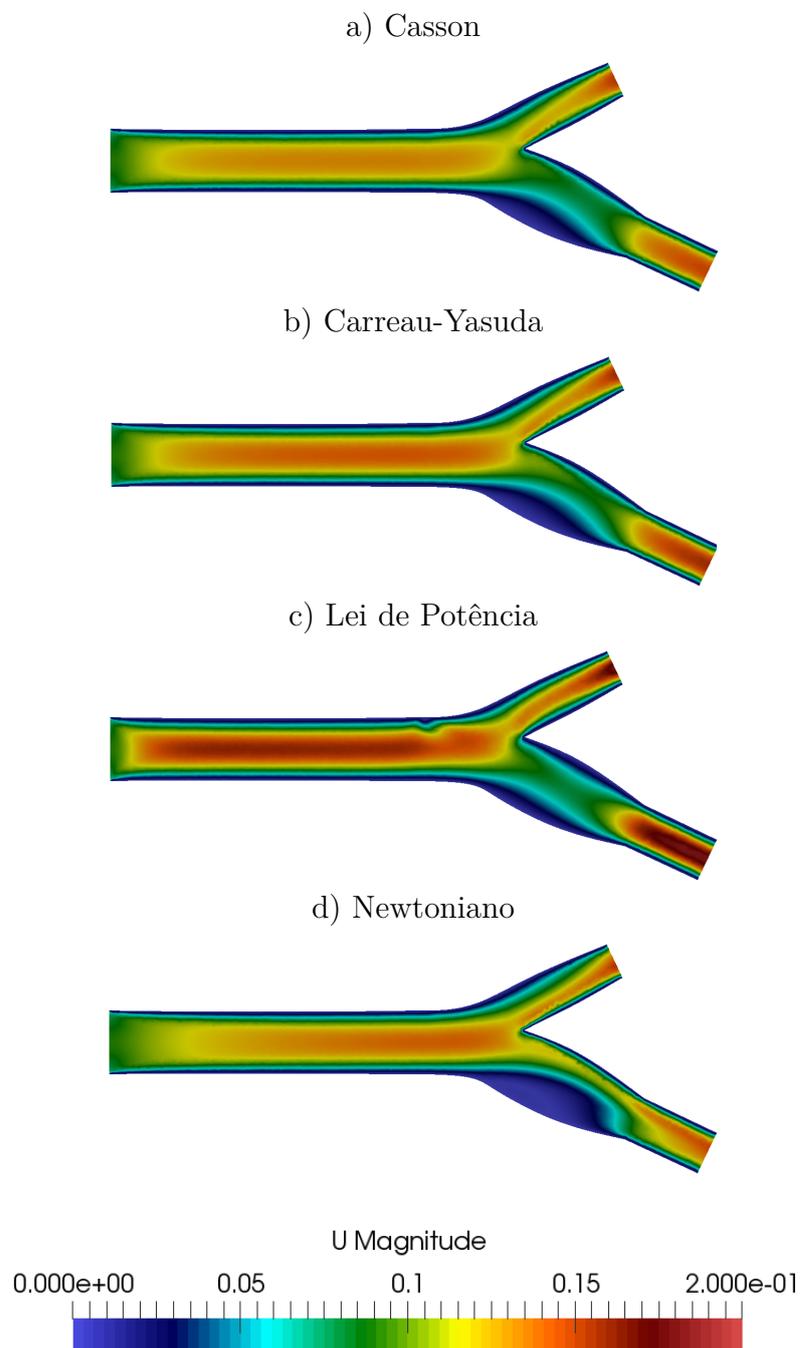
Figura 14 – Perfis de Velocidade dos Modelos Casson, Carreau-Yasuda, Lei de Potência e Newtoniano com Parâmetros Retirados do Fluido KSCN-X



Fonte: Autor.

A visualização do impacto da região de bifurcação no perfil de escoamento ao longo da artéria carótida pode ser de mais fácil observação através da Figura (15). Pode-se visualizar o “descolamento” mais acentuado do fluido na parede não divisora da carótida interna na modelagem Newtoniana. Este comportamento não é percebido para o modelo Lei de Potência que resulta numa menor velocidade de escoamento no seio carotídeo. Por outro lado, também é o modelo no qual o fluido atinge a maior magnitude de velocidade na carótida comum. Os modelos Casson e Carreau-Yasuda apresentam perfis muito similares, com uma velocidade de escoamento ligeiramente maior para o segundo, como também já havia sido apresentado na Figura (14).

Figura 15 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Parâmetros do KSCN-X



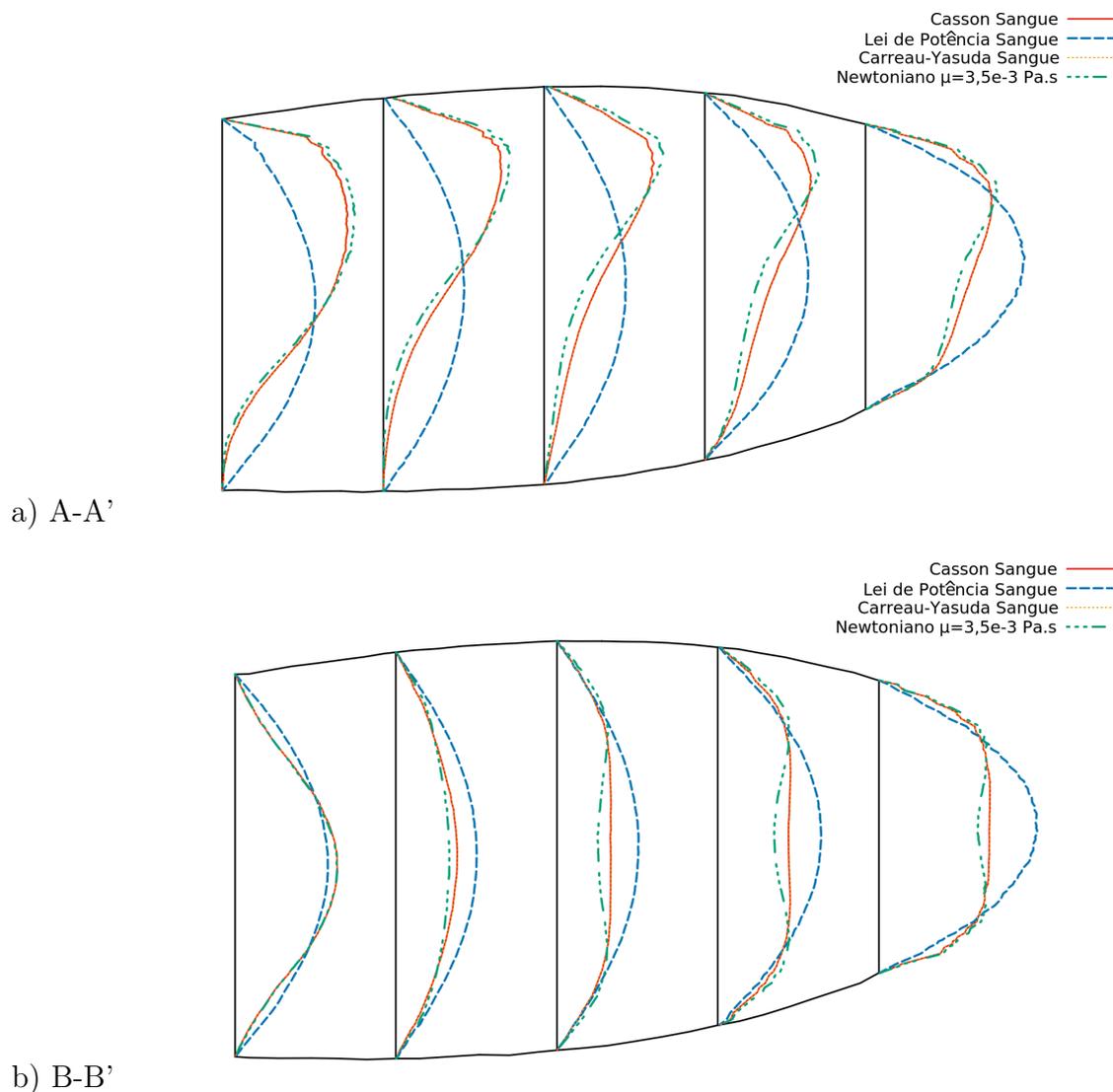
Fonte: Autor.

### 5.3 Análise dos Parâmetros Sanguíneos

Os resultados numéricos foram também investigados com parâmetros sanguíneos relatados em [Abraham, Behr e Heinkenschloss \(2005\)](#) e obtidos através do ajuste de curvas

pelo MATLAB. Os modelos Casson e Carreau-Yasuda apresentam os melhores resultados quando comparados com a Lei de Potência. Com a utilização de  $\mu = 3,5 \times 10^{-3} Pa \cdot s$  para a hipótese Newtoniana, as diferenças das magnitudes das velocidades entre as paredes divisora e não divisora foram reduzidas, aproximando-se dos modelos Casson e Carreau-Yasuda. No eixo  $z'$ , Figura (15(b)), a modelagem Newtoniana ainda apresenta diferenças, os perfis parabólicos (em formato “C”) são predominantes, mesmo que mais atenuados. Pode-se perceber ainda, que para os modelos Casson e Carreau-Yasuda, o perfil de velocidade axial é achatado, comum aos fluidos pseudoplásticos (GIJSEN; VOSSE; JANSSEN, 1999).

Figura 16 – Perfis de Velocidade para os modelos Casson, Carreau-Yasuda, Lei de Potência e Newtoniano com Parâmetros Sanguíneos

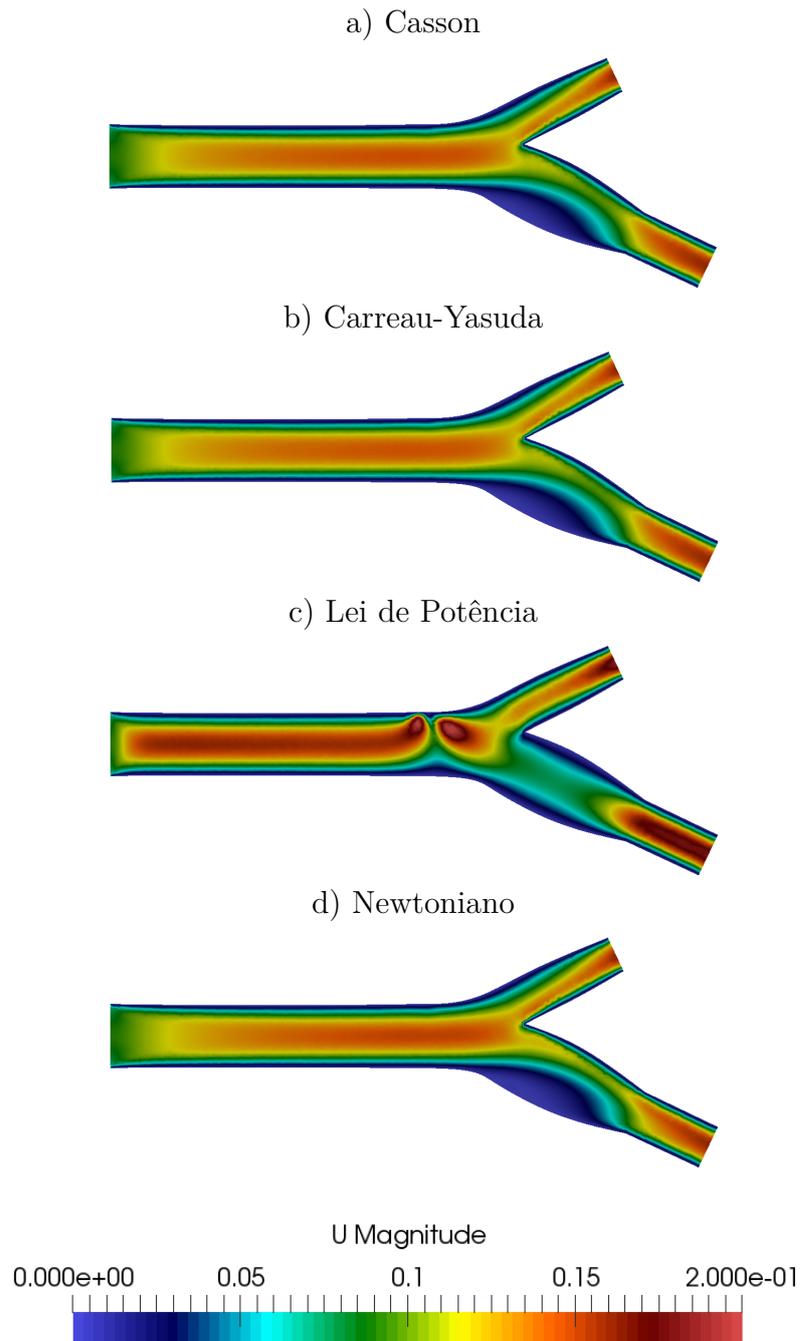


Fonte: Autor.

A Figura (17) ilustra os cortes longitudinais do domínio computacional da bifurcação arterial. As imagens (17(a)) e (17(b)) ilustram a similaridade entre os modelos Casson e Carreau-Yasuda conforme descrito anteriormente. O “descolamento” do fluido na parede

não divisora ainda é mais acentuado do que nos modelos não-Newtonianos. O escoamento do fluido através da modelagem pela Lei de Potência destoa do perfil padrão e uma análise mais criteriosa precisa ser feita para caracterizar este comportamento. Entretanto, é possível perceber que um modelo de Lei de Potência não possui uma boa aproximação para representar as propriedades não-Newtonianas do sangue.

Figura 17 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Parâmetros do Sangue

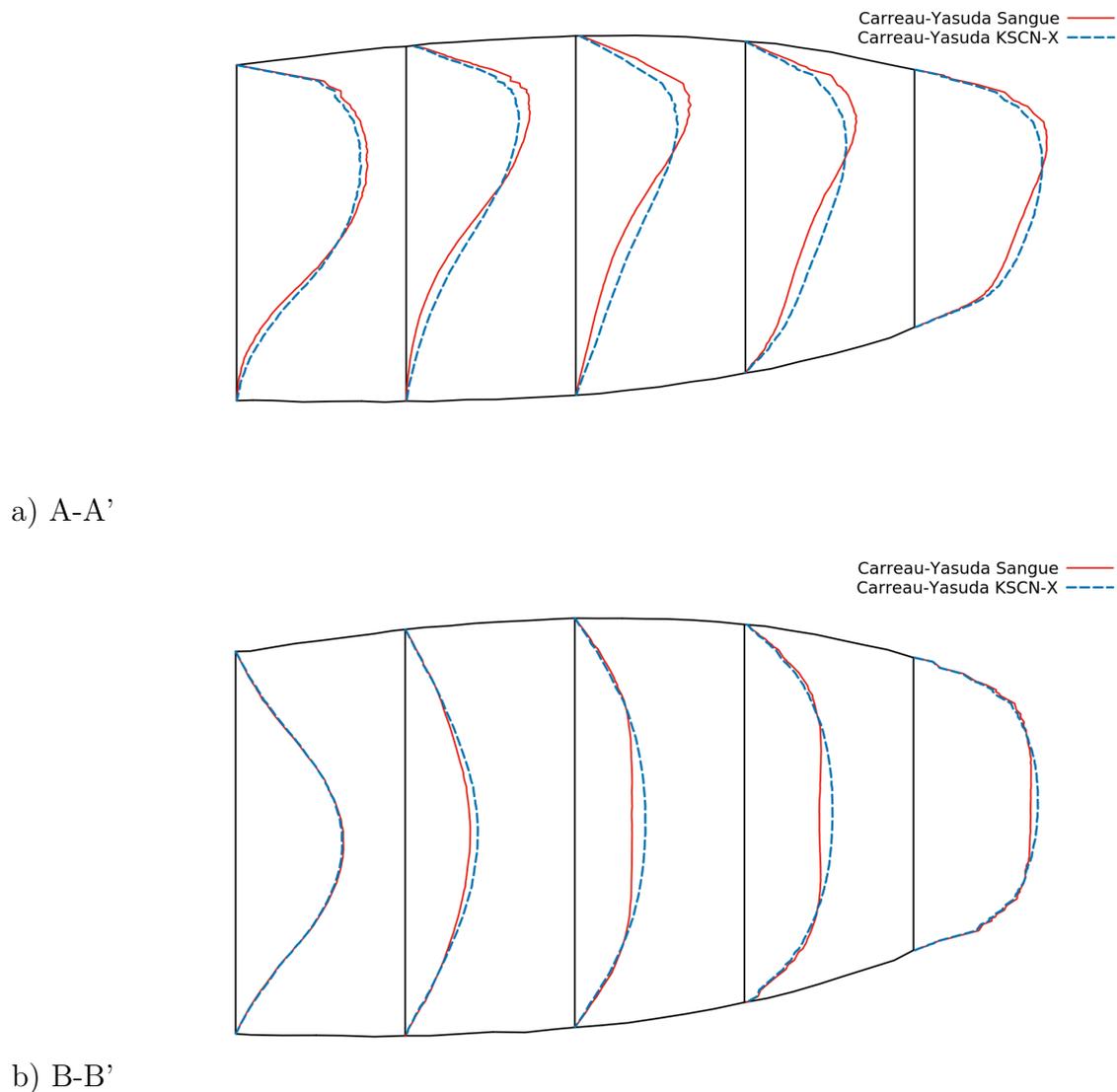


Fonte: Autor.

## 5.4 Análise dos Parâmetros Reológicos

Definindo o modelo Carreau-Yasuda para caracterizar o sangue através do uso dos parâmetros do KSCN-X e do próprio sangue, foi impossível investigar o gradiente de velocidade próximo a parede divisora. O perfil achatado da velocidade axial no eixo  $z'$  dos planos  $I_{10}$ ,  $I_{15}$  e  $I_{20}$  caracteriza o escoamento para os parâmetros retirados do sangue, Figura (18).

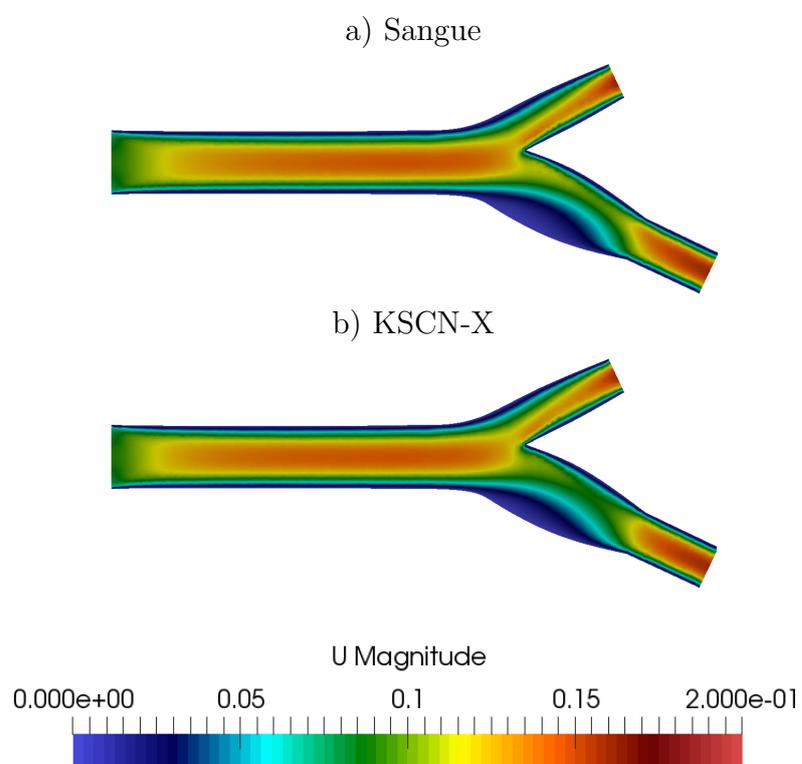
Figura 18 – Perfis de Velocidade do Modelo Carreau-Yasuda com Parâmetros KSCN-X e Sanguíneos



Fonte: Autor.

Na Figura (19) é possível perceber que as diferenças nas velocidades no seio carotídeo é causado somente após a bifurcação, visto que na carótida comum elas são iguais.

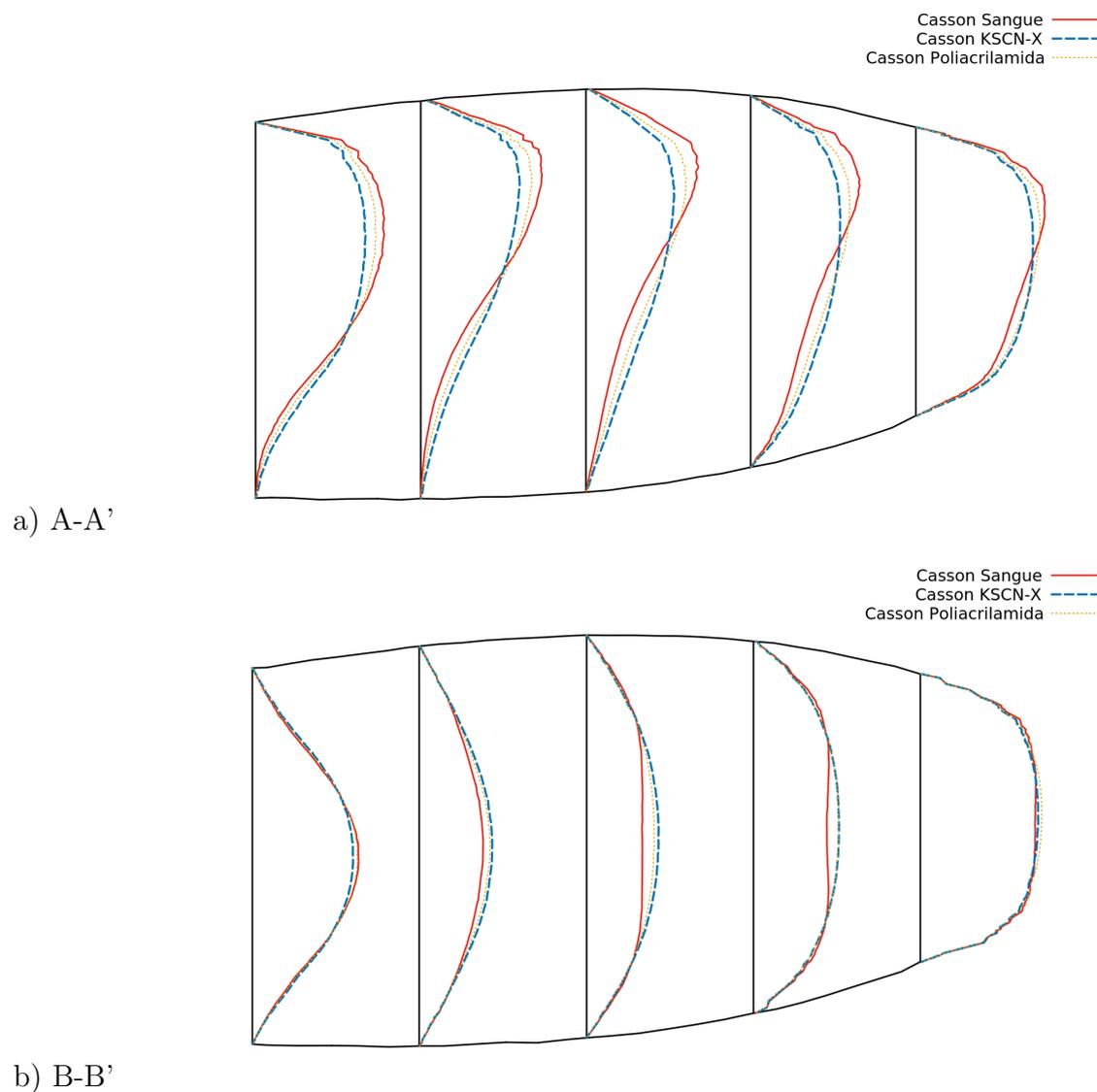
Figura 19 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Diferentes Parâmetros para o Modelo Carreau-Yasuda



Fonte: Autor.

No modelo Casson, além do uso dos parâmetros retirados do sangue e do KSCN-X, foram incluídos os parâmetros (da poliacrilamida) utilizados por [Perktold, Resch e Peter \(1991\)](#).

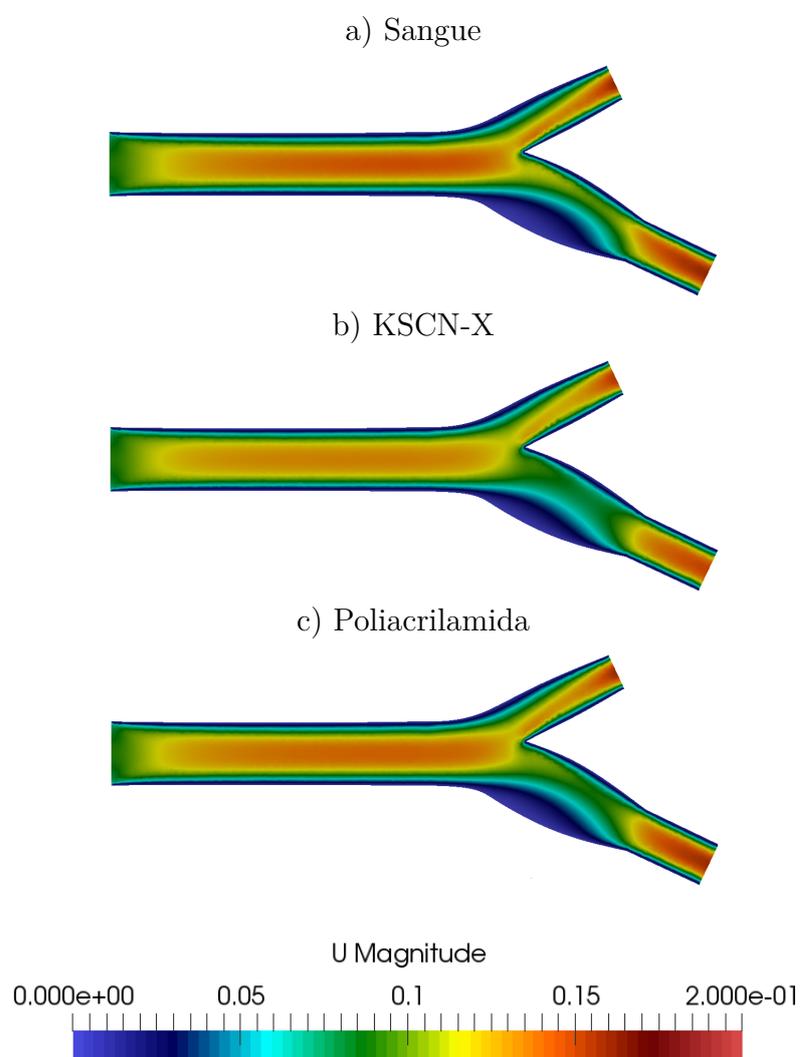
Figura 20 – Perfis de Velocidade do Modelo Casson com Parâmetros KSCN-X, Sanguíneos e Poliacrilamida



Fonte: Autor.

A análise combinada das Figuras (20) e (21) permite concluir que a poliacrilamida reproduz melhor o comportamento sanguíneo, se comparada com o fluido KSCN-X.

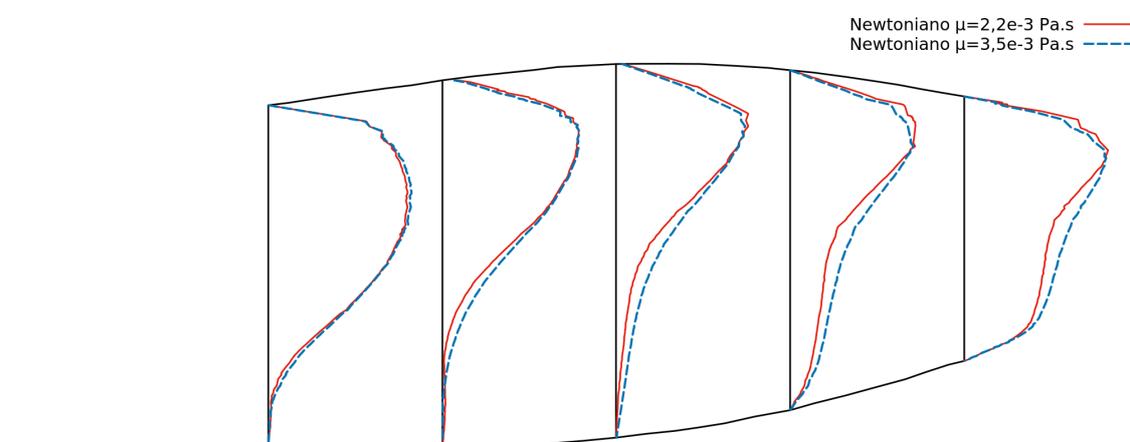
Figura 21 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso dos Diferentes Parâmetros para o Modelo Casson



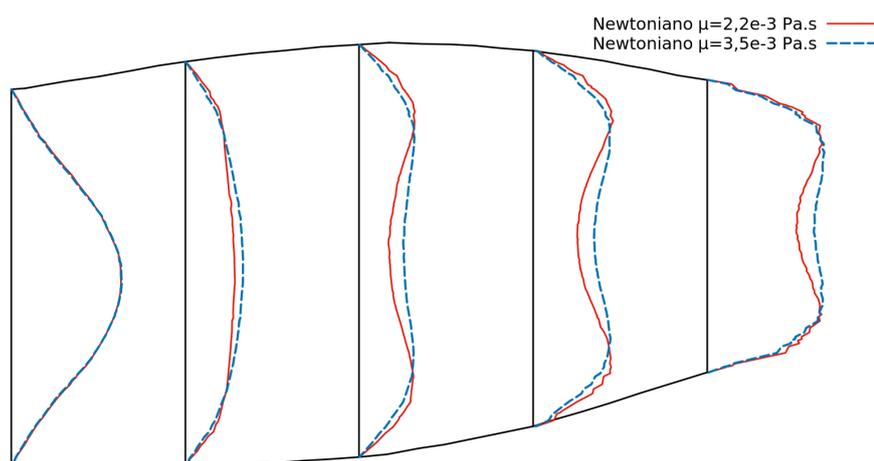
Fonte: Autor.

Foram testados dois valores para a viscosidade no caso de hipótese Newtoniana,  $\mu = 2,2 \times 10^{-3} Pa \cdot s$  (KSCN) e  $\mu = 3,5 \times 10^{-3} Pa \cdot s$  (sangue), conforme mostra a Figura (22). As diferenças são pequenas e se tornam mais aparentes no escoamento a partir do plano  $I_{10}$ , tanto para o eixo  $y'$  quanto para o eixo  $z'$ .

Figura 22 – Perfis de Velocidade do Fluido Newtoniano KSCN e com Parâmetros do Sangue



a) A-A'

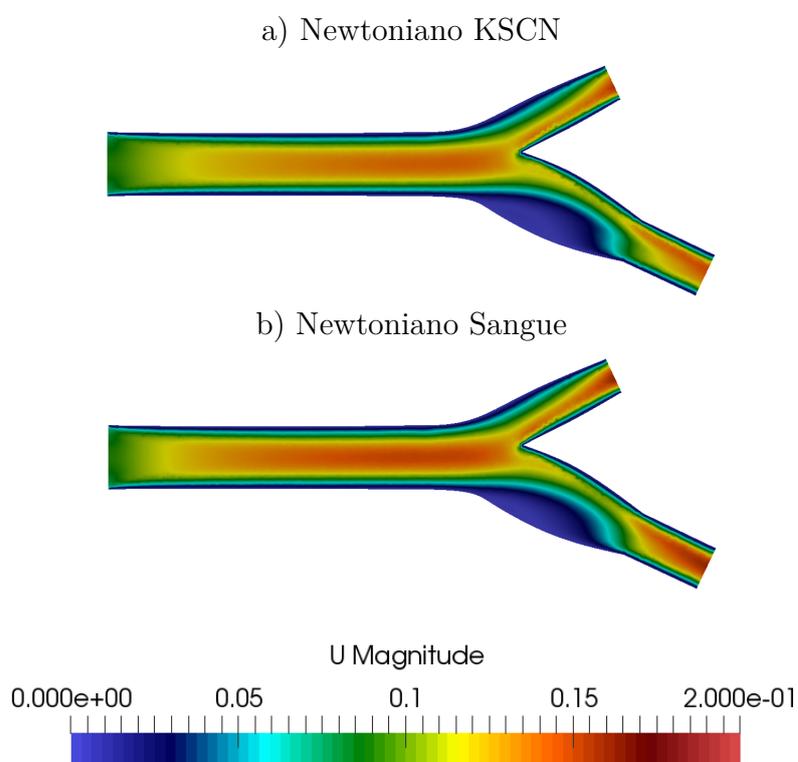


b) B-B'

Fonte: Autor.

O fluido Newtoniano atinge gradientes de velocidades maiores na carótida comum quando sua viscosidade possui um valor maior, Figura (23).

Figura 23 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso de Diferentes Viscosidades para Hipótese Newtoniana:

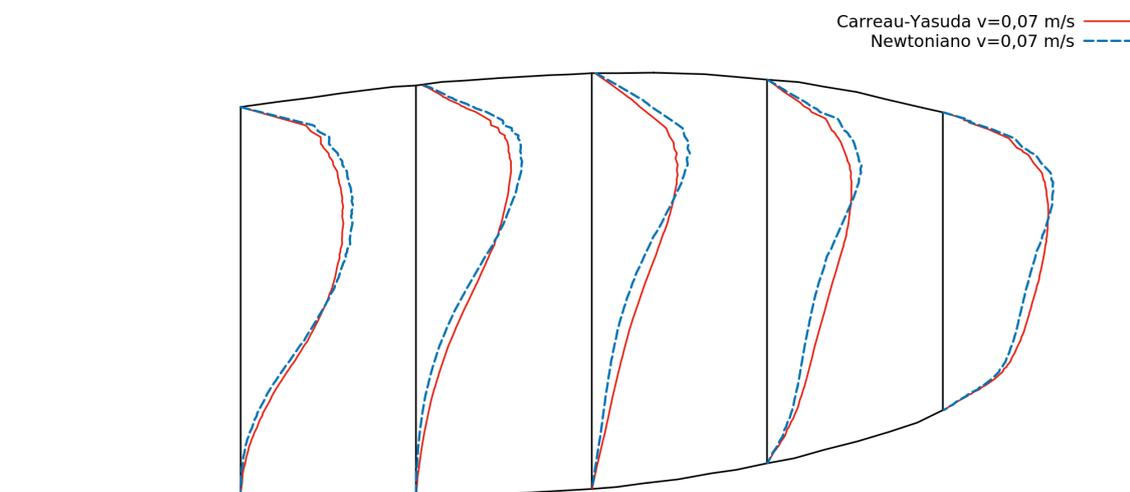


Fonte: Autor.

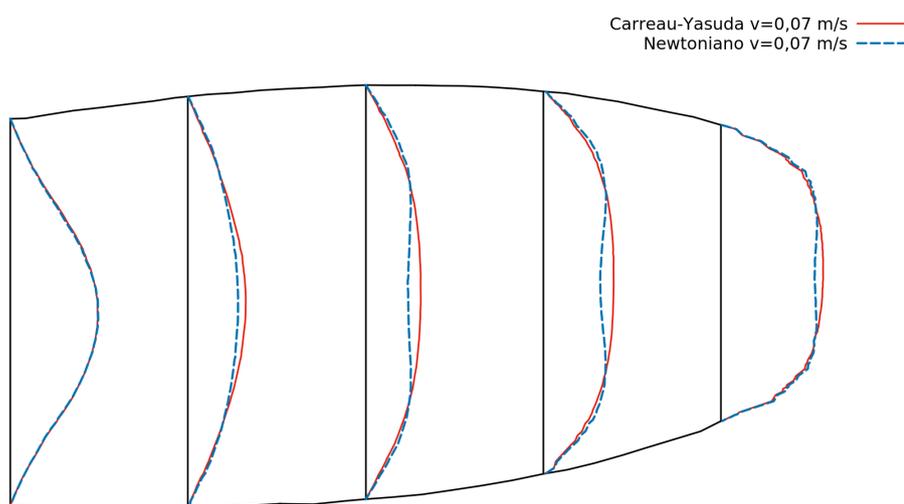
## 5.5 Investigação da Influência da Velocidade de Entrada no Escoamento

A partir das Figuras (24) e (25) pode-se perceber que quando a velocidade de entrada é maior, as diferenças aumentam e, inversamente, para velocidades menores as diferenças diminuem. O que reflete a conclusão de muitos estudos (WU et al., 2014; PERKTOLD; RESCH; PETER, 1991) de que, para artérias de grande porte (maior área, menor velocidade) a hipótese Newtoniana é plausível.

Figura 24 – Perfis de Velocidade do Escoamento para  $v = 0,07 \text{ m/s}$  do Modelo Carreau-Yasuda e Newtoniano com Parâmetros Sanguíneos



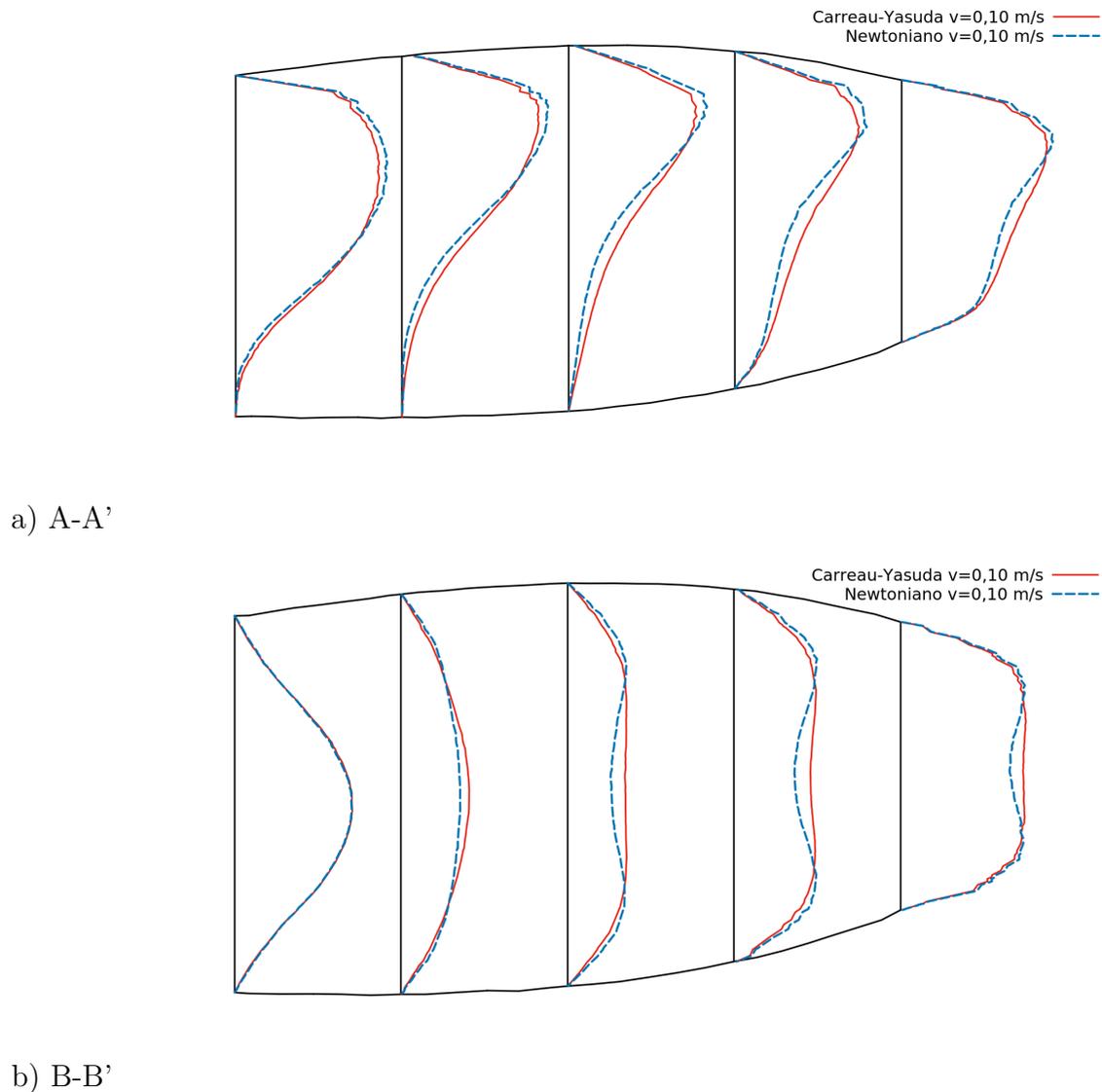
a) A-A'



b) B-B'

Fonte: Autor.

Figura 25 – Perfis de Velocidade do Escoamento para  $v = 0,10 \text{ m/s}$  do Modelo Carreau-Yasuda e Newtoniano com Parâmetros Sanguíneos

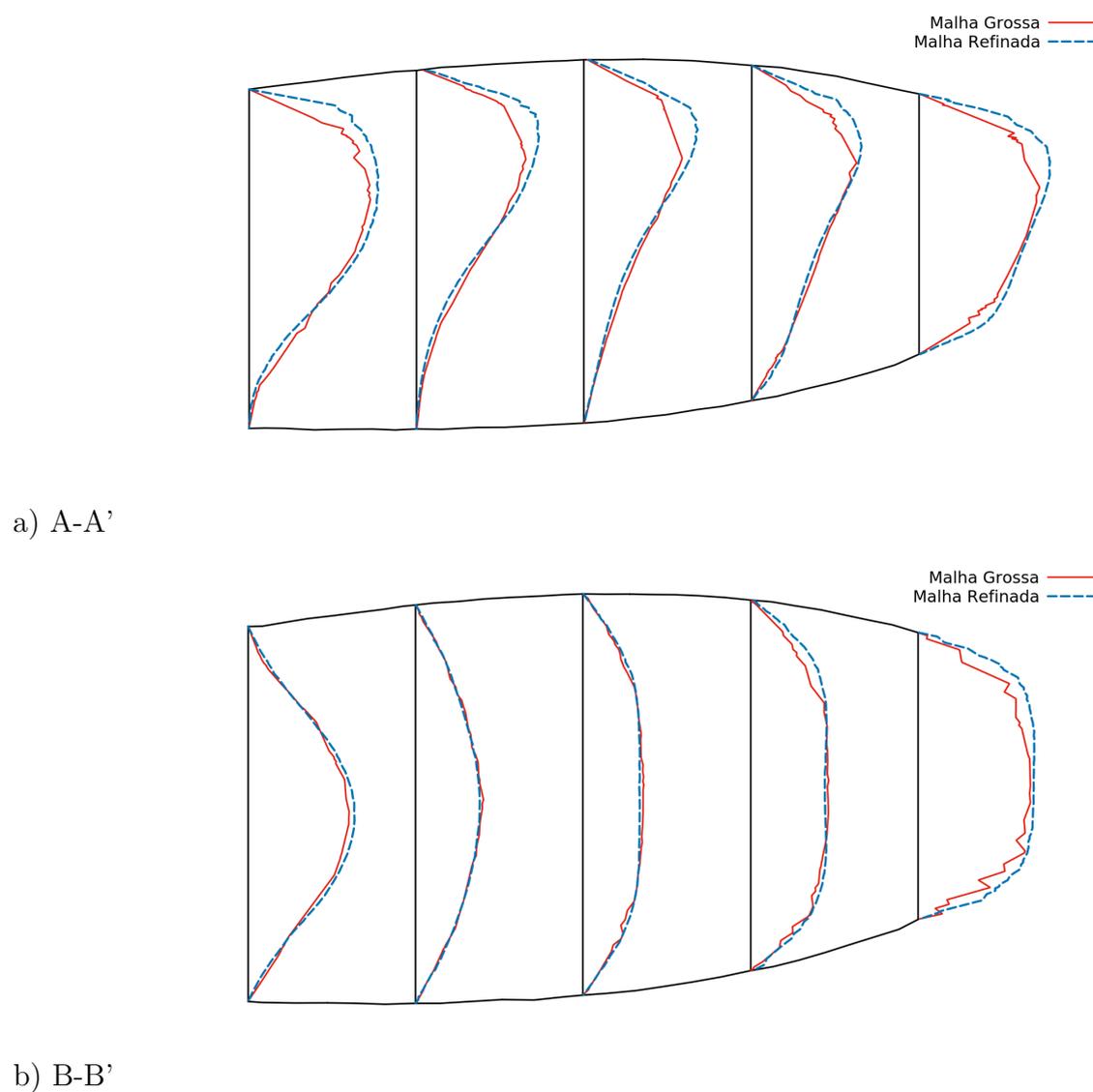


Fonte: Autor.

## 5.6 Análise da Malha Computacional

A Figura (26) mostra os perfis de velocidade calculados ao utilizar a mesma geometria, porém malhas com números de elementos diferentes, 16885 e 152361. É fácil perceber como uma malha com um baixo nível de refinamento pode influenciar em uma baixa precisão dos resultados, principalmente nos pontos calculados próximos às paredes.

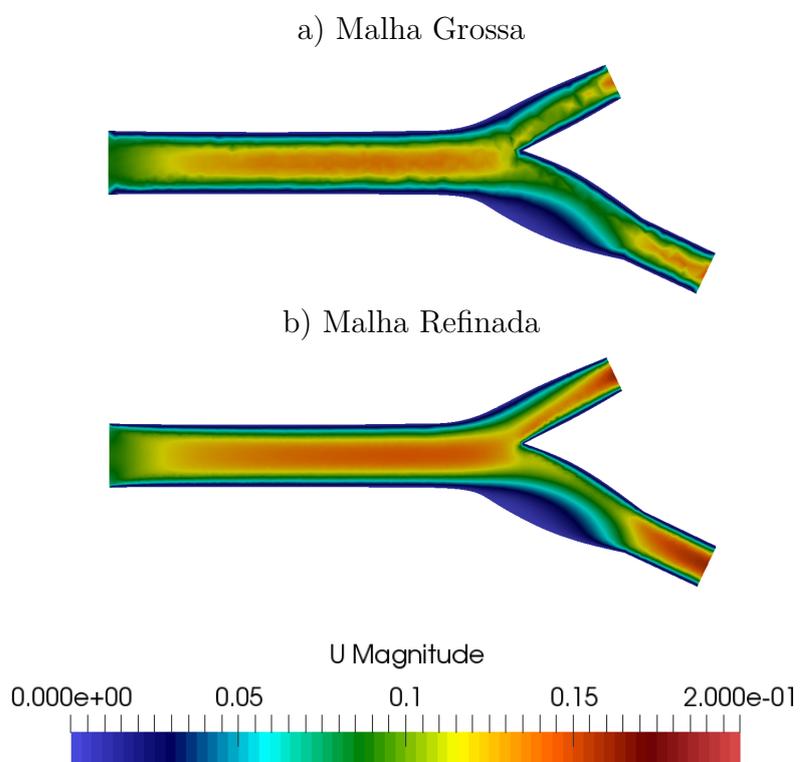
Figura 26 – Carreau-Yasuda Sangue: Malha Grossa vs. Malha Refinada



Fonte: Autor.

Computacionalmente é possível encontrar o refinamento ótimo a partir da análise do resíduo numérico da solução. Na Figura (27(a)), a influência dos elementos tetraédricos pode ser observada ao longo do escoamento.

Figura 27 – Cortes em Relação ao Plano xy da Simulação com Uso de Duas Malhas Diferentes

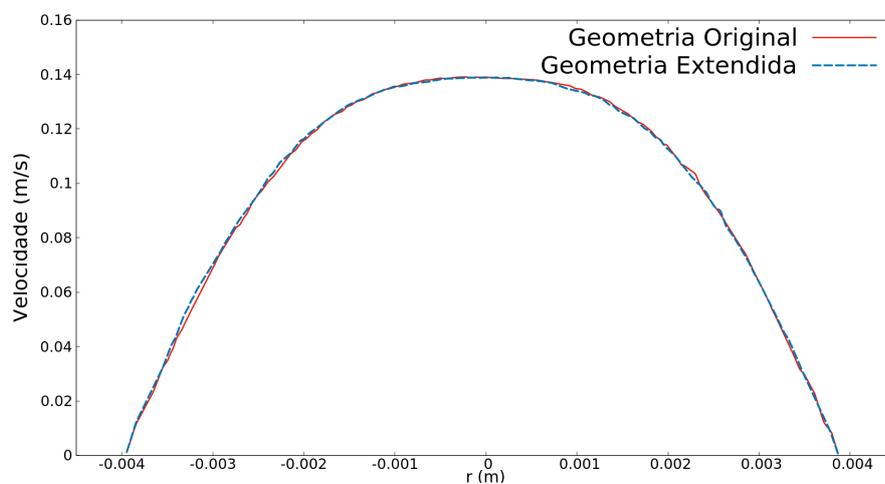


Fonte: Autor.

## 5.7 Investigação da Influência da Condição de Contorno na Saída

Para analisar a influência das condições de contorno de saída, as carótidas interna e externa foram estendidas. Como não houve alteração na carótida comum, os perfil de velocidade antes da bifurcação são idênticos, como pode ser visto na Figura (28).

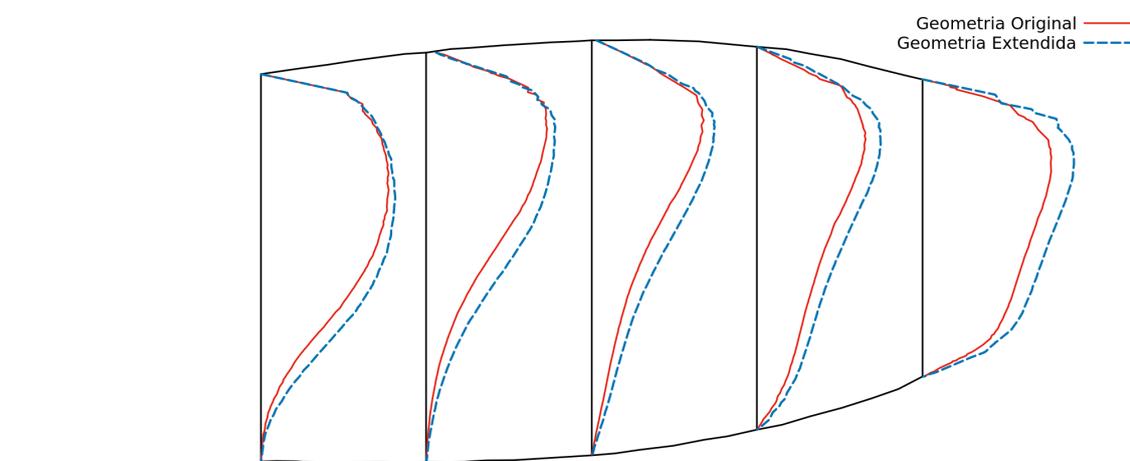
Figura 28 – Perfis de Velocidade Para o Modelo Carreau-Yasuda com parâmetros do Sangue (Carótida Comum) com a Geometria Original e a Geometria Extendida



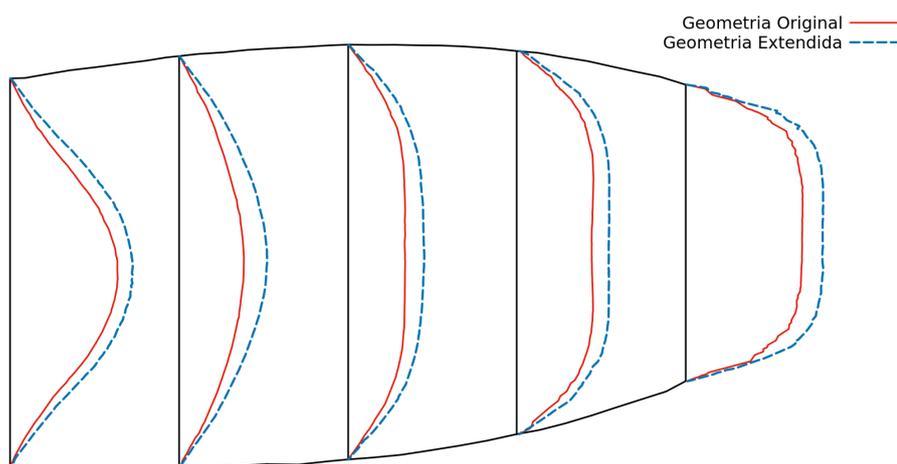
Fonte: Autor.

Já para a carótida interna, pode-se perceber que o formato dos perfis os mesmos, porém as velocidades aferidas para a geometria estendida possui magnitudes maiores. Uma explicação seria o menor diâmetro na saída da carótida interna.

Figura 29 – Perfis de Velocidade Para o Modelo Carreau-Yasuda com parâmetros do Sangue (Carótida Interna) com a Geometria Original e a Geometria Extendida



a) A-A'



b) B-B'

Fonte: Autor.

## 6 Conclusão

As análises de velocidade permitem afirmar que em velocidades mais baixas ocorre menos influência das propriedades não-Newtonianas no escoamento, o que está de acordo com as afirmações de [Wu et al. \(2014\)](#), [Perktold, Resch e Peter \(1991\)](#), [Boyd, Buick e Green \(2007\)](#) de que para artérias de grande porte a hipótese Newtoniana é uma boa aproximação.

No entanto, para um vaso de médio porte como a artéria carótida, existem diferenças entre a hipótese Newtoniana e não-Newtoniana para a modelagem do sangue, o que demonstra concordância com os resultados de [Gijssen, Vosse e Janssen \(1999\)](#), [Boyd, Buick e Green \(2007\)](#). As diferenças reológicas do escoamento são maiores quando utilizados os valores do fluido análogo KSCN-X, mas ainda são nítidas para os parâmetros retirados diretamente do sangue. Entre os modelos não-Newtonianos Casson e Carreau-Yasuda, as características do escoamento são mais influenciadas pelos parâmetros escolhidos do que pelo modelo, conforme afirmado por [Boyd, Buick e Green \(2007\)](#). Foi constatado que, para o escoamento na artéria carótida, a Lei de Potência não possui uma boa aproximação para a modelagem do sangue.

Os resultados obtidos com as alterações da geometria demonstram que as dimensões do modelo arterial têm grandes influências nas características do escoamento, assim como as condições de contorno utilizadas. Utilizar uma malha bem refinada é determinante para a obtenção de bons resultados.

Após todas as análises realizadas, é possível afirmar que a hipótese Newtoniana não é uma boa aproximação para o escoamento sanguíneo na bifurcação da artéria carótida. Os melhores modelos não-Newtonianos existentes para a modelagem do sangue são o Casson e o Carreau-Yasuda, não havendo vantagem para nenhum. A poliacrilamida apresenta comportamento mais próximo do sangue do que o fluido KSCN-X. Mesmo assim, a utilização dos parâmetros obtidos diretamente do sangue aumenta a confiabilidade dos resultados.

## 7 Sugestões Para Trabalhos Futuros

O autor sugere a implementação de condições periódicas para melhor representação do batimento cardíaco intermitente e da propriedade de elasticidade da parede arterial.

# Referências

- ABRAHAM, F.; BEHR, M.; HEINKENSCHLOSS, M. Shape optimization in steady blood flow: a numerical study of non-newtonian effects. *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, Taylor & Francis, v. 8, n. 2, p. 127–137, 2005. Citado 3 vezes nas páginas [12](#), [27](#) e [38](#).
- BHARADVAJ, B.; MABON, R.; GIDDENS, D. Steady flow in a model of the human carotid bifurcation. part ii—laser-doppler anemometer measurements. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 15, n. 5, p. 363367–365378, 1982. Citado na página [13](#).
- BHARADVAJ, B.; MABON, R.; GIDDENS, D. Steady flow in a model of the human carotid bifurcation. part i—flow visualization. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 15, n. 5, p. 349–362, 1982. Citado 3 vezes nas páginas [13](#), [26](#) e [27](#).
- BINGHAM, E. C.; ROEPKE, R. R. The rheology of the blood. iii. *The Journal of general physiology*, Rockefeller University Press, v. 28, n. 1, p. 79–93, 1944. Citado na página [12](#).
- BINGHAM, E. C.; ROEPKE, R. R. The rheology of the blood. *The Journal of general physiology*, Rockefeller University Press, v. 28, n. 2, p. 131–149, 1944. Citado na página [12](#).
- BIRD, R. B. Useful non-newtonian models. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 8, n. 1, p. 13–34, 1976. Citado 2 vezes nas páginas [16](#) e [17](#).
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport phenomena*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. Citado 2 vezes nas páginas [21](#) e [22](#).
- BOYD, J.; BUICK, J. M.; GREEN, S. Analysis of the casson and carreau-yasuda non-newtonian blood models in steady and oscillatory flows using the lattice boltzmann method. *Physics of Fluids*, AIP, v. 19, n. 9, p. 093103, 2007. Citado 4 vezes nas páginas [12](#), [14](#), [17](#) e [53](#).
- CARREAU, P. J.; MACDONALD, I. F.; BIRD, R. B. A nonlinear viscoelastic model for polymer solutions and melts—ii. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 23, n. 8, p. 901–911, 1968. Citado na página [17](#).
- CHIEN, S. et al. Shear-dependent interaction of plasma proteins with erythrocytes in blood rheology. *American Journal of Physiology—Legacy Content*, Am Physiological Soc, v. 219, n. 1, p. 143–153, 1970. Citado na página [12](#).
- COPLEY, A. L. The rheology of blood. a survey. *Journal of Colloid Science*, Elsevier, v. 7, n. 3, p. 323–333, 1952. Citado na página [12](#).
- FEDOSOV, D. A.; NOGUCHI, H.; GOMPPER, G. Multiscale modeling of blood flow: from single cells to blood rheology. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, Springer, v. 13, n. 2, p. 239–258, 2014. Citado na página [12](#).
- FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. *Introdução à mecânica dos fluidos*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2014. Citado 4 vezes nas páginas [15](#), [18](#), [19](#) e [20](#).

- GIJSEN, F. J.; VOSSE, F. N. van de; JANSSEN, J. The influence of the non-newtonian properties of blood on the flow in large arteries: steady flow in a carotid bifurcation model. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 32, n. 6, p. 601–608, 1999. Citado 12 vezes nas páginas 12, 13, 14, 16, 25, 26, 27, 28, 32, 33, 39 e 53.
- KU, D. et al. Hemodynamics of the normal human carotid bifurcation: in vitro and in vivo studies. *Ultrasound in medicine & biology*, Elsevier, v. 11, n. 1, p. 13–26, 1985. Citado na página 13.
- KU, D. N. Hemodynamics and atherogenesis at the human carotid bifurcation. 1984. Citado na página 32.
- KU, D. N. et al. Pulsatile flow and atherosclerosis in the human carotid bifurcation. positive correlation between plaque location and low oscillating shear stress. *Arteriosclerosis, thrombosis, and vascular biology*, Am Heart Assoc, v. 5, n. 3, p. 293–302, 1985. Citado na página 13.
- LOWE, G. Blood rheology in arterial disease. *Clinical Science*, Portland Press Limited, v. 71, n. 2, p. 137–146, 1986. Citado na página 12.
- LOWE, G. et al. Blood rheology, cardiovascular risk factors, and cardiovascular disease: the west of scotland coronary prevention study. *Thrombosis and haemostasis*, Schattauer GmbH, v. 84, n. 4, p. 553–558, 2000. Citado na página 12.
- MERRILL, E. W. Rheology of blood. *Physiol. Rev*, v. 49, n. 4, p. 863–888, 1969. Citado na página 12.
- PERKTOLD, K.; RESCH, M.; PETER, R. O. Three-dimensional numerical analysis of pulsatile flow and wall shear stress in the carotid artery bifurcation. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 24, n. 6, p. 409–420, 1991. Citado 7 vezes nas páginas 12, 14, 27, 32, 42, 46 e 53.
- RUBENSTEIN, D.; YIN, W.; FRAME, M. D. *Biofluid mechanics: an introduction to fluid mechanics, macrocirculation, and microcirculation*. [S.l.]: Academic Press, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 12, 13, 15 e 16.
- SCHMID-SCHÖNBEIN, H. Blood rheology and physiology of microcirculation. *La Ricerca in clinica e in laboratorio*, v. 11, p. 13–33, 1980. Citado na página 12.
- SHIBESHI, S. S.; COLLINS, W. E. The rheology of blood flow in a branched arterial system. *Applied rheology (Lappersdorf, Germany: Online)*, NIH Public Access, v. 15, n. 6, p. 398, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 12, 13, 14, 16 e 17.
- TARBELL, K. B. J. Fluid: Aqueous xanthan gum/glycerin. *Biorheology*, v. 30, p. 107–116, 1993. Citado na página 25.
- WU, W.-T. et al. A numerical study of blood flow using mixture theory. *International journal of engineering science*, Elsevier, v. 76, p. 56–72, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 12, 15, 16, 46 e 53.
- YASUDA, K.; ARMSTRONG, R.; COHEN, R. Shear flow properties of concentrated solutions of linear and star branched polystyrenes. *Rheologica Acta*, Springer, v. 20, n. 2, p. 163–178, 1981. Citado na página 17.

# Anexos

# ANEXO A – Implementação Modelo Casson

## A.1 Casson.C

```

1 #include "Casson.H"
2 #include "addToRunTimeSelectionTable.H"
3 #include "surfaceFields.H"
4
5 // Static Data Members
6
7 namespace Foam
8 {
9     namespace viscosityModels
10    {
11        defineTypeNameAndDebug(Casson, 0);
12        addToRunTimeSelectionTable
13        (
14            viscosityModel,
15            Casson,
16            dictionary
17        );
18    }
19 }
20
21 // Private Member Functions
22
23 Foam::tmp<Foam::volScalarField>
24 Foam::viscosityModels::Casson::calcNu() const
25 {
26     return max
27         (
28             nuMin_,
29             min
30             (
31                 nuMax_,
32                 pow
33                 (
34                     tau0_/pow(
35

```

```

36         (
37         strainRate(),
38         dimensionedScalar("VSMALL
           ", dimless/dimTime,
           VSMALL)
39         ),0.5
40         )
41         +pow(m_,0.5)
42         ,
43         scalar(2.0)
44         )
45     )
46
47     );
48 }
49
50 // Constructors
51
52 Foam::viscosityModels::Casson::Casson
53 (
54     const word& name,
55     const dictionary& viscosityProperties,
56     const volVectorField& U,
57     const surfaceScalarField& phi
58 )
59 :
60     viscosityModel(name, viscosityProperties, U, phi),
61     CassonCoeffs_(viscosityProperties.subDict(typeName + "Coeffs"
62         )),
63     m_("m", dimViscosity, CassonCoeffs_),
64     tau0_("tau0", dimVelocity, CassonCoeffs_),
65     nuMin_("nuMin", dimViscosity, CassonCoeffs_),
66     nuMax_("nuMax", dimViscosity, CassonCoeffs_),
67
68     nu_
69     (
70         IOobject
71         (
72             "nu",
73             U_.time().timeName(),
74             U_.db(),

```

```

75         IObject::NO_READ,
76         IObject::AUTO_WRITE
77     ),
78     calcNu()
79 )
80 {}
81
82 // Member Functions
83
84 bool Foam::viscosityModels::Casson::read
85 (
86     const dictionary& viscosityProperties
87 )
88 {
89     viscosityModel::read(viscosityProperties);
90
91     CassonCoeffs_ = viscosityProperties.subDict(typeName + "
92         Coeffs");
93
94     CassonCoeffs_.lookup("m") >> m_;
95     CassonCoeffs_.lookup("tau0") >> tau0_;
96     CassonCoeffs_.lookup("nuMin") >> nuMin_;
97     CassonCoeffs_.lookup("nuMax") >> nuMax_;
98
99     return true;
100 }

```

## A.2 Casson.H

```

1 #ifndef Casson_H
2 #define Casson_H
3
4 #include "viscosityModel.H"
5 #include "dimensionedScalar.H"
6 #include "volFields.H"
7
8 namespace Foam
9 {
10 namespace viscosityModels
11 {
12
13 // Class Casson Declaration

```

```
14
15 class Casson
16 :
17     public viscosityModel
18 {
19     // Private data
20
21     dictionary CassonCoeffs_;
22
23     dimensionedScalar m_;
24     dimensionedScalar tau0_;
25     dimensionedScalar nuMin_;
26     dimensionedScalar nuMax_;
27
28     volScalarField nu_;
29
30
31     // Private Member Functions
32
33     //- Calculate and return the laminar viscosity
34     tmp<volScalarField> calcNu() const;
35
36
37 public:
38
39     //- Runtime type information
40     TypeName("Casson");
41
42
43     // Constructors
44
45     //- Construct from components
46     Casson
47     (
48         const word& name,
49         const dictionary& viscosityProperties,
50         const volVectorField& U,
51         const surfaceScalarField& phi
52     );
53
54
55     //- Destructor
```

```
56     ~Casson()
57     {}
58
59
60     // Member Functions
61
62     //- Return the laminar viscosity
63     tmp<volScalarField> nu() const
64     {
65         return nu_;
66     }
67
68     //- Return the laminar viscosity for patch
69     tmp<scalarField> nu(const label patchi) const
70     {
71         return nu_.boundaryField()[patchi];
72     }
73
74     //- Correct the laminar viscosity
75     void correct()
76     {
77         nu_ = calcNu();
78     }
79
80     //- Read transportProperties dictionary
81     bool read(const dictionary& viscosityProperties);
82 };
83
84 } // End namespace viscosityModels
85 } // End namespace Foam
86
87 #endif
```

# ANEXO B – Implementação Velocidade Parabólica

## B.1 parabolicVelocity.C

```

1 #include "parabolicVelocityFvPatchVectorField.H"
2 #include "addToRunTimeSelectionTable.H"
3 #include "fvPatchFieldMapper.H"
4 #include "volFields.H"
5 #include "surfaceFields.H"
6
7 // Constructors
8
9 Foam::parabolicVelocityFvPatchVectorField::
10 parabolicVelocityFvPatchVectorField
11 (
12     const fvPatch& p,
13     const DimensionedField<vector, volMesh>& iF
14 )
15 :
16     fixedValueFvPatchVectorField(p, iF),
17     maxValue_(0),
18     n_(1, 0, 0),
19     y_(0, 1, 0)
20 {
21 }
22
23 Foam::parabolicVelocityFvPatchVectorField::
24 parabolicVelocityFvPatchVectorField
25 (
26     const fvPatch& p,
27     const DimensionedField<vector, volMesh>& iF,
28     const dictionary& dict
29 )
30 :
31     fixedValueFvPatchVectorField(p, iF),
32     maxValue_(readScalar(dict.lookup("maxValue"))),
33     n_(dict.lookup("n")),

```

```
34     y_(dict.lookup("y"))
35 {
36     Info << "Using the parabolicVelocity boundary condition" <<
        endl;
37     if (mag(n_) < SMALL || mag(y_) < SMALL)
38     {
39         FatalErrorIn("parabolicVelocityFvPatchVectorField(dict)")
40             << "n or y given with zero size not correct"
41             << abort(FatalError);
42     }
43     n_ /= mag(n_);
44     y_ /= mag(y_);
45
46
47     fixedValueFvPatchVectorField::evaluate();
48
49 }
50
51 Foam::parabolicVelocityFvPatchVectorField::
52 parabolicVelocityFvPatchVectorField
53 (
54     const parabolicVelocityFvPatchVectorField& ptf,
55     const fvPatch& p,
56     const DimensionedField<vector, volMesh>& iF,
57     const fvPatchFieldMapper& mapper
58 )
59 :
60     fixedValueFvPatchVectorField(ptf, p, iF, mapper),
61     maxValue_(ptf.maxValue_),
62     n_(ptf.n_),
63     y_(ptf.y_)
64 {}
65
66 Foam::parabolicVelocityFvPatchVectorField::
67 parabolicVelocityFvPatchVectorField
68 (
69     const parabolicVelocityFvPatchVectorField& ptf
70 )
71 :
72     fixedValueFvPatchVectorField(ptf),
73     maxValue_(ptf.maxValue_),
74     n_(ptf.n_),
```

```
75     y_(ptf.y_)
76 {}
77
78 Foam::parabolicVelocityFvPatchVectorField::
79 parabolicVelocityFvPatchVectorField
80 (
81     const parabolicVelocityFvPatchVectorField& ptf,
82     const DimensionedField<vector, volMesh>& iF
83 )
84 :
85     fixedValueFvPatchVectorField(ptf, iF),
86     maxValue_(ptf.maxValue_),
87     n_(ptf.n_),
88     y_(ptf.y_)
89 {}
90
91 // Member Functions
92
93 void Foam::parabolicVelocityFvPatchVectorField::updateCoeffs()
94 {
95     if (updated())
96     {
97         return;
98     }
99
100     // Get range and orientation
101     boundingBox bb(patch().patch().localPoints(), true);
102
103     vector ctr = 0.5*(bb.max() + bb.min());
104
105     const vectorField& c = patch().Cf();
106
107     // Calculate local 1-D coordinate for the parabolic profile
108     scalarField coord = 2*((c - ctr) & y_)/((bb.max() - bb.min())
109         & y_);
110
111     vectorField::operator=(n_*maxValue_*(1.0 - sqr(coord)));
112 }
113
114 void Foam::parabolicVelocityFvPatchVectorField::write
115 (
116     Ostream& os
```

```
116 ) const
117 {
118     fvPatchVectorField::write(os);
119     os.writeKeyword("maxValue") << maxValue_ << token::
        END_STATEMENT << nl;
120     os.writeKeyword("n") << n_ << token::END_STATEMENT << nl;
121     os.writeKeyword("y") << y_ << token::END_STATEMENT << nl;
122     writeEntry("value", os);
123 }
124
125 // Build Macro Function
126
127 namespace Foam
128 {
129     makePatchTypeField
130     (
131         fvPatchVectorField,
132         parabolicVelocityFvPatchVectorField
133     );
134 }
```

## B.2 parabolicVelocity.H

```
1 #ifndef parabolicVelocityFvPatchVectorField_H
2 #define parabolicVelocityFvPatchVectorField_H
3
4 #include "fixedValueFvPatchFields.H"
5 #include "Function1.H"
6
7 namespace Foam
8 {
9
10
11 //      Class parabolicVelocityFvPatchVectorField Declaration
12
13
14 class parabolicVelocityFvPatchVectorField
15 :
16     public fixedValueFvPatchVectorField
17 {
18     // Private data
19
```

```
20     //- Peak velocity magnitude
21     scalar maxValue_;
22     //- Flow direction
23     vector n_;
24     //- Direction of the y-coordinate
25     vector y_;
26
27 public:
28
29     //- Runtime type information
30     TypeName("parabolicVelocity");
31
32
33     // Constructors
34
35     //- Construct from patch and internal field
36     parabolicVelocityFvPatchVectorField
37     (
38         const fvPatch&,
39         const DimensionedField<vector, volMesh>&
40     );
41
42     //- Construct from patch, internal field and dictionary
43     parabolicVelocityFvPatchVectorField
44     (
45         const fvPatch&,
46         const DimensionedField<vector, volMesh>&,
47         const dictionary&
48     );
49
50     //- Construct by mapping given fixedValueTypeFvPatchField
51     // onto a new patch
52     parabolicVelocityFvPatchVectorField
53     (
54         const parabolicVelocityFvPatchVectorField&,
55         const fvPatch&,
56         const DimensionedField<vector, volMesh>&,
57         const fvPatchFieldMapper&
58     );
59
60     //- Construct as copy
61     parabolicVelocityFvPatchVectorField
```

```
62     (
63         const parabolicVelocityFvPatchVectorField&
64     );
65
66     //- Construct and return a clone
67     virtual tmp<fvPatchVectorField> clone() const
68     {
69         return tmp<fvPatchVectorField>
70         (
71             new parabolicVelocityFvPatchVectorField(*this)
72         );
73     }
74
75     //- Construct as copy setting internal field reference
76     parabolicVelocityFvPatchVectorField
77     (
78         const parabolicVelocityFvPatchVectorField&,
79         const DimensionedField<vector, volMesh>&
80     );
81
82     //- Construct and return a clone setting internal field
83     reference
84     virtual tmp<fvPatchVectorField> clone
85     (
86         const DimensionedField<vector, volMesh>& iF
87     ) const
88     {
89         return tmp<fvPatchVectorField>
90         (
91             new parabolicVelocityFvPatchVectorField
92             (
93                 *this,
94                 iF
95             )
96         );
97     }
98
99     // Member functions
100
101     // Mapping functions
102
```

```
103         //- Return max value
104         scalar& maxValue()
105         {
106             return maxValue_;
107         }
108         //- Return flow direction
109         vector& n()
110         {
111             return n_;
112         }
113         //- Return y direction
114         vector& y()
115         {
116             return y_;
117         }
118
119         // Evaluation functions
120
121         //- Update the coefficients associated with the patch
122         field
123         virtual void updateCoeffs();
124
125         //- Write
126         virtual void write(Ostream&) const;
127     };
128
129
130 }
131
132 #endif
```

# ANEXO C – Condições de Contorno

## Carreau-Yasuda Sangue $v = 0,09 \text{ m/s}$

### C.1 p

```
1 FoamFile
2 {
3     version      2.0;
4     format       ascii;
5     class        volScalarField;
6     object       p;
7 }
8
9 dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];
10
11 internalField   uniform 0;
12
13 boundaryField
14 {
15     inlet //Entrada da Carotida Comum
16     {
17         type          zeroGradient;
18     }
19
20     outlet1 //Saida da Carotida Interna
21     {
22         type          fixedValue;
23         value         uniform 0;
24     }
25
26     outlet2 //Saida da Carotida Externa
27     {
28         type          fixedValue;
29         value         uniform 0;
30     }
31
32     walls //Paredes
33     {
```

```
34     type          zeroGradient;
35 }
36
37 defaultFaces
38 {
39     type          empty;
40 }
41
42 }
```

## C.2 U

```
1  FoamFile
2  {
3      version      2.0;
4      format       ascii;
5      class        volVectorField;
6      object       U;
7  }
8
9  dimensions      [0 1 -1 0 0 0 0];
10
11 internalField   uniform (0 0 0);
12
13 boundaryField
14 {
15     inlet        //Entrada da Carotida Comum
16     {
17         type      parabolicVelocity;
18
19         n (1 0 0);
20         y (0 1 1);
21         maxValue 0.09;
22     }
23
24     outlet1      //Saida da Carotida Interna
25     {
26         type      zeroGradient;
27     }
28
29     outlet2      //Saida da Carotida Externa
30     {
```

```
31         type          zeroGradient;
32     }
33
34     walls //Paredes
35     {
36         type          noSlip;
37     }
38
39     defaultFaces
40     {
41         type          empty;
42     }
43
44 }
```

### C.3 controlDict

```
1
2 FoamFile
3 {
4     version          2.0;
5     format           ascii;
6     class            dictionary;
7     location         "system";
8     object           controlDict;
9 }
10
11 application        nonNewtonianIcoFoam;
12
13 startFrom          startTime;
14
15 startTime          0;
16
17 stopAt             endTime;
18
19 endTime            1;
20
21 deltaT             0.0001;
22
23 writeControl       runtime;
24
25 writeInterval      0.01;
```

```
26
27 purgeWrite      0;
28
29 writeFormat      ascii;
30
31 writePrecision   6;
32
33 writeCompression off;
34
35 timeFormat       general;
36
37 timePrecision    6;
38
39 runTimeModifiable true;
40
41
42 libs
43 (
44 "libCarreauYasuda.so"
45 "libparabolicVelocity.so"
46 );
```

## C.4 transportProperties

```
1 FoamFile
2 {
3     version      2.0;
4     format        ascii;
5     class         dictionary;
6     location      "constant";
7     object        transportProperties;
8 }
9
10 transportModel  CarreauYasuda;
11
12 CarreauYasudaCoeffs
13 {
14     nu0           [0 2 -1 0 0 0 0] 151.23e-6;
15     nuInf         [0 2 -1 0 0 0 0] 3.31e-6;
16     k             [0 0 1 0 0 0 0] 8.2;
17     n             [0 0 0 0 0 0 0] 0.2128;
18     a            [0 0 0 0 0 0 0] 0.64;
```

19 }

