

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROJETO DE GRADUAÇÃO

DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS PARA  
DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS EM CONCRETO  
ARMADO E PROTENDIDO

Mariana Moreira Vannier

Projeto de Graduação apresentado ao  
Curso de Engenharia Civil da Escola  
Politécnica, Universidade Federal do  
Rio de Janeiro, como parte dos requisitos  
necessários à obtenção do título de  
Engenheiro Civil

Orientador: Anselmo Leal Carneiro

MACAÉ, RJ – BRASIL

DEZEMBRO DE 2018

DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS PARA  
DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS EM CONCRETO  
ARMADO E PROTENDIDO

Mariana Moreira Vannier

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO CAMPUS MACAÉ, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO TÍTULO DE ENGENHEIRO CIVIL.

Examinado por:

---

Prof. Anselmo Leal Carneiro. M. Sc. (Orientador)  
Universidade Federal do Rio de Janeiro – Campus Macaé

---

Prof. Thais da Silva Rocha. M. Sc.  
Universidade Federal do Rio de Janeiro – Campus Macaé

---

Prof. Esdras Pereira de Oliveira. D. Sc.  
Universidade Federal do Rio de Janeiro – Campus Macaé

MACAÉ, RJ – BRASIL  
DEZEMBRO DE 2018

Vannier, Mariana Moreira

Desenvolvimento de Programas para Dimensionamento de Estruturas em Concreto Armado e Protendido/ Mariana Moreira Vannier – Macaé: UFRJ/Campus UFRJ-Macaé, 2018.

I, 210 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Anselmo Leal Carneiro

Projeto de Graduação – UFRJ / Campus UFRJ-Macaé / Curso de Engenharia Civil, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 104-105.

Apêndices: p. 106-210

1. Introdução. 2. Características dos Materiais. 3. Dimensionamento em Concreto Armado. 4. Dimensionamento em Concreto Protendido. 5. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

I. Carneiro, Anselmo Leal. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Campus UFRJ-Macaé, Curso de Engenharia Civil. III. Desenvolvimento de Programas para Dimensionamento de Estruturas em Concreto Armado e Protendido

Dedico este trabalho à minha família e ao meu namorado.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu pai e engenheiro civil, Julius Sobral Vannier, pelo grande exemplo profissional, incentivo e paciência durante toda a minha formação.

Ao meu namorado Marcos Felipe Lazarine, pelo apoio, ânimo e carinho.

Aos meus amigos, pelos bons momentos, alegrias e memórias.

Ao meu orientador, Prof. M. Sc. Anselmo Leal Carneiro, pela oportunidade de descobrir o quão incrível o VBA pode ser e pela orientação sobre os assuntos estruturais, tornando realidade a conclusão desse projeto.

À Universidade Federal do Rio de Janeiro Campus Macaé, pela oportunidade e pelos professores excepcionais que marcaram a minha graduação.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado ao corpo docente da UFRJ/Macaé como parte dos requisitos para obtenção do grau de Engenharia Civil

Desenvolvimento de Programas para Dimensionamento de Estruturas em Concreto Armado e Protendido

Mariana Moreira Vannier

Dezembro de 2018

Orientador: Anselmo Leal Carneiro

Curso: Engenharia Civil

## RESUMO

Esse trabalho visa desenvolver programas em concreto armado e protendido para auxiliar no cálculo estrutural, através do uso da linguagem de programação *Visual Basic for Applications* (VBA). A necessidade de desenvolver os programas surgiu pela escassez de softwares livres em temas específicos para o estudo de estruturas. Os programas criados para o concreto armado abrangem os tópicos de dimensionamento de seções para armaduras longitudinais para flexão simples, armaduras transversais (cisalhamento em vigas), torção e detalhamento de seções transversais de vigas. Para o concreto protendido os programas englobam o estado limite de serviço, estado limite último no ato da protensão e o cálculo da armadura passiva no estado limite último. Espera-se que o desenvolvimento desse trabalho na UFRJ Macaé, possa abrir portas para a criação de outros softwares e que os programas aqui desenvolvidos possam auxiliar no dimensionamento de projetos reais, tanto para o mercado de trabalho, como em outros trabalhos. Foi também, realizada uma pesquisa bibliográfica sobre os temas de concreto armado e protendido, de forma a adequar-se às normas vigentes. O trabalho teve como principal base e referência a NBR 6118 (2014). Ademais, todos os programas desenvolvidos são testados e exemplificados no decorrer deste trabalho.

Palavras chaves: Concreto Armado; Concreto Protendido; Programação; VBA; Dimensionamento.

Abstract of Final Graduation Project Presented to UFRJ/Macaé as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Civil Engineer

Programs Development for Dimensioning Structures on Reinforced Concrete and Prestressed Concrete

Mariana Moreira Vannier

December, 2018

Advisor: Anselmo Leal Carneiro

Course: Civil Engineering

**ABSTRACT:**

This work aims to develop programs in reinforced and prestressed concrete to aid in structural calculation through the use of the Visual Basic for Applications (VBA). The need to develop the programs arose due to the scarcity of free software in specific themes for the study of structures. The programs created for reinforced concrete cover the sections sizing topics for longitudinal reinforcements for simple bending, transverse reinforcement (shear in beams), torsion and detailing cross sections of beams. For the prestressed concrete, the programs include the limit state of service, final limit state in the act of protension and the calculation of the passive reinforcement in the ultimate limit state. It is hoped that with the development of this work at UFRJ Macaé, it will be possible to open doors for the creation of other software and that the program developed here can help in the design of real projects for the job market and for other works. It was also carried out a bibliographical research on the topics of reinforced and prestressed concrete, in order to conform to the current norms. The main work and reference was to NBR 6118 (2014). In addition, all the developed programs are tested and exemplified in the course of this work.

**Keywords:** Reinforced Concrete; Prestressed Concrete; Programming; VBA; Development.

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>22</b>
<b>1.1</b>	<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....</b>	<b>22</b>
<b>1.2</b>	<b>OBJETIVOS E METODOLOGIA .....</b>	<b>22</b>
<b>1.3</b>	<b>ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....</b>	<b>23</b>
<b>2.</b>	<b>CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS.....</b>	<b>25</b>
<b>2.1</b>	<b>CONCRETO .....</b>	<b>25</b>
2.1.1	Resistência à compressão .....	25
2.1.2	Resistência à tração.....	26
2.1.3	Diagrama tensão-deformação .....	27
2.1.4	Módulo de elasticidade .....	29
<b>2.2</b>	<b>AÇO PARA ARMADURA PASSIVA .....</b>	<b>30</b>
<b>2.3</b>	<b>AÇO PARA ARMADURA ATIVA .....</b>	<b>31</b>
<b>3.</b>	<b>DIMENSIONAMENTO EM CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>36</b>
<b>3.1</b>	<b>DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO .....</b>	<b>36</b>
3.1.1	Domínios de deformação .....	36
3.1.2	Condições de ductilidade.....	37
3.1.3	Hipóteses básicas para dimensionamento de vigas .....	38
3.1.4	Armadura simples seção retangular .....	39
3.1.5	Armadura dupla seção retangular .....	40
3.1.6	Armadura simples seção T.....	42
3.1.7	Armadura dupla seção T .....	45
3.1.8	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	47
<b>3.2</b>	<b>DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE.....</b>	<b>51</b>
3.2.1	Modelo de cálculo I .....	52
3.2.2	Modelo de cálculo II.....	53
3.2.3	Armadura mínima .....	54
3.2.4	Espaçamentos máximos.....	54
3.2.5	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	55
<b>3.3</b>	<b>DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO TORÇOR .....</b>	<b>57</b>
3.3.1	Modelo resistente.....	57
3.3.2	Dimensionamento da armadura longitudinal.....	59
3.3.3	Dimensionamento da armadura transversal.....	61
3.3.4	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	62
<b>3.4</b>	<b>DETALHAMENTO SEÇÃO TRANSVERSAL.....</b>	<b>66</b>
3.4.1	Vigas .....	66
3.4.2	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	70
<b>4.</b>	<b>DIMENSIONAMENTO EM CONCRETO PROTENDIDO .....</b>	<b>72</b>



<b>4.1</b>	<b>VALORES LIMITES DA TENSÃO APLICADA PELO APARELHO DE TRACÇÃO .....</b>	<b>72</b>
4.1.1	Recomendações normativas.....	72
4.1.2	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	73
<b>4.2</b>	<b>DETERMINAÇÃO DA PROTENSÃO BASEADO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS) .....</b>	<b>75</b>
4.2.1	Combinações de serviço (ELS) .....	75
4.2.2	Níveis de protensão.....	77
4.2.3	Exigências relativas à fissuração .....	77
4.2.4	Verificações em serviço.....	78
4.2.5	Protensão limitada .....	79
4.2.6	Protensão completa.....	80
4.2.7	Lajes lisas ou cogumelo.....	80
4.2.8	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	81
<b>4.3</b>	<b>ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO (ELU -AtoPro) .....</b>	<b>83</b>
4.3.1	Recomendações normativas.....	83
4.3.2	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	84
<b>4.4</b>	<b>DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA PASSIVA NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU).....</b>	<b>86</b>
4.4.1	Armadura simples .....	86
4.4.1.1	Tensão para protensão aderente.....	88
4.4.1.2	Tensão para protensão não aderente .....	89
4.4.1.3	Cálculo da armadura passiva .....	90
4.4.1.4	Armadura passiva mínima .....	91
4.4.2	Armadura dupla .....	92
4.4.3	Programa desenvolvido e exemplo de aplicação .....	94
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>102</b>
<b>6.</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>105</b>
<b>A.</b>	<b>Deduções concreto armado .....</b>	<b>105</b>
a.	Dimensionamento à flexão .....	105
i.	Armadura simples seção retangular.....	105
ii.	Armadura dupla seção retangular .....	107
iii.	Armadura simples seção T.....	109
iv.	Armadura dupla seção T.....	114
b.	Dimensionamento à força cortante .....	116
c.	Dimensionamento ao momento torçor.....	119
i.	Modelo resistente.....	119
ii.	Dimensionamento da armadura longitudinal.....	122
iii.	Dimensionamento da armadura transversal.....	124
<b>B.</b>	<b>Deduções concreto protendido.....</b>	<b>126</b>
a.	Dimensionamento da armadura passiva no ELU.....	126
i.	Armadura simples.....	126
ii.	Tensão para protensão aderente.....	128
iii.	Tensão para protensão não aderente .....	129

iv.	Cálculo da armadura passiva .....	130
v.	Armadura passiva mínima .....	131
vi.	Armadura dupla .....	132
<b>C.</b>	<b>Códigos.....</b>	<b>134</b>
a.	Janela Inicial .....	134
b.	Flexão Simples - Seção Retangular .....	136
c.	Flexão Simples - Seção T .....	143
d.	Flexão Simples com Torção .....	156
e.	Força Cortante .....	162
f.	Força Cortante com Momento Torçor .....	169
g.	Detalhamento Viga .....	174
h.	Força Máxima que Pode ser Aplicada pelo Aparelho de Tração .....	178
i.	Estado Limite de Serviço (ELS) .....	180
j.	Estado Limite Último no Ato da Protensão .....	185
k.	Estado Limite Último (ELU) Protensão Aderente.....	189
l.	Estado Limite Último (ELU) Protensão Não Aderente .....	196
m.	Armadura Passiva Mínima no ELU para Vigas .....	202
n.	Armadura Passiva Mínima no ELU para Lajes .....	205

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Densidade de probabilidade da resistência do concreto à compressão. (Araújo, 2014).....	25
Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação do concreto na compressão. (Elaborado pela autora, 2018).....	28
Figura 2.3 – Diagrama tensão-deformação para armaduras passivas. (NBR 6118, 2014).....	30
Figura 2.4 – Diagrama tensão-deformação de armaduras ativas (Elaborado pela autora, 2018) .....	34
Figura 3.1 – Domínios de uma seção transversal no estado limite último. (Elaborado pela autora, 2018).....	36
Figura 3.2 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018). .....	39
Figura 3.3 – Seção transversal retangular com armadura dupla. (Elaborado pela autora, 2018). .....	41
Figura 3.4 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018). .....	41
Figura 3.5 – Seção T armadura simples (Elaborado pela autora, 2018).....	42
Figura 3.6 – Seção T e forças atuantes (Elaborado pela autora, 2018) .....	43
Figura 3.7 – Seção T e máximo momento fletor com armadura simples (Elaborado pela autora, 2018).....	44
Figura 3.8 – Seção T armadura dupla (Elaborado pela autora, 2018).....	46
Figura 3.9 – Armaduras seção T (Elaborado pela autora, 2018).....	46
Figura 3.10 – Página inicial do ArmPro, Concreto Armado (Elaborado pela autora, 2018) ...	47
Figura 3.11 – Página de Flexão Simples – Seção Retangular (Elaborado pela autora, 2018) .	48
Figura 3.12 – Página de Flexão Simples – Seção T (Elaborado pela autora, 2018).....	49
Figura 3.13 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018) .....	49
Figura 3.14 – Seção T utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018) .....	50
Figura 3.15 – Exemplo do programa de flexão simples para seção retangular (Elaborado pela autora, 2018).....	50
Figura 3.16 – Exemplo do programa de flexão simples para seção T (Elaborado pela autora, 2018).....	51
Figura 3.17 – Analogia à treliça de Morsch (Elaborado pela autora, 2018).....	51
Figura 3.18 – Espaçamento longitudinal entre estribos (Elaborado pela autora, 2018).....	54

Figura 3.19 – Espaçamento transversal entre ramos (Elaborado pela autora, 2018).....	55
Figura 3.20 – Página de Força Cortante (Elaborado pela autora, 2018) .....	56
Figura 3.21 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018) .....	56
Figura 3.22 – Exemplo do programa de força cortante (Elaborado pela autora, 2018) .....	57
Figura 3.23 – Seção vazada (Elaborado pela autora, 2018) .....	58
Figura 3.24 – Treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000) .....	59
Figura 3.25 – Página de Flexão Simples com Torção (Elaborado pela autora, 2018) .....	63
Figura 3.26 – Página de Força Cortante com Momento Torçor (Elaborado pela autora, 2018) .....	64
Figura 3.27 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018) .....	64
Figura 3.28 – Exemplo do programa de flexão simples com torção (Elaborado pela autora, 2018).....	65
Figura 3.29 – Exemplo do programa de força cortante com momento torçor (Elaborado pela autora, 2018).....	65
Figura 3.30 – Espaçamentos horizontais na seção transversal da viga (Elaborado pela autora, 2018).....	68
Figura 3.31 – Espaçamentos verticais na seção transversal da viga (Elaborado pela autora, 2018).....	69
Figura 3.32 – Página de Detalhamento de Viga (Elaborado pela autora, 2018) .....	70
Figura 3.33 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018) .....	71
Figura 3.34 – Exemplo do programa de detalhamento viga (Elaborado pela autora, 2018)....	71
Figura 4.1 – Página inicial do ArmPro, Concreto Protendido (Elaborado pela autora, 2018) .	73
Figura 4.2 – Página da Força Máxima que Pode ser Aplicada pelo Aparelho de Tração (Elaborado pela autora, 2018) .....	74
Figura 4.3 – Exemplo do programa para cálculo da máxima força aplicada pelo aparelho de tração para pós tração com aderência (Elaborado pela autora, 2018) .....	74
Figura 4.4 – Exemplo do programa para cálculo da máxima força aplicada pelo aparelho de tração para pós tração sem aderência (Elaborado pela autora, 2018).....	75
Figura 4.5 – Sentido adotados para cálculo de tensões (Elaborado pela autora, 2018).....	79
Figura 4.6 – Página de Estado Limite de Serviço (ELS) (Elaborado pela autora, 2018).....	81
Figura 4.7 – Seção viga de ponte (Elaborado pela autora, 2018).....	82
Figura 4.8 – Seção viga de ponte (Elaborado pela autora, 2018).....	82

Figura 4.9 – Exemplo do programa para Estado Limite de Serviço (ELS) (Elaborado pela autora, 2018).....	83
Figura 4.10 – Página de Estado Limite Último no Ato da Protensão (Elaborado pela autora, 2018).....	85
Figura 4.11 – Seção de viga de ponte utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)	85
Figura 4.12 – Exemplo do programa de ELU no ato da protensão (Elaborado pela autora, 2018).....	86
Figura 4.13 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018) .....	87
Figura 4.14 – Seção no estado limite de descompressão e no ELU (Elaborado pela autora, 2018).....	89
Figura 4.15 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018).....	92
Figura 4.16 – Página de Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares, Protensão Aderente (Elaborado pela autora, 2018).....	94
Figura 4.17 – Página de Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares, Protensão Não Aderente (Elaborado pela autora, 2018).....	95
Figura 4.18 – Seção de ponte utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018) .....	96
Figura 4.19 – Exemplo do programa de dimensionamento à flexão de seções retangulares, protensão aderente (Elaborado pela autora, 2018) .....	97
Figura 4.20 – Exemplo do programa de dimensionamento à flexão de seções retangulares, protensão não aderente (Elaborado pela autora, 2018).....	97
Figura 4.21 – Página Armadura Passiva Mínima no ELU para Vigas (Elaborado pela autora, 2018).....	98
Figura 4.22 – Página Armadura Passiva Mínima no ELU para Lajes (Elaborada pela autora, 2018).....	99
Figura 4.23 – Exemplo do programa armadura passiva mínima no ELU para vigas, protensão aderente (Elaborado pela autora, 2018).....	100
Figura 4.24 – Exemplo do programa armadura passiva mínima no ELU para vigas, protensão não aderente (Elaborado pela autora, 2018) .....	100
Figura 4.25 – Exemplo do programa armadura passiva mínima no ELU para lajes (Elaborado pela autora, 2018) .....	101

Figura A.1 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018).	105
Figura A.2 – Seção transversal retangular com armadura dupla. (Elaborado pela autora, 2018).	108
Figura A.3 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018).	108
Figura A.4 – Seção T armadura simples (Elaborado pela autora, 2018)	110
Figura A.5 – Seção T e forças atuantes (Elaborado pela autora, 2018)	111
Figura A.6 – Seção T e máximo momento fletor com armadura simples (Elaborado pela autora, 2018)	112
Figura A.7 – Seção T armadura dupla (Elaborado pela autora, 2018)	114
Figura A.8 – Armaduras seção T (Elaborado pela autora, 2018)	115
Figura A.9 – Detalhe treliça (Elaborado pela autora, 2018)	116
Figura A.10 – Detalhe área de aplicação da força da diagonal de concreto comprimida (Elaborado pela autora, 2018)	116
Figura A.11 – Detalhe treliça de Morsch (Elaborado pela autora, 2018)	118
Figura A.12 – Tensões de cisalhamento e tensões principais (Bastos, 2017)	119
Figura A.13 – Tensões de cisalhamento e tensões principais (Bastos, 2017)	119
Figura A.14 – Seção vazada (Elaborado pela autora, 2018)	120
Figura A.15 – Treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000)	121
Figura A.16 – Nó A da treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000)	122
Figura A.17 – Nó A da treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000)	125
Figura A.18 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018)	127
Figura A.19 – Seção no estado limite de descompressão e no ELU (Elaborado pela autora, 2018)	129
Figura A.20 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018)	132

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Classe de resistência do concreto .....	26
Tabela 2.2 – Propriedades mecânicas dos aços .....	31
Tabela 2.3 – Características das cordoalhas com relaxação baixa .....	32
Tabela 2.4 – Características dos fios com relaxação normal.....	33
Tabela 2.5 – Características dos fios com relaxação baixa .....	33
Tabela 3.1 – Cobrimento nominal .....	68
Tabela 4.1 – Combinações de serviço .....	76
Tabela 4.2 – Valores para coeficientes .....	76
Tabela 4.3 – Exigências relativas à fissuração .....	78
Tabela 4.4 – Valores mínimos para armaduras passivas .....	91
Tabela 4.5 – Taxas mínimas de armadura de flexão .....	92
Tabela B.1 – Valores mínimos para armaduras passivas .....	131
Tabela B.2 – Taxas mínimas de armadura de flexão.....	132

## SÍMBOLOS

### a) Letras romanas maiúsculas

$A$	área da seção cheia
$A_{90}$	área de aço da armadura transversal do total de ramos de um estribo
$A_{90,min}$	área mínima de aço da armadura transversal do total de ramos de um estribo
$A_a$	área de aço da armadura longitudinal de compressão referente a área $a$
$A_{cc}$	área de concreto comprimido
$A_e$	área delimitada pela linha média da seção
$A_{nominal}$	área nominal da seção da armadura ativa
$A_s$	área de aço da armadura longitudinal de tração
$A_p$	área da seção de aço da armadura ativa
$A_{sl}$	área de aço da armadura das barras longitudinais
$A_{s,lateral}$	área de aço da armadura longitudinal lateral
$A_{s,inf}$	área de aço da armadura longitudinal inferior
$A_{s,sup}$	área de aço da armadura longitudinal superior
$A_{sw}$	área de aço da armadura transversal
$A_{sw,min}$	área mínima de aço da armadura transversal
$A_w$	área de aço da armadura longitudinal de compressão referente a área $w$
$A'_s$	área de aço da armadura longitudinal de compressão
$C_d$	força na diagonal comprimida
$E_{ci}$	módulo de elasticidade tangente inicial do concreto aos 28 dias
$E_{cs}$	módulo de elasticidade secante do concreto aos 28 dias
$E_p$	módulo de elasticidade do aço da armadura ativa
$E_s$	módulo de elasticidade do aço da armadura passiva
$I$	momento de inércia
$L$	vão
$M$	momento fletor
$M_a$	momento fletor referente a área $a$
$M_{cf}$	momento fletor da combinação frequente
$M_{cqp}$	momento fletor da combinação quase permanente
$M_{cr}$	momento fletor da combinação rara



$M_{rf}$	momento fletor resistido pela mesa comprimida
$M_{sd}$	momento fletor solicitante de cálculo
$M_{sd,lim}$	momento fletor limite solicitante de cálculo
$M_{sd,mín}$	momento fletor mínimo solicitante de cálculo
$M_w$	momento fletor referente a área w
$P$	força de protensão
$P_0$	força de protensão no tempo “zero”
$P_\infty$	força de protensão no tempo “infinito”
$R_{cd,a}$	força atuante no concreto na área a
$R_{cd}$	força atuante no concreto
$R_{cd,lim}$	força atuante no concreto para o $x_{lim}$
$R_{cd,w}$	força atuante no concreto na área w
$R_{pi}$	força aplicada pelo aparelho de tração por cordoalha
$R_{ptk}$	carga mínima de ruptura
$R_{pyk}$	carga mínima de ruptura a 1% de alongamento
$R_{sd}$	força atuante na armadura tracionada
$R_{td}$	força atuante na armadura ativa e passiva
$R'_{sd}$	força atuante na armadura comprimida
$T_{Rd2}$	resistência proveniente das bielas comprimidas de concreto
$T_{Rd3}$	resistência proveniente da armadura transversal
$T_{Rd4}$	resistência proveniente das armaduras longitudinais
$T_{sd}$	momento torçor solicitante de cálculo
$V_c$	força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça
$V_{c0}$	parcela de referência para $V_c$
$V_{Rd2}$	força cortante resistente de cálculo referente à ruína das bielas de compressão
$V_{sd}$	cortante solicitante de dimensionamento
$V_{sw}$	parcela da força cortante resistida pela armadura transversal
$W_0$	módulo de resistência de concreto da seção transversal bruta

## **b) Letras romanas minúsculas**

$a_h$	espaçamento horizontal longitudinal mínimo entre as faces das barras de tração
$a_v$	espaçamento vertical longitudinal mínimo entre as faces das barras de tração

$a'_h$	espaçamento horizontal longitudinal mínimo entre as faces das barras de compressão
$a'_v$	espaçamento vertical longitudinal mínimo entre as faces das barras de compressão
$b$	largura da seção retangular
$b_f$	largura da mesa colaborante de uma seção
$b_i$	espaçamento horizontal longitudinal entre as faces do estribo
$b_w$	largura da alma de uma seção
$c$	cobrimento nominal
$c_1$	distância entre a face lateral e o eixo da barra longitudinal
$d$	altura útil de tração
$d_c$	distância do centroide até a primeira camada
$d'$	altura útil de compressão
$e$	excentricidade de protensão
$f_{cd}$	resistência de cálculo à compressão do concreto
$f_{ck}$	resistência à compressão característica do concreto
$f_{ckj}$	resistência à compressão característica do concreto aos j dias
$f_{ct}$	resistência à tração do concreto à tração direta
$f_{ctd}$	resistência à tração de cálculo do concreto
$f_{ct,f}$	resistência do concreto à tração na flexão
$f_{ctk,inf}$	resistência do concreto à tração característica inferior
$f_{ctk,sup}$	resistência do concreto à tração característica superior
$f_{ct,m}$	valor médio da resistência do concreto à tração
$f_{ct,sp}$	resistência do concreto à tração indireta
$f_{ptd}$	resistência de cálculo à tração na ruptura do aço da armadura ativa
$f_{ptk}$	resistência característica à tração na ruptura do aço da armadura ativa
$f_{pyd}$	resistência de cálculo de escoamento à tração do aço da armadura ativa
$f_{pyk}$	resistência característica de escoamento à tração do aço da armadura ativa
$f_{yd}$	resistência ao escoamento do aço valor de cálculo
$f_{yk}$	resistência ao escoamento do aço valor característico
$h$	altura total da seção
$h_f$	espessura da mesa da seção
$n_b$	número de barras de aço da armadura de tração
$n_{b,máx}$	número máximo de barras de aço por camada de tração

$n_c$	número de camadas de barras
$n_{cordo}$	número de cordoalhas
$n_{c,máx}$	número máximo de camadas das barras de aço de tração
$n_r$	número de ramos
$n'_b$	número de barras de aço da armadura de compressão
$n'_{b,máx}$	número máximo de barras de aço por camada de compressão
$n'_{c,máx}$	número máximo de camadas das barras de aço de compressão
$t$	espessura equivalente
$u$	perímetro da seção cheia
$u_e$	perímetro de $A_e$
$s$	espaçamento longitudinal entre eixos dos estribos
$x$	profundidade efetiva da linha neutra
$x_e$	base da área delimitada pela linha média da seção
$x_{lim}$	profundidade efetiva limite da linha neutra
$y$	profundidade do diagrama retangular de compressão equivalente e distância do centro de gravidade até a fibra mais extrema da seção
$y_e$	altura da área delimitada pela linha média da seção
$z$	braço de alavanca
$z_a$	braço de alavanca referente área a
$z_{lim}$	braço de alavanca referente ao $x_{lim}$
$z_{wlim}$	braço de alavanca referente ao $x_{lim}$ na área w

### c) Letras gregas

$\alpha$	fator que correlaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta e ângulo de inclinação da armadura transversal
$\alpha_c$	parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão
$\alpha_E$	parâmetro em função da natureza do agregado do concreto
$\alpha_i$	parâmetro de redução do modulo de resistência secante do concreto em função do $f_{ck}$
$\alpha_{v2}$	parâmetro de redução da resistência do concreto
$\gamma_c$	coeficiente de ponderação das resistências no estado limite último para o concreto
$\gamma_s$	coeficiente de ponderação das resistências no estado limite último para o aço
$\Delta\sigma_{pd}$	acréscimo de tensões na armadura ativa

$\varepsilon$	deformação específica do aço de protensão no ELU
$\varepsilon_c$	deformação específica do concreto
$\varepsilon_{c2}$	deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
$\varepsilon_{cu}$	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
$\varepsilon_{des}$	deformação específica de descompressão
$\varepsilon_p$	deformação específica de protensão
$\varepsilon_{pré}$	deformação específica de pré-alongamento
$\varepsilon_{puk}$	alongamento total mínimo após a ruptura do aço da armadura ativa
$\varepsilon_{pyd}$	deformação específica de protensão referente a $f_{pyd}$
$\varepsilon_s$	deformação específica do aço de tração
$\varepsilon'_s$	deformação específica do aço de compressão
$\varepsilon_{yd}$	deformação específica de cálculo do aço
$\eta_{lim}$	relação entre a altura da linha neutra e a altura útil
$\theta$	ângulo de inclinação das bielas de compressão do concreto
$\lambda$	relação entre a as profundidades y e x
$\rho_{min}$	taxa geométrica mínima da armadura passiva
$\rho_p$	taxa geométrica da armadura ativa
$\rho_s$	taxa geométrica da armadura passiva
$\sigma$	tensão atuante na seção transversal
$\sigma_c$	tensão de compressão do concreto no estado limite último
$\sigma_{pd}$	tensão normal solicitante de cálculo da armadura ativa
$\sigma_{sd}$	tensão normal solicitante de cálculo do aço de tração da armadura passiva
$\sigma_t$	tensão de tração do concreto no estado limite último
$\sigma'_{sd}$	tensão normal solicitante de cálculo do aço de compressão da armadura passiva
$\phi$	diâmetro das barras de aço da armadura de tração
$\phi'$	diâmetro das barras de aço da armadura de compressão
$\phi_t$	diâmetro do estribo

#### **d) Siglas**

CAA	Classe de agressividade ambiental
CP	Concreto protendido

ELU	Estado limite último
ELS	Estado limite de serviço
GPa	Gigapascal
LN	Linha neutra
MPa	Megapascal
NBR	Norma Brasileira
RB	Relaxação Baixa
RN	Relaxação Normal
VBA	<i>Visual Basic for Applications</i>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O processo manual para a verificação e o dimensionamento de estruturas é um método árduo e repetitivo. Com o desenvolvimento de programas, essas rotinas podem ser simplificadas e agilizadas, de forma a facilitar o dia-a-dia de quem lida com o dimensionamento de peças estruturais.

Esse trabalho visa auxiliar, estudantes de graduação em engenharia e arquitetura, a guiar os estudos em estruturas de concreto armado e protendido. Além disso, há a possibilidade de tonar aulas sobre o assunto mais dinâmicas e poder contribuir na simplificação de rotinas de cálculo para profissionais.

As prescrições normativas brasileiras para estruturas de concreto são extensas e, em alguns casos abertas à interpretação. Desse modo, visa-se facilitar a tarefa de dimensionar estruturas em concreto armado e protendido através dos programas desenvolvidos neste trabalho, cujos códigos são abertos.

Ademais, foi uma forma de ampliar os conhecimentos de programação e ter programas para o uso profissional.

## 1.2 OBJETIVOS E METODOLOGIA

O presente trabalho tem como objetivo principal a automação de rotinas de cálculo para dimensionamento e verificação de estruturas em concreto armado e protendido, conforme a NBR 6118 (2014). Os tópicos propostos para desenvolvimento são os seguintes:

- Concreto Armado:
  - Armadura Longitudinal:
    - Flexão Simples – Seção Retangular
    - Flexão Simples – Seção T
    - Flexão Simples com Torção
  - Armadura Transversal (Cisalhamento em Vigas):
    - Força Cortante
    - Força Cortante com Momento Torçor

- Detalhamento Seção Transversal:
  - Viga
- Concreto Protendido:
  - Força Máxima que Pode ser Aplicada pelo Aparelho de Tração
  - Estado Limite de Serviço (ELS)
  - Estado Limite Último no Ato da Protensão
  - Estado Limite Último (ELU):
    - Protensão Aderente
    - Protensão Não Aderente
  - Armadura Passiva Mínima no ELU:
    - Vigas
    - Lajes

A programação foi feita através da linguagem *Visual Basic for Applications* (VBA). No decorrer deste trabalho apresenta-se as janelas dos programas desenvolvidos e testa-se exemplos para todos os programas propostos.

De forma secundária deseja-se ampliar o conhecimento sobre concreto armado e protendido entre os estudantes de engenharia civil. Além de difundir o uso da programação, na área de cálculo estrutural, para simplificar o dia-a-dia do profissional e reduzir a necessidade de utilizar softwares comerciais de valores elevados.

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

De forma a atingir os objetivos determinados, a estruturação do trabalho se dá conforme exposto abaixo.

O capítulo 1 apresenta a introdução do tema, os objetivos, a metodologia e a organização do trabalho.

O capítulo 2 apresenta as características dos materiais, do concreto, do aço para armadura passiva e do aço para armadura ativa.

O capítulo 3 apresenta o dimensionamento em concreto armado. Possui a pesquisa bibliográfica, os programas desenvolvidos sobre flexão, cisalhamento, torção, detalhamento de vigas e os exemplos de aplicação.

O capítulo 4 apresenta o dimensionamento em concreto protendido. Possui a pesquisa bibliográfica, os programas desenvolvidos sobre os valores limites do aparelho de tração, o

Estado Limite de Serviço (ELS), a verificação no Estado Limite Último (ELU) no ato da protensão, o dimensionamento à flexão no ELU e os exemplos de aplicação.

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

Referências Bibliográficas – são apresentadas as bibliografias utilizadas para a realização do trabalho.

Apêndices – são apresentadas deduções de equações adotadas e todos os códigos utilizados nos programas desenvolvidos.



## 2. CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

### 2.1 CONCRETO

O concreto é um material que consiste basicamente na mistura de água, cimento, e de agregados graúdos e miúdos. De acordo com Araújo (2014), a resistência do concreto endurecido pode depender de diversos fatores, como a relação água-cimento, os tipos de agregados utilizados, os aditivos, entre outros.

#### 2.1.1 Resistência à compressão

A resistência à compressão é a principal característica do concreto, com ela é possível avaliar a qualidade do material. Para estimar essa resistência a NBR 6118 (2014) determina que deve-se realizar ensaios em corpos-de-prova segundo a NBR 5739 (2018) e a NBR 5738 (2015).

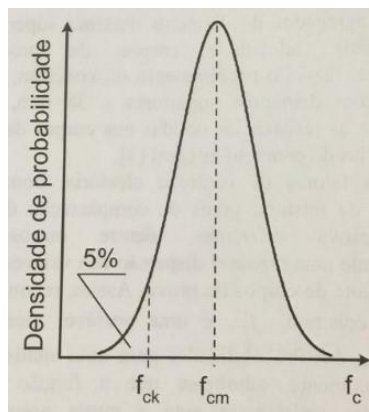


Figura 2.1 – Densidade de probabilidade da resistência do concreto à compressão. (Araújo, 2014).

O  $f_{ck}$  é o valor da resistência à compressão característica que possui 5% de chance de não ser alcançado, em corpos de provas de um mesmo lote, conforme Figura 2.1. A NBR 6118 (2014) determina que quando não for indicada a idade do concreto, ela refere-se aos 28 dias. Porém, pode-se também, fazer uma estimativa para uma idade  $j$ , tendo-se assim o chamado  $f_{ckj}$ .

Nas versões anteriores a 2014 da NBR 6118 o  $f_{ck}$  normatizado possuía o limite de 50 MPa. Com o avanço tecnológico tornou-se necessário descrever melhor o comportamento de

concretos com resistências maiores, então em 2014 a NBR 6118 incluiu os concretos de 55 MPa até 90 MPa. Dessa forma, alguns parâmetros são calculados e definidos de uma forma para até 50 MPa e de outra forma para entre 55 e 90 MPa.

A NBR 8953 (2015) classifica os concretos com classe de resistência de C20 até C50 como grupo I, e os concretos de C55 até C100 como grupo II, conforme Tabela 2.1. Porém, deve-se observar que a NBR 6118 (2014) abrange apenas até o C90.

Tabela 2.1 – Classe de resistência do concreto

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão MPa	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão MPa
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: NBR 8953, 2015

### 2.1.2 Resistência à tração

Existem basicamente três resistências a tração, a inferior ( $f_{ctk,inf}$ ) é a que tem 5% de chance de se obterem resistências abaixo dela, a superior ( $f_{ctk,sup}$ ) com 5% de chance de se obterem resistências maiores que ela e a média ( $f_{ct,m}$ ).

A NBR 6118 (2014) determina que segundo a NBR 7222 (2011) e a NBR 12142 (2010), é possível obter as resistências à tração indireta ( $f_{ct,sp}$ ) e à tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ), respectivamente. Com esses resultados é possível determinar a resistência à tração direta ( $f_{ct}$ ), igual a  $0,9 f_{ct,sp}$  ou igual a  $0,7 f_{ct,f}$ .

Entretanto, na ausência de ensaios para obter o  $f_{ct,sp}$  e o  $f_{ct,f}$ , a NBR 6118 (2014) informa que pode ser avaliado o seu valor médio ou característico de tração por meio das seguintes equações:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 * f_{ct,m} \quad (2.1.1)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} \quad (2.1.2)$$

Onde:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (2.1.3)$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (2.1.4)$$

Essas expressões podem ser utilizadas para concretos com idade diferente de 28 dias, desde que  $f_{ckj} \geq 7$  MPa.

Outro valor relevante a ser determinado é o de cálculo da resistência à tração, obtido a partir da resistência característica inferior ( $f_{ctk,inf}$ ), conforme a equação a seguir:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (2.1.5)$$

Onde:

$\gamma_c = 1,4$  para combinações normais;

$\gamma_c = 1,2$  para combinações especiais ou de construção;

$\gamma_c = 1,2$  para combinações excepcionais.

Ademais, a resistência do concreto à tração na flexão pode ser calculada conforme a seguinte equação:

$$f_{ct,f} = \alpha * f_{ctk,inf} \quad (2.1.6)$$

Onde  $\alpha$  é um coeficiente referente a forma, definido em norma com os valores abaixo:

$\alpha = 1,2$  para seções T;

$\alpha = 1,5$  para seções retangulares.

### 2.1.3 Diagrama tensão-deformação

A NBR 6118 (2014) no item 8.2.10.1 define a utilização do diagrama tensão-deformação (Figura 2.2) para aplicação no Estado Limite Último (ELU) na compressão.

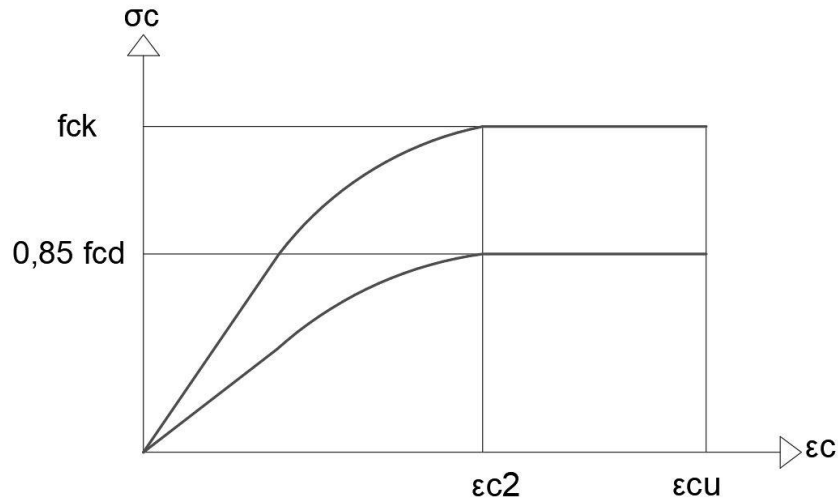


Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação do concreto na compressão. (Elaborado pela autora, 2018).

A NBR 6118 (2014) define que a relação entre tensão e deformação no trecho parabólico é calculada pela seguinte equação:

$$\sigma_c = 0,85 * f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (2.1.7)$$

Onde  $\epsilon_{c2}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico e  $\epsilon_{cu}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura. E seus valores definidos por:

- Grupo I:

$$n = 2; \quad (2.1.8)$$

$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰}; \quad (2.1.9)$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰} \quad (2.1.10)$$

- Grupo II:

$$n = 1,4 + 23,4 * \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4; \quad (2.1.11)$$

$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} * (f_{ck} - 50)^{0,53}; \quad (2.1.12)$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} * \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (2.1.13)$$

Para obter a resistência de cálculo à compressão do concreto, basta dividir o valor característico pelo coeficiente de ponderação, conforme a seguir:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.1.14)$$

Onde:

$\gamma_c = 1,4$  para combinações normais;

$\gamma_c = 1,2$  para combinações especiais ou de construção;

$\gamma_c = 1,2$  para combinações excepcionais.

#### 2.1.4 Módulo de elasticidade

De acordo com Bastos (2015), o módulo de elasticidade é um parâmetro que mede a deformação que o concreto sofre quando submetido a tensões, usualmente tensões de compressão. Ele afirma que para concretos com maiores resistências à compressão tem-se menores deformações que para concretos com baixa resistência à compressão.

O concreto não tem uma deformação linear, ou seja, ele não obedece à Lei de Hooke. Logo, é possível obter infinitos valores para o módulo de elasticidade através do diagrama tensão x deformação ( $\sigma \times \varepsilon$ ).

Segundo Araújo (2014), os principais valores para o módulo de elasticidade são o tangente inicial ( $E_{ci}$ ), que representa a inclinação da reta tangente à curva na origem e o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ). Na ausência de ensaios, a NBR 6118 (2014) no item 8.2.8 define o valor do  $E_{ci}$  aos 28 dias segundo as expressões a seguir:

- Grupo I:

$$E_{ci} = \alpha_E * 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (2.1.15)$$

- Grupo II:

$$E_{ci} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{1/3} \quad (2.1.16)$$

Sendo o  $\alpha_E$  um coeficiente relativo ao tipo de agregado utilizado no concreto. Definido em norma com os valores abaixo:

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário;

$\alpha_E = 0,7$  para arenito.

E o  $f_{ck}$  e o  $E_{ci}$  devem estar em MPa nas fórmulas acima.

A NBR 6118 (2014) determina que na falta de ensaios o módulo de elasticidade secante pode ser determinado pela expressão abaixo:

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} \quad (2.1.17)$$

Onde o  $\alpha_i$  é igual a seguinte expressão:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (2.1.18)$$

## 2.2 AÇO PARA ARMADURA PASSIVA

O Callister (2002) define aço como uma liga ferro-carbono que pode conter outros elementos de liga em quantidades significativas. Ele possui diversas utilizações e a que será tratada nesse trabalho é a como armadura em estruturas de concreto.

Segundo a NBR 6118 (2014), as armaduras que não são utilizadas para protensão, são consideradas como armaduras passivas. Essas armaduras podem ser classificadas de acordo com o valor característico da resistência de escoamento, em CA-25, CA-50 e CA-60, conforme a NBR 7480 (2007).

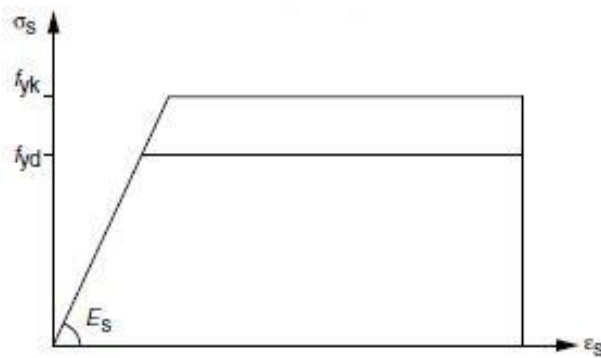


Figura 2.3 – Diagrama tensão-deformação para armaduras passivas. (NBR 6118, 2014).

A NBR 7480 (2007) determina que o valor característico de escoamento ( $f_{yk}$ ) pode ser determinado pelo patamar no diagrama tensão-deformação, ou para aços sem patamar pelo valor que corresponde à deformação permanente de 0,2%. Assim, para obter o valor de cálculo

do escoamento do aço basta dividir o valor característico pelo coeficiente de ponderação, conforme a seguir:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.2.1)$$

Onde:

$\gamma_s = 1,15$  para combinações normais;

$\gamma_s = 1,15$  para combinações especiais ou de construção;

$\gamma_s = 1,00$  para combinações excepcionais.

Outra informação relevante sobre um aço com patamar de escoamento definido que se pode obter é o  $\varepsilon_{yd}$ . Ele é a deformação específica de cálculo do aço e pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.2.2)$$

As tensões e as deformações específicas de cálculo do aço das armaduras estão na tabela abaixo:

Tabela 2.2 – Propriedades mecânicas dos aços

Aço	$f_{yk}$ (MPa)	$f_{yd}$ (MPa)	$\varepsilon_{yd}$ (%)
CA50	500	435	0,207
CA60	600	522	0,248

Na ausência de ensaios ou de valores tabelados pelo fabricante pode-se considerar o  $E_s$  igual a 210 GPa, conforme NBR 6118 (2014) tópico 8.3.5.

### 2.3 AÇO PARA ARMADURA ATIVA

De acordo com a NBR 6118 (2014) armadura ativa é aquela composta por barra, fios ou cordoalhas e que será destinada a protensão. A NBR 7483 (2008) define cordoalhas de aço para concreto protendido conforme a quantidade de fios e a resistência à tração, essas classificações estão descritas a seguir:

- Classificação pela quantidade de fios:
  - 7 fios;
  - 3 fios.
- Classificação pela resistência à tração:
  - CP-190;
  - CP-210.

A armadura ativa também pode ser classificada pelo tipo de relaxação, podendo ser baixa ou normal. A seguir são definidas as características das cordoalhas de relaxação baixa presentes na NBR 7483 (2008):

Tabela 2.3 – Características das cordoalhas com relaxação baixa

Categoria	Número de fios	Designação*	Diâmetro nominal da cordoalha mm	Tolerância no diâmetro nominal mm	Área da seção de aço da cordoalha mm <sup>2</sup>			Massa nominal Kg / 1 000 m	Carga mínima de ruptura R <sub>ptk</sub> kN	Carga mínima a 1 % de alongamento R <sub>pyk</sub> kN	Alongamento total mínimo após ruptura %
					Mínimo	Nominal	Máximo				
RB 190	7 fios	CP 190 RB 9,5	9,5	-0,2 / +0,4	54,9	56,2	57,3	441	102,3	92,1	3,5% min.
		CP 190 RB 12,7	12,7		98,6	100,9	102,9	792	183,7	165,3	
		CP 190 RB 15,2	15,2		139,9	143,4	146,3	1.126	280,7	234,6	
	3 fios	CP 190 RB 3 x 3,0	3 x 3,00	+/-0,3	21,5	21,8	22,8	171	40,1	36,1	
		CP 190 RB 3 x 3,5	3 x 3,50		30,0	30,3	31,8	238	55,9	50,3	
		CP 190 RB 3 x 4,0	3 x 4,00		37,6	38,7	39,8	304	70,1	63,1	
		CP 190 RB 3 x 4,5	3 x 4,50		46,2	46,6	48,9	366	85,1	77,5	
CP 190 RB 3 x 5,0	3 x 5,00	65,7	66,2	69,6	520	122,4	110,2				
RB 210	7 fios	CP 210 RB 9,5	9,5	-0,2 / +0,4	54,9	56,2	57,3	441	113,1	101,8	
		CP 210 RB 12,7	12,7		98,6	100,9	102,9	792	203,1	182,8	
		CP 210 RB 15,2	15,2		139,9	143,4	146,3	1.126	288,2	259,4	
	3 fios	CP 210 RB 3 x 3,0	3 x 3,00	+/-0,3	21,5	21,8	22,8	171	44,3	39,9	
		CP 210 RB 3 x 3,5	3 x 3,50		30,0	30,3	31,8	238	61,8	55,6	
		CP 210 RB 3 x 4,0	3 x 4,00		37,6	38,7	39,8	304	77,5	69,7	
		CP 210 RB 3 x 4,5	3 x 4,50		46,2	46,6	48,9	366	95,2	85,7	
CP 210 RB 3 x 5,0	3 x 5,00	65,7	66,2	69,6	520	135,3	121,8				

NOTA: Recomenda-se para cálculo estrutural a utilização do valor nominal da área.

Fonte: Adaptada de NBR 7483, 2008

Pode-se obter também através da NBR 7482 (2008) as características para fios e suas classificações estão descritas a seguir:

- Conforme a resistência à tração:
  - CP-145;
  - CP-150;
  - CP-160;
  - CP-170;
  - CP-175.



- Conforme a relaxação:
  - Normal – RN;
  - Baixa – RB.
- Conforme o acabamento da superfície:
  - Liso – L;
  - Entalhado – E.

A seguir estão definidas na Tabela 2.4 e Tabela 2.5 as características dos fios para relaxação normal e baixa, respectivamente:

Tabela 2.4 – Características dos fios com relaxação normal

Designação <sup>a</sup>	Diâmetro nominal do fio mm	Tolerância no diâmetro mm	Área da seção nominal mm <sup>2</sup>	Massa da seção nominal kg / 1000 m	Carga mínima de ruptura kN	Carga mínima a 1 % de alongamento <sup>b</sup> kN	Alongamento mínimo após ruptura %
CP-145 RN 9 L/E	9	± 0,05	63,6	499	89,5	76,1	6
CP-150 RN 9 L/E	9				92,6	78,7	6
CP-150 RN 8 L/E	8		50,3	395	73,0	62,1	6
CP-160 RN 8 L/E	8				77,9	66,2	5
CP-160 RN 7 L/E	7		38,5	302	59,5	50,6	5
CP-170 RN 7 L/E	7				63,3	53,8	5
CP-150 RN 6 L/E	6		28,3	222	40,9	34,8	6
CP-175 RN 6 L/E	6				47,7	40,6	5
CP-150 RN 5 L/E	5		19,6	154	28,3	24,1	6
CP-175 RN 5 L/E	5				33,0	28,1	5
CP-150 RN 4 L/E	4		12,6	98,7	18,0	15,3	6
CP-175 RN 4 L/E	4				21,0	17,9	5

Fonte: NBR 7482, 2008

Tabela 2.5 – Características dos fios com relaxação baixa

Designação <sup>a</sup>	Diâmetro nominal do fio mm	Tolerância no diâmetro mm	Área da seção nominal mm <sup>2</sup>	Massa da seção nominal kg/1 000 m	Carga mínima de ruptura kN	Carga mínima a 1 % de alongamento <sup>b</sup> kN	Alongamento mínimo após ruptura %
CP-145 RB 9 L/E	9	± 0,05	63,6	499	89,5	80,5	6
CP-150 RB 9 L/E	9				92,6	83,3	6
CP-150 RB 8 L/E	8		50,3	395	73,0	65,7	6
CP-160 RB 8 L/E	8				77,9	70,1	5
CP-160 RB 7 L/E	7		38,5	302	59,5	53,6	5
CP-170 RB 7 L/E	7				63,3	56,9	5
CP-150 RB 6 L/E	6		28,3	222	40,9	36,8	6
CP-175 RB 6 L/E	6				47,7	43,0	5
CP-150 RB 5 L/E	5		19,6	154	28,3	25,5	6
CP-175 RB 5 L/E	5				33,0	29,7	5
CP-150 RB 4 L/E	4		12,6	98,7	18,0	16,2	6
CP-175 RB 4 L/E	4				21,0	18,9	5

Fonte: NBR 7482, 2008

Nas Tabela 2.3, Tabela 2.4 e Tabela 2.5 a carga mínima de ruptura é o  $R_{ptk}$  e a carga mínima a 1% de alongamento é o  $R_{pyk}$ . As quais podem ser calculadas pelas duas seguintes fórmulas:

$$R_{ptk} = \frac{f_{ptk}}{A_{nominal}} \quad (2.3.1)$$

$$R_{pyk} = \frac{f_{pyk}}{A_{nominal}} \quad (2.3.2)$$

Onde  $A_{nominal}$  ou  $A_p$  é a área da seção nominal presente nas Tabela 2.3, Tabela 2.4 e Tabela 2.5,  $f_{pyk}$  é o valor característico para a resistência ao escoamento e o  $f_{ptk}$  é o valor característico para a resistência à tração. Ambas as resistências citadas, podem ser vistas na Figura 2.4:

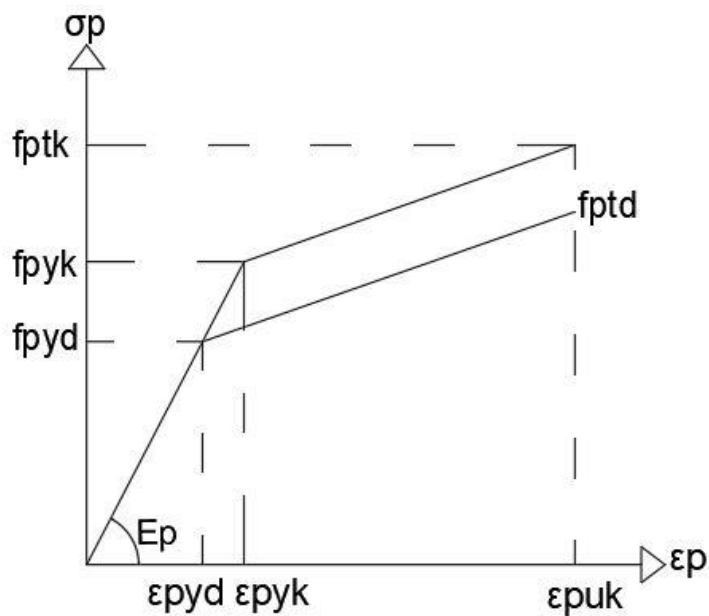


Figura 2.4 – Diagrama tensão-deformação de armaduras ativas (Elaborado pela autora, 2018)

A NBR 6118 (2014) define que o valor nominal para o módulo de elasticidade  $E_p$  é de 200 GPa na ausência de ensaios, e o alongamento mínimo após a ruptura para cordoalhas ( $\epsilon_{ruk}$ ) é igual a 35 %, conforme Tabela 2.3. O  $f_{pyd}$  e  $f_{ptd}$  são as resistências de cálculo ao escoamento e à tração, respectivamente e são dadas pelas seguintes equações:

$$f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} \quad (2.3.3)$$

$$f_{pTd} = \frac{f_{pTk}}{\gamma_S} \quad (2.3.4)$$

Onde  $\gamma_S$  é o coeficiente de ponderação no ELU das resistências e segundo a NBR 6118 (2014) tem os seguintes valores:

$\gamma_S = 1,15$  para combinações normais;

$\gamma_S = 1,15$  para combinações especiais ou de construção;

$\gamma_S = 1,00$  para combinações excepcionais.

### 3. DIMENSIONAMENTO EM CONCRETO ARMADO

Segundo Bastos (2015), o concreto armado une as qualidades do concreto, como durabilidade, baixo custo e boa resistência à compressão, com as do aço, como excelente resistência à tração e à compressão. Além disso, Bastos (2015) também cita que devido o aço ser envolvido pelo concreto, ele é protegido contra a corrosão e tem prolongado o seu tempo de resistência ao fogo.

#### 3.1 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) destacam que um dos tópicos mais relevantes no detalhamento de elementos de concreto armado é determinar a armadura que irá resistir a um momento fletor atuante na seção no ELU.

##### 3.1.1 Domínios de deformação

Segundo Araújo (2014), o estado limite último corresponde à ruína da seção transversal e ela pode ocorrer por uma deformação demasiada do aço ou pela ruptura do concreto. O autor admite que os domínios de deformação caracterizam os tipos de ruínas.

Os domínios definidos pela NBR 6118 (2014) estão representados na figura a seguir:

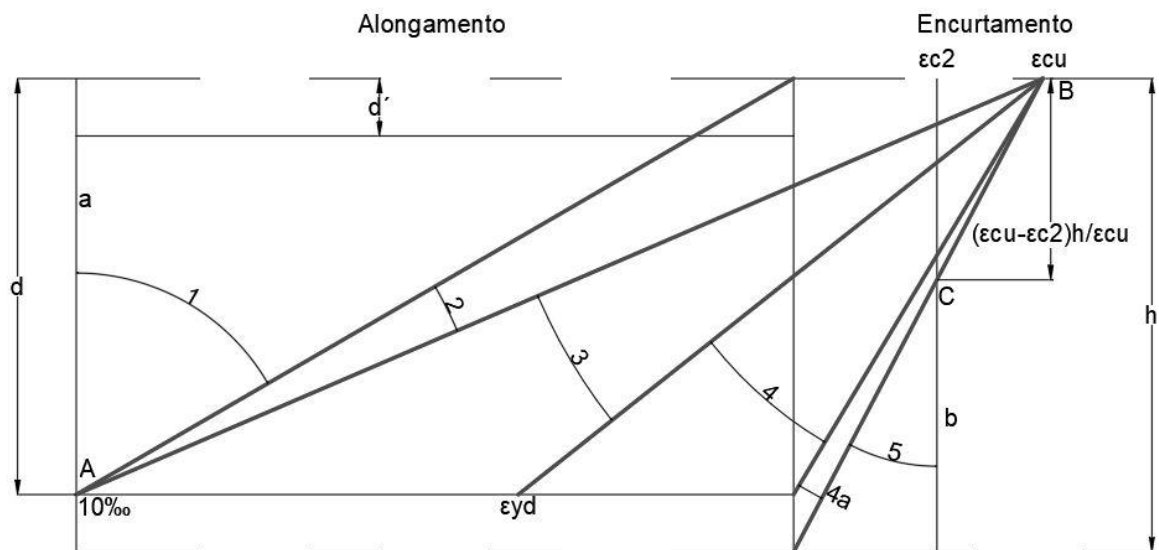


Figura 3.1 – Domínios de uma seção transversal no estado limite último. (Elaborado pela autora, 2018).

Araújo (2014) caracteriza os domínios da seguinte maneira:

- deformação excessiva da armadura nos domínios 1 e 2, quando o aço da armadura mais tracionada chega a uma deformação de 10 %;
- esmagamento em seções em parte comprimidas do concreto nos domínios 3, 4 e 4a;
- esmagamento em seções totalmente comprimidas do concreto no domínio 5.

A NBR 6118 (2014) define o seguinte sobre os domínios de deformação:

- na reta “a” indica tração uniforme;
- no domínio 1 a seção sofre tração não uniforme e não há tensões de compressão;
- no domínio 2 a seção apresenta flexão simples ou composta e não há ruptura do concreto à compressão;
- no domínio 3 a seção pode sofrer flexão simples ou flexão composta com ruptura do concreto à compressão e com escoamento da armadura;
- no domínio 4 a seção apresenta flexão simples ou composta com a ruptura do concreto à compressão, porém o aço não escoou, ou seja, a armadura não é integralmente aproveitada;
- no domínio 4a ocorre flexão composta e com o aço comprimido, o concreto rompe conjuntamente com o encurtamento da armadura;
- a reta “b” indica compressão uniforme.

### 3.1.2 Condições de ductilidade

A NBR 6118 (2014) em seu item 14.6.4.3 determina que para que vigas e lajes apresentem um comportamento dútil apropriado a posição da linha neutra da seção no estado limite último deve obedecer aos seguintes limites:

- Grupo I: a relação  $\frac{x}{d} \leq 0,45$ ;
- Grupo II: a relação  $\frac{x}{d} \leq 0,35$ .

Onde  $x$  é a distância entre a fibra de concreto mais comprimida e a linha neutra,  $d$  é a altura útil. Quando a relação da altura da linha neutra e a altura útil for igual ao limite definido acima a relação será adotada como  $\eta_{lim}$ .

A NBR 6118 (2014) define que a posição da linha neutra no estado limite último determina a capacidade de rotação dos elementos, ou seja, quanto menor for a relação  $\frac{x}{d}$ , maior será a capacidade de rotação do elemento.

Dessa forma, a norma elimina o uso, para o dimensionamento à flexão normal parte do domínio 3, o 4, 4<sup>a</sup> e o 5.

### 3.1.3 Hipóteses básicas para dimensionamento de vigas

Conforme o item 17.2.2 da NBR 6118 (2014), tem-se a seguir as mais relevantes considerações feitas para o dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas a forças normais e a momentos fletores:

- Mesmo após a deformação a seção é considerada plana;
- No estado limite último as tensões de tração normais à seção transversal do concreto devem ser desprezadas;
- As distribuições de tensões no concreto podem ser consideradas representadas por um retângulo de profundidade  $y = \lambda * x$ , para o qual o  $\lambda$  é definido como:

- Grupo I:

$$\lambda = 0,8 ; \quad (3.1.1)$$

- Grupo II:

$$\lambda = \frac{0,8 - (f_{ck} - 50)}{400} \quad (3.1.2)$$

- A tensão constante que atua no retângulo de profundidade  $y$ , pode ser igual a  $\alpha_c * f_{cd}$  se a largura da seção não diminuir da linha neutra até a borda comprimida e  $0,9 * \alpha_c * f_{cd}$ , caso contrário. Para o qual  $\alpha_c$  vale o seguinte:

- Grupo I:

$$\alpha_c = 0,85 ; \quad (3.1.3)$$

- Grupo II:

$$\alpha_c = 0,85 * \left(1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200}\right) \quad (3.1.4)$$

- Deve-se utilizar o diagrama de tensão-deformação presente na Figura 2.3, para determinar a tensão nas armaduras;
- O ELU (Estado Limite Último) ocorre quando as deformações se caracterizarem como um dos domínios presentes na Figura 3.1, e para  $\epsilon_{c2}$  e  $\epsilon_{cu}$  conforme exposto em 2.1.3.

### 3.1.4 Armadura simples seção retangular

Na Figura 3.2 pode-se ver uma seção retangular sujeita à flexão simples e suas possíveis deformações. A partir de equações geradas para haver o equilíbrio da seção, é possível determinar a armadura necessária para a seção.

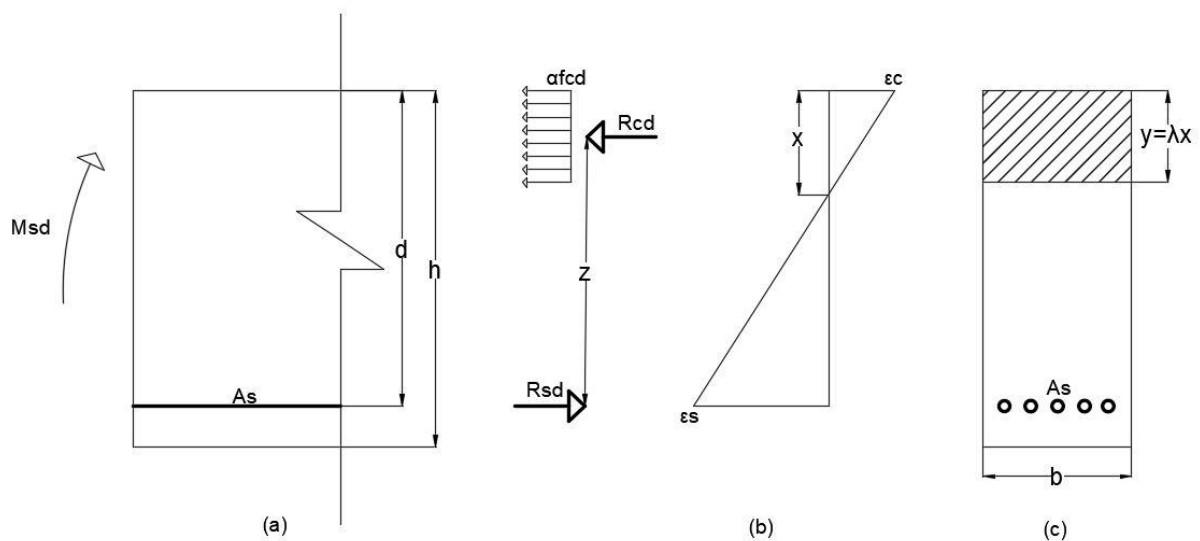


Figura 3.2 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018).

Pode-se determinar se a armadura será simples ou dupla através do cálculo do momento solicitante de cálculo limite. Se o  $M_{sd} \leq M_{sd,lim}$  tem-se armadura simples, caso contrário, armadura dupla. Faz-se o equilíbrio dos momentos para o limite de ductilidade da NBR 6118 (2014) e obtém-se a equação a seguir:

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (3.1.5)$$

Para a qual, conforme 3.1.2,  $x_{lim}$  obedece a os limites de ductilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Portanto, pode-se dimensionar a armadura de tração com a tensão do aço igual ao  $f_{yd}$ . E a partir do equilíbrio das forças obtém-se a seguinte equação para determinar a área de aço:

$$A_s = \frac{b * \lambda * x * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.1.6)$$

A expressão para cálculo da altura da linha neutra está definida a seguir:

$$x = \frac{d}{\lambda} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * M_{sd}}{b * d^2 * \alpha_c * f_{cd}}} \right) \quad (3.1.7)$$

Deve-se verificar o valor mínimo para a armadura, segundo a NBR 6118 (2014), de forma a evitar a ruptura frágil da seção e ele pode ser determinado através do cálculo para um momento mínimo que provoca ruptura à tração dado pela equação a seguir:

$$M_{sd,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup} \quad (3.1.8)$$

Onde o  $W_0$  é o módulo de resistência da seção e o  $f_{ctk,sup}$  está definido abaixo:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} \quad (3.1.9)$$

Onde:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (3.1.10)$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (3.1.11)$$

As deduções das equações apresentadas acima podem ser consultadas em A.a.i.

### 3.1.5 Armadura dupla seção retangular

A NBR 6118 (2014), item 14.6.4.3, permite dimensionar a armadura de tração até a relação limite de  $\eta_{lim}$ , conforme o tópico 3.1.2 desse trabalho. Caso esse valor seja superior aos normatizados e deseja-se manter os parâmetros inicialmente adotados, deve-se adicionar armadura na região de compressão com o objetivo de adequar a peça aos domínios de deformação permitidos pela norma (ver item 3.1.1).



Na Figura 3.3 é possível ver uma representação da seção transversal retangular com armadura dupla

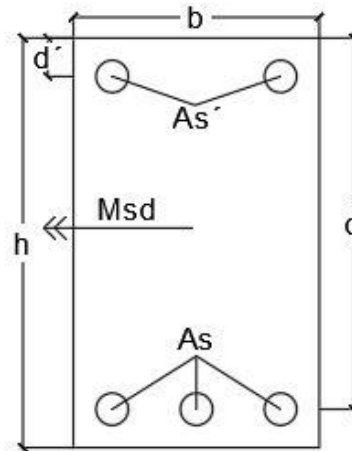


Figura 3.3 – Seção transversal retangular com armadura dupla. (Elaborado pela autora, 2018).

O momento limite  $M_{sd,lim}$  é aquele no qual para momentos solicitantes de cálculo inferiores ao  $M_{sd,lim}$ , utiliza-se armadura simples e para valores superiores a ele, utiliza-se armadura dupla. A equação para esse momento está definida abaixo:

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (3.1.12)$$

Na Figura 3.4 pode-se ver uma seção retangular sujeita à flexão simples e suas possíveis deformações. A partir de equações geradas para haver o equilíbrio da seção, é possível determinar as armaduras necessárias para o momento fletor solicitante de cálculo.

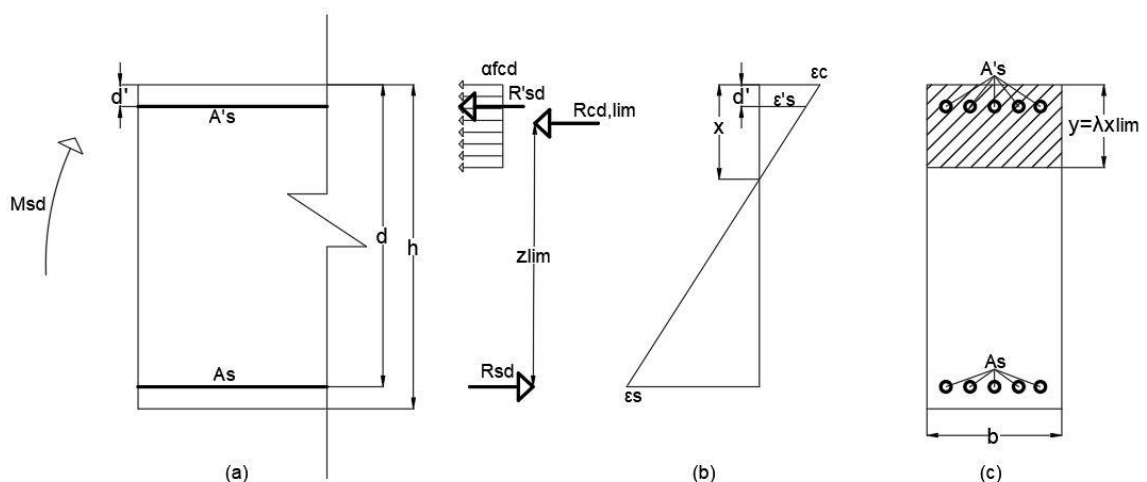


Figura 3.4 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018).

A expressão para a armadura comprimida é definida conforme a seguir:

$$A'_s = \frac{M_{sd} - M_{sd,lim}}{\sigma'_{sd} * (d - d')} \quad (3.1.13)$$

Através do equilíbrio das forças consegue-se a expressão para calcular a área de aço da armadura tracionada, conforme abaixo:

$$A_s = \frac{\sigma'_{sd} * A'_s + b * \lambda * \eta_{lim} * d * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.1.14)$$

As deduções das equações apresentadas acima podem ser consultadas em A.a.ii.

### 3.1.6 Armadura simples seção T

A seção T, é assim chamada por ter a forma geométrica da letra T. Ela é a segunda mais conhecida na construção civil e pode ser utilizada tanto para vigas, como para lajes. A seção T é composta por duas partes, a mesa, com largura igual a  $b_f$  e a alma, com largura igual a  $b_w$ .

A largura colaborante  $b_f$  deve seguir as determinações do item 14.6.2.2 da NBR 6118 (2014). Outras dimensões da seção T estão representadas na figura abaixo:

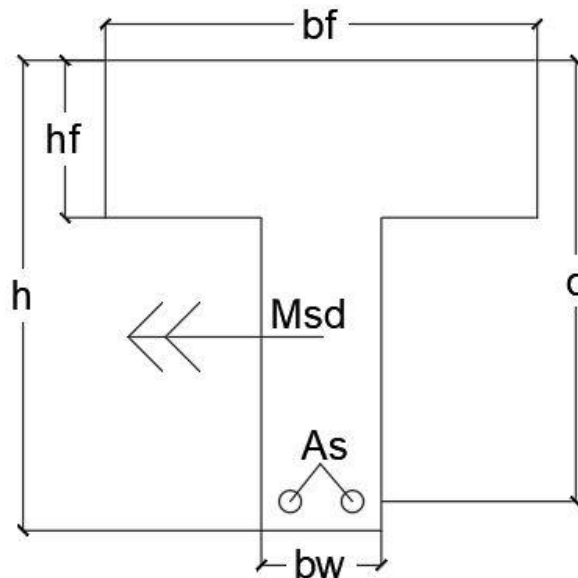


Figura 3.5 – Seção T armadura simples (Elaborado pela autora, 2018)

Na Figura 3.5,  $b_w$  é a largura da alma,  $b_f$  é a largura da mesa,  $h$  é a altura total,  $h_f$  é a altura da mesa,  $A_s$  é a armadura tracionada e  $d$  é a altura útil.

Segundo Araújo (2014), caso a linha neutra se encontre na mesa somente a mesa está comprimida e a seção pode ser calculada da mesma forma que a seção retangular, conforme explicitado nos tópicos 3.1.4 e 3.1.5 desse trabalho. Caso a linha neutra se encontre na alma, a seção é calculada como T e será definido adiante.

Uma forma de determinar se a seção será calculada com retangular ou T é a partir do momento resistido pela mesa comprimida  $M_{rf}$ . Se o momento fletor solicitante de cálculo for menor que o momento resistido, significa que a seção resiste e pode ser calculada como retangular com  $b = b_f$ . Na figura abaixo estão ilustradas as forças atuantes na seção.

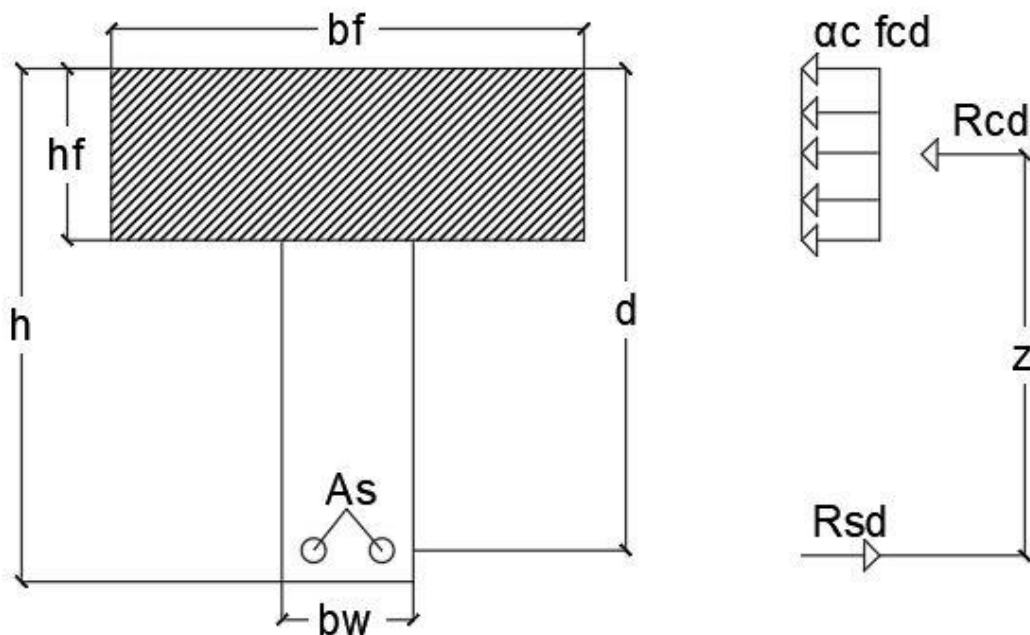


Figura 3.6 – Seção T e forças atuantes (Elaborado pela autora, 2018)

A partir da figura acima obtém-se a equação para o  $M_{rf}$  conforme a seguir:

$$M_{rf} = b_f * h_f * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f) \quad (3.1.15)$$

Para determinar se será armadura simples ou dupla, o critério é o mesmo que para a seção retangular, só com algumas pequenas adaptações e pode ser determinado através da figura a seguir:

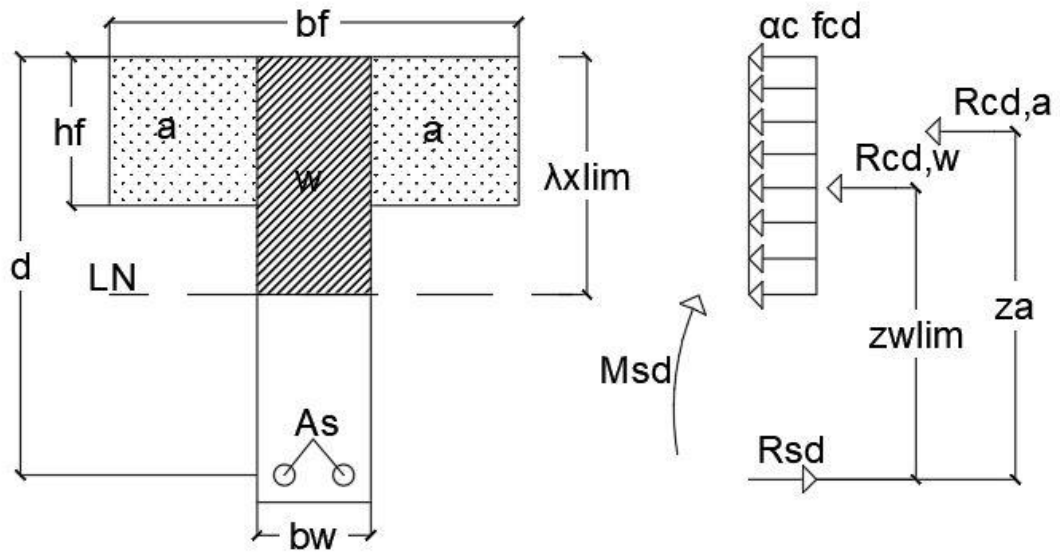


Figura 3.7 – Seção T e máximo momento fletor com armadura simples (Elaborado pela autora, 2018)

A partir do equilíbrio dos momentos é possível obter a seguinte expressão:

$$M_{sd,lim} = b_w * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) + (b_f - b_w) * h_f * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f) \quad (3.1.16)$$

Para a qual o  $x_{lim}$ , conforme 3.1.2, obedece a os limites de ductilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Portanto, pode-se dimensionar a armadura de tração com a tensão do aço igual ao  $f_{yd}$ .

Dessa forma, vale o mesmo que para seção retangular, se  $M_{sd,lim} \geq M_{sd}$  utiliza-se armadura simples e caso contrário, armadura dupla.

Similar ao feito para o  $M_{sd,lim}$ , agora para o  $M_{sd}$  tem-se duas parcelas que contribuem para o  $A_s$ , uma relativa a área “w” e outra relativa a área “a”, demonstradas na Figura 3.7. O momento referente a área “a” é igual a seguinte equação:

$$M_a = (b_f - b_w) * h_f * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f) \quad (3.1.17)$$

Para a área de aço referente a área “a” tem-se a seguinte expressão:

$$A_a = \frac{(b_f - b_w) * h_f * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.1.18)$$

Para obter o momento referente a área “w”, basta subtrair o  $M_{sd}$  do  $M_a$ , como pode-se ver na equação abaixo:

$$M_w = M_{sd} - M_a \quad (3.1.19)$$

A posição da linha neutra pode ser obtida com apenas a substituição do  $M_{sd}$  pelo  $M_w$  na equação (3.1.7), resultando na equação abaixo:

$$x = \frac{d}{\lambda} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * M_w}{b * d^2 * \alpha_c * f_{cd}}} \right) \quad (3.1.20)$$

Para a parcela de armadura de aço referente a área “w” tem-se a seguinte equação:

$$A_w = \frac{b_w * \lambda * \alpha_c * f_{cd} * x}{f_{yd}} \quad (3.1.21)$$

Logo para a área de aço total basta somar as parcelas de armadura de aço referentes a  $A_a$  com  $A_w$ , como pode ser visto a seguir:

$$A_s = A_a + A_w \quad (3.1.22)$$

Segundo a NBR 6118 (2014), deve-se verificar o valor mínimo para a armadura, de forma a evitar a ruptura frágil da seção e ele pode ser determinado através do cálculo para um momento mínimo que provoca ruptura à tração dado pela equação a seguir:

$$M_{sd,mín} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup} \quad (3.1.23)$$

Onde o  $W_0$  é o módulo de resistência da seção.

As deduções completas das equações anteriores estão disponíveis para consulta em A.a.iii.

### 3.1.7 Armadura dupla seção T

Seguindo o mesmo procedimento adotado para a armadura dupla para seção retangular no tópico 3.1.5, seguindo os limites da NBR 6118 (2014) definidos em 3.1.2, deve-se utilizar armadura na zona de compressão de forma a ficar nos domínios permitidos por essa norma, demonstrados em 3.1.1.

Assim, quando o momento fletor solicitante de cálculo superar o  $M_{sd,lim}$ , deve-se utilizar armadura dupla e a seção fica conforme o representado abaixo:

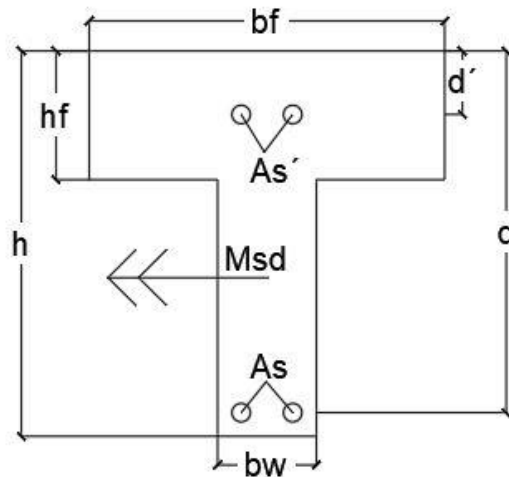


Figura 3.8 – Seção T armadura dupla (Elaborado pela autora, 2018)

Da mesma forma que para seção T com armadura simples, deve-se calcular duas parcelas para a armadura de tração, o  $M_a$  e o  $M_w$ . O momento referente a área “a”, é idêntico ao de armadura simples e está definido em (3.1.17) e o para a área “w” está definido em (3.1.19). A armadura de aço da área “a” é igual a definida em (3.1.18), já para a  $A_w$  deve-se definir primeiro a armadura de compressão através do equilíbrio de momentos.

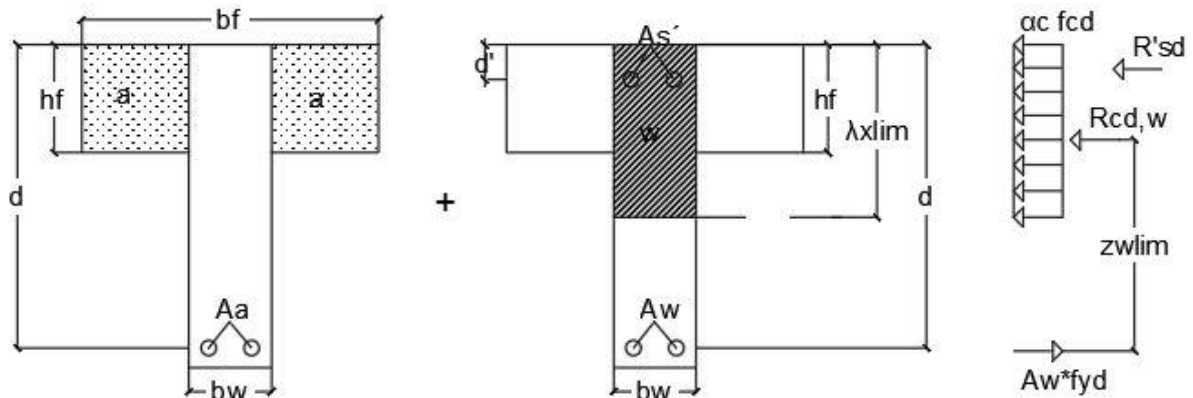


Figura 3.9 – Armaduras seção T (Elaborado pela autora, 2018)

Na Figura 3.9 fica nítida a separação entre as áreas e as forças atuantes na parte “w”. Pelo equilíbrio dos momentos é possível definir uma expressão para a armadura de compressão. A partir do somatório dos momentos atuante em “w” obtém-se a equação para a área de aço da armadura comprimida definida a seguir:

$$A'_s = \frac{M_w - \lambda * x_{lim} * b_w * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim})}{\sigma'_{sd} * (d - d')} \quad (3.1.24)$$

Através do equilíbrio das forças tem-se a seguinte expressão para a área de aço referente a “w”:

$$A_w = \frac{A'_s * \sigma'_{sd} + \lambda * x_{lim} * b_w * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.1.25)$$

Conforme anteriormente, o  $A_s$  é igual a soma das parcelas  $A_w$  com  $A_a$ , expressa em (3.1.22).

As deduções com maiores detalhes das equações anteriores estão disponíveis para consulta em A.a.iv.

### 3.1.8 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

Ao abrir o arquivo basta clicar em “ArmPro” para exibir o programa, deve-se atentar para as macros estarem habilitadas. A primeira janela exibida pelo programa é chamada “Início”, é a página que aparece quando o usuário abre o programa e possui duas abas, uma para concreto armado e uma para concreto protendido. A partir dela é possível abrir todas as outras janelas que compõem este trabalho.

A aba para concreto armado está exibida a seguir:

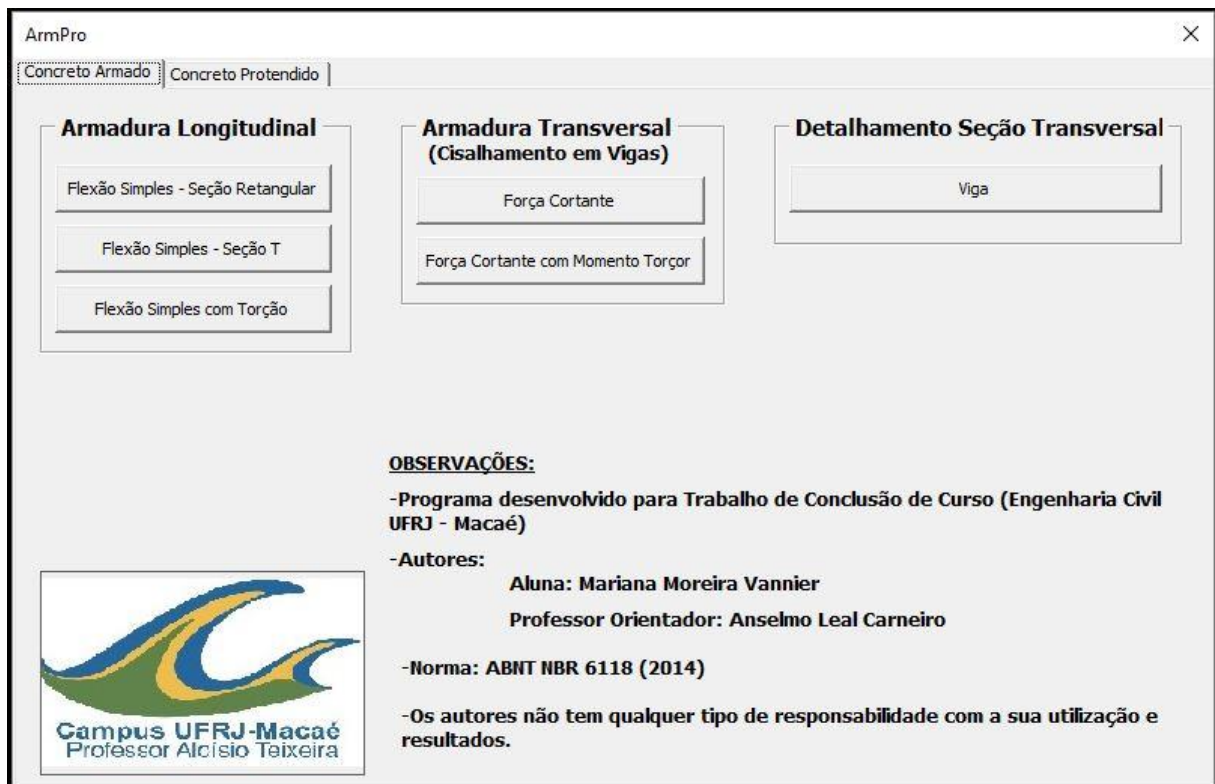


Figura 3.10 – Página inicial do ArmPro, Concreto Armado (Elaborado pela autora, 2018)

Ao começar pelos programas para armadura longitudinal, o primeiro deles é o de “Flexão Simples – Seção Retangular”, conforme descrito em 3.1.4 e 3.1.5 desse trabalho e é demonstrada a janela do programa na Figura 3.11.

Figura 3.11 – Página de Flexão Simples – Seção Retangular (Elaborado pela autora, 2018)

Nessa janela os dados de entrada devem ser preenchidos e ao apertar o botão “Calcular” são gerados os resultados no lado direito da tela, todos conforme a NBR 6118 (2014). Os resultados obtidos nessa tela são: tipo de armadura, o domínio de deformação que a peça se encontra, a razão  $\frac{x}{d}$ , a armadura tracionada calculada e a mínima, além da armadura longitudinal tracionada final e a de compressão.

A próxima janela é a de “Flexão Simples – Seção T”, conforme descrito em 3.1.6 e 3.1.7 desse trabalho e está demonstrada na imagem a seguir:



Flexão Simples - Seção T

**Dados de Entrada:**

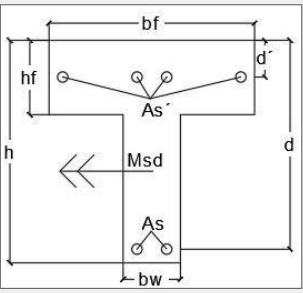
**Seção Transversal:**  
 bw=  cm  
 h=  cm  
 bf=  cm  
 hf=  cm  
 d=  cm  
 d'=  cm

**Concreto:**  
 fck=  MPa  
 γc=

**Aço:**  
 fyk=  MPa  
 γs=   
 Es=  GPa

**Momento Fletor de Cálculo:** (Es= 210 GPa NBR 6118-2014)  
 Msd=  kN.m

**Posição Limite de x/d:**  
 x: Profundidade da linha neutra  
 Xlim/d para concreto até C50  (Xlim/d) ≤ 0,45 (NBR 6118:2014)  
 Xlim/d para concreto C55 até C90  (Xlim/d) ≤ 0,35 (NBR 6118:2014)



**Resultado Final**

Linha Neutra:

Armadura:

Domínio:  ? (x/d):

Armadura tracionada calculada:  cm<sup>2</sup>

Armadura tracionada mínima:  cm<sup>2</sup>

Armadura tracionada: (As)  cm<sup>2</sup>

Armadura comprimida: (As')  cm<sup>2</sup>

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
 Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 3.12 – Página de Flexão Simples – Seção T (Elaborado pela autora, 2018)

Essa página solicita os dados de entrada, possui uma imagem ilustrativa e ao clicar em “Calcular” obtém-se os resultados na direita. A primeira informação obtida é se a linha neutra está na alma ou na mesa, se armadura é simples ou dupla, o domínio de deformação, a razão  $\frac{x}{d}$ , a armadura mínima calculada para tração, a armadura tracionada final e a armadura comprimida.

Para a exemplificação dos resultados foram definidas duas seções modelos, uma retangular e uma T, as quais serão utilizadas nos programas para demonstrar as respostas obtidas. Em seguida estão as figuras das duas seções com as respectivas medidas para o cálculo no programa.

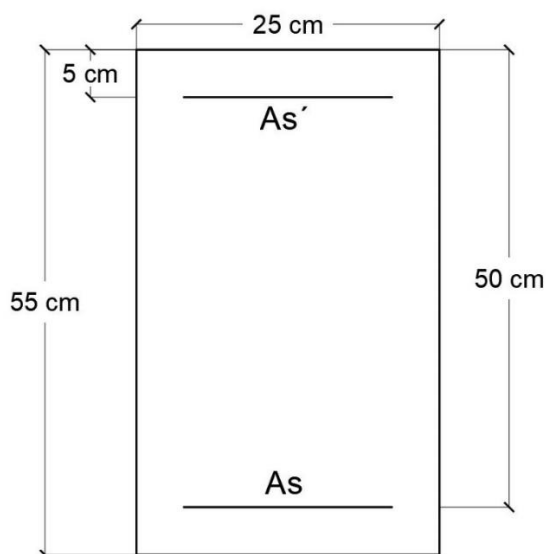


Figura 3.13 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)

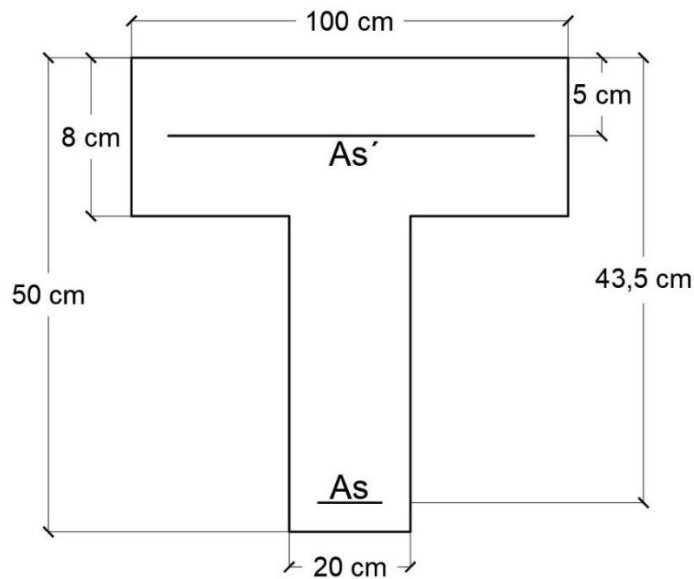


Figura 3.14 – Seção T utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)

Ademais, será considerado um momento fletor de cálculo de 67,2 kNm, o  $f_{ck}$  de 30 MPa e o  $f_{yk}$  de 500 MPa. Assim, ao executar o programa obtém-se os resultados expostos na Figura 3.15 e na Figura 3.16.

Flexão Simples - Seção Retangular

**Dados de Entrada:**

<b>Seção Transversal:</b>	<b>Concreto:</b>
b = 25 cm	fck = 30 MPa
h = 55 cm	$\gamma_c$ = 1,4
d = 50 cm	<b>Aço:</b>
d' = 5 cm	f <sub>yk</sub> = 500 MPa
<b>Momento Fletor de Cálculo:</b>	$\gamma_s$ = 1,15
Msd = 67,2 kN.m	E <sub>s</sub> = 210 GPa
<b>Posição Limite de x/d:</b>	(E <sub>s</sub> = 210 GPa NBR 6118-2014)
x: Profundidade da linha neutra	
X <sub>lim</sub> /d para concreto até C50: 0,45 (X <sub>lim</sub> /d) ≤ 0,45 (NBR 6118:2014)	
X <sub>lim</sub> /d para concreto C55 até C90: 0,35 (X <sub>lim</sub> /d) ≤ 0,35 (NBR 6118:2014)	

<b>Armadura:</b> <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">Simples!</span>
<b>Domínio:</b> 2 ? (x/d) = <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">0,077</span>
<b>Armadura tracionada calculada:</b> <span style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">3,19</span> cm <sup>2</sup>
<b>Armadura tracionada mínima:</b> <span style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">2,07</span> cm <sup>2</sup>
<b>Resultado Final:</b>
<b>Armadura tracionada: (As)</b> <span style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">3,19</span> cm <sup>2</sup>
<b>Armadura comprimida: (As')</b> <span style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">0</span> cm <sup>2</sup>

Calcular

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 3.15 – Exemplo do programa de flexão simples para seção retangular (Elaborado pela autora, 2018)

Flexão Simples - Seção T

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**

bw = 20 cm  
h = 50 cm  
bf = 100 cm  
hf = 8 cm  
d = 43.5 cm  
d' = 5 cm

**Concreto:**

fck = 30 MPa  
γc = 1.4

**Aço:**

fyk = 500 MPa  
ys = 1.15  
Es = 210 GPa

**Momento Fletor de Cálculo:** (Es = 210 GPa, NBR 6118-2014)

Msd = 67.2 kN.m

**Posição Limite de x/d:**

x: Profundidade da linha neutra

Xlim/d para concreto até C50: 0,45 (Xlim/d) ≤ 0,45 (NBR 6118:2014)

Xlim/d para concreto C55 até C90: 0,35 (Xlim/d) ≤ 0,35 (NBR 6118:2014)

**Diagrama:**

**Resultado Final:**

Linha Neutra: na mesa  
Armadura: Simples!  
Domínio: 2 (x/d): 0,025  
Armadura tracionada calculada: 3,59 cm<sup>2</sup>  
Armadura tracionada mínima: 2,46 cm<sup>2</sup>  
Armadura tracionada: (As) 3,59 cm<sup>2</sup>  
Armadura comprimida: (As') 0 cm<sup>2</sup>

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 3.16 – Exemplo do programa de flexão simples para seção T (Elaborado pela autora, 2018)

### 3.2 DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) afirmam que a armadura transversal conserva a fissuração em limites adequados e garante segurança para com os variados tipos de ruptura. Entende-se que a contribuição da armadura citada, pode ser obtida pela analogia de treliças de Ritter e Morsch.

Na Figura 3.17 pode ser vista uma analogia à treliça de Morsch, onde são demonstradas as bielas de compressão com ângulo de inclinação  $\theta$ , a armadura de flexão, a armadura transversal com ângulo de inclinação adotado de  $90^\circ$  e a região comprimida de concreto.

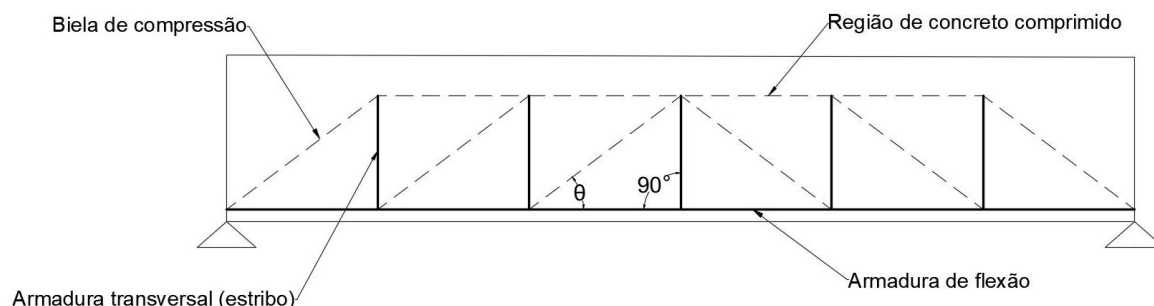


Figura 3.17 – Analogia à treliça de Morsch (Elaborado pela autora, 2018)

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), no início do século XX Ritter e Morsch propuseram uma teoria na qual associaram uma viga fissurada a uma treliça de forma a

dimensionar vigas solicitadas ao esforço cortante. Entretanto, os autores citam que por diversos fatores o cálculo pela treliça de Morsch leva a uma armadura exagerada.

A NBR 6118 (2014) define os dois modelos de cálculo classificados pelo ângulo de inclinação das bielas. São eles:

- Modelo I:  $\theta = 45^\circ$ ;
- Modelo II:  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

A NBR 6118 (2014) em seu item 17.4.2.1, determina que tem-se uma resistência estrutural satisfatória quando:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.2.1)$$

$$V_{sd} \leq V_c + V_{sw} \quad (3.2.2)$$

Para o qual  $V_{Rd2}$ ,  $V_c$  e  $V_{sw}$  possuem diferentes expressão em função do modelo de cálculo e caso  $V_{sd} - V_c < 0$ , então  $V_{sw}$  deve ser igual a zero, pois não se tem valor calculado e significa que os mecanismos complementares são suficiente para resistir ao esforço cortante, bastando utilizar a armadura mínima.

As deduções das equações para dimensionamento à força cortante podem ser consultadas em A.b.

### 3.2.1 Modelo de cálculo I

Esse modelo possui bielas de compressão  $\theta = 45^\circ$  e é considerado que o  $V_c$  tem valor constante e independente de  $V_{sd}$ , segundo NBR 6118 (2014) item 17.4.2.2. A expressão para a verificação da compressão diagonal do concreto segundo a norma é igual a:

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d \quad (3.2.3)$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (3.2.4)$$

O  $f_{ck}$  deve estar em MPa.

De acordo com a NBR 6118 (2014) a força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça  $V_c$ , no caso de flexão simples assume o valor de  $V_{c0}$ , sendo dada por:

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d \quad (3.2.5)$$

A expressão para cálculo do espaçamento longitudinal é definida na NBR 6118 (2014) no item 17.4.2.2 conforme a seguinte equação:

$$s = \frac{A_{sw}}{V_{sw}} * 0,9 * d * f_{yd} \quad (3.2.6)$$

### 3.2.2 Modelo de cálculo II

A NBR 6118 (2014), define que esse modelo possui bielas de compressão  $\theta$  entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  e determina, segundo o item 17.4.2.3, que com o aumento de  $V_{sd}$  o  $V_c$  sofra redução. A expressão para a verificação da compressão diagonal é igual a:

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d * \text{sen } 2\theta \quad (3.2.7)$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (3.2.8)$$

O  $f_{ck}$  deve estar em MPa.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.2.9)$$

Onde:

$\gamma_c = 1,4$  para combinações normais;

$\gamma_c = 1,2$  para combinações especiais ou de construção;

$\gamma_c = 1,2$  para combinações excepcionais.

De acordo com a NBR 6118 (2014), a força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça ( $V_c$ ) pode ser definida conforme a seguir:

$$V_c = \left( \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) * V_{c0} \quad (3.2.10)$$

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d \quad (3.2.11)$$

Segundo a NBR 6118 (2014) expressão para cálculo do espaçamento longitudinal entre estribos é igual a:

$$s = \frac{A_{sw}}{V_{sw}} * 0,9 * d * f_{yd} * \cot \theta \quad (3.2.12)$$

### 3.2.3 Armadura mínima

Segundo a NBR 6118 (2014) item 17.4.1.1.1, a armadura mínima de cisalhamento deve ser igual à seguinte equação:

$$A_{sw,min} = 0,2 * b_w * s * \frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \quad (3.2.13)$$

Onde  $f_{ct,m}$  é dado por:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (3.2.14)$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (3.2.15)$$

### 3.2.4 Espaçamentos máximos

O espaçamento longitudinal entre estribos, está representado na figura a seguir:

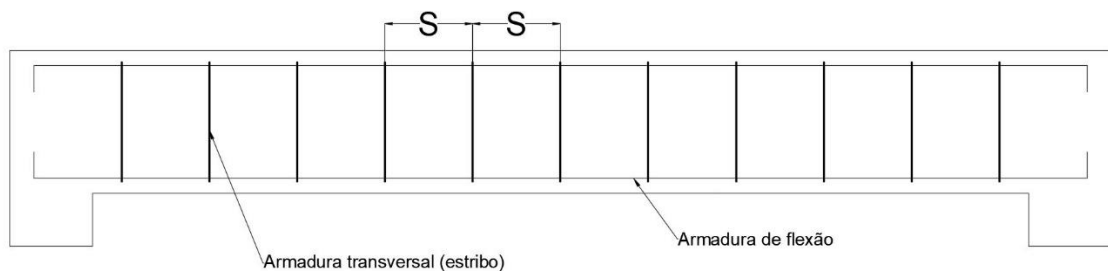


Figura 3.18 – Espaçamento longitudinal entre estribos (Elaborado pela autora, 2018)

A NBR 6118 (2014) define em 18.3.3.2, que o espaçamento longitudinal máximo entre estribos deve obedecer às seguintes condições:

- Se  $V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2}$ , então  $s$  deve ser o menor valor entre  $0,6 * d$  e 30 cm;
- Se  $V_{sd} > 0,67 * V_{Rd2}$ , então  $s$  deve ser o menor valor entre  $0,3 * d$  e 20 cm.

Na Figura 3.19 está representado o espaçamento transversal entre ramos para uma viga com 2 ramos.

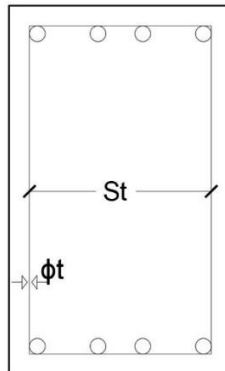


Figura 3.19 – Espaçamento transversal entre ramos (Elaborado pela autora, 2018)

Também no item 18.3.3.2 da NBR 6118 (2014) é definido que o espaçamento transversal máximo entre ramos deve obedecer às seguintes condições:

- Se  $V_{sd} \leq 0,20 * V_{Rd2}$ , então  $s$  deve ser o menor valor entre  $d$  e 80 cm;
- Se  $V_{sd} > 0,20 * V_{Rd2}$ , então  $s$  deve ser o menor valor entre  $0,6 * d$  e 35 cm.

Nesse item da norma é determinado que o diâmetro do estribo deve ser maior ou igual a 5 mm e menor ou igual à largura da alma dividido por 10.

### 3.2.5 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

A janela de força cortante possui três imagens ilustrativas, a primeira demonstra os principais dados de entrada e as outras duas são para esclarecer ao usuário a diferença entre os dois tipos de espaçamentos, o longitudinal e o transversal. Nos resultados de saída do programa, tem-se duas verificações uma sobre a compressão diagonal do concreto e outra sobre o espaçamento transversal entre ramos, informando se estão de acordo ou não. Ademais, mostra a armadura calculada, o espaçamento máximo, a armadura mínima e o resultado final.

Força Cortante

**Dados de Entrada:** Dimensionamento para Estribos (Posicionados perpendicularmente ao eixo da viga)

**Seção Transversal:**  $bw =$   cm  $d =$   cm  $\phi_t =$   mm  $nr =$    $c =$   cm

**Concreto:**  $f_{ck} =$   MPa  $\gamma_c =$

**Aço:**  $f_{yk} =$   MPa  $\gamma_s =$

**Cortante Solicitante de Cálculo:**  $V_{sd} =$   kN

**Modelo de Cálculo:**  1 ( $\theta = 45^\circ$ )  2 ( $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ )  $\theta =$   °

**Verificações:** Compressão Diagonal do Concreto:  Espaço transversal entre ramos:

**Armadura Calculada:**  $Asw/s =$   cm<sup>2</sup>/m  $S =$   cm

**Espaçamento Máximo:**  $S =$   cm

**Armadura Mínima:**  $Asw/s =$   cm<sup>2</sup>/m  $S =$   cm

**Resultado Final:**  $Asw/s =$   cm<sup>2</sup>/m  $S =$   cm

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

**Calcular**

Figura 3.20 – Página de Força Cortante (Elaborado pela autora, 2018)

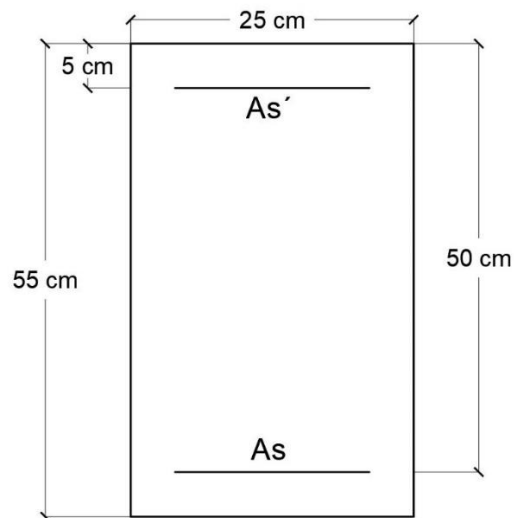


Figura 3.21 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)

Para o exemplo de cálculo será utilizada a seção conforme figura acima, com o  $V_{sd}$  de 130 kN, modelo de cálculo I,  $f_{ck}$  de 30 MPa,  $f_{yk}$  de 500 MPa,  $\phi_t$  de 8 mm, 2 ramos e cobrimento de 2 cm. Dessa forma obtém-se os seguintes resultado no programa:



Força Cortante

**Dados de Entrada:** Dimensionamento para Estribos (Posicionados perpendicularmente ao eixo da viga)

**Seção Transversal:** **Concreto:**

bw = 25 cm fck = 30 MPa  
d = 50 cm γc = 1.4  
φt = 8 mm **Aço:**  
nr = 2 fyk = 500 MPa  
c = 2 cm ys = 1.15

**Cortante Solicitante de Cálculo:**  
Vsd = 130 kN

**Modelo de Cálculo:**  
 1 (θ = 45°)  2 (30° <= θ <= 45°)  
θ =  °

**Verificações:**

Compressão Diagonal do Concreto:

Espacamento transversal entre ramos:

**Armadura Calculada:**  
Asw/s = 1,09 cm<sup>2</sup>/m  
S = 91,9 cm

**Espacamento Máximo:**  
S = 30 cm

**Armadura Mínima:**  
Asw/s = 2,9 cm<sup>2</sup>/m  
S = 34,7 cm

**Resultado Final:**  
Asw/s = 2,9 cm<sup>2</sup>/m  
S = 30 cm

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
Professor: Anselmo Leal Carneiro

**Diagramas:**

**Espacamento Longitudinal:**

**Espacamento Transversal entre Ramos:**

**Botão:** Calcular

Figura 3.22 – Exemplo do programa de força cortante (Elaborado pela autora, 2018)

### 3.3 DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO TORÇOR

Araújo (2014) define que a torção pode ser de duas formas, uma denominada de compatibilidade e outra de equilíbrio. A primeira acontece por decorrência do bloqueio das deformações, por exemplo uma viga de borda. Já no segundo caso, se a seção não for dimensionada à torção pode ocorrer a ruína da mesma, por exemplo uma viga que suporta uma laje de marquise.

Quando na seção há além de armadura de flexão e momento torçor e/ou armadura de cisalhamento e momento torçor, a armadura total é igual a soma da armadura de flexão com a longitudinal calculada para torção e para a armadura de cisalhamento somam-se os estribos de torção com os de cisalhamento. As deduções das equações para torção com maiores detalhes podem ser consultadas nos apêndices em A.c.

#### 3.3.1 Modelo resistente

A NBR 6118 (2014) em seu item 17.5.1 define que a seção a ser dimensionada pode ser simplificada como uma seção vazada equivalente com um modelo estrutural de treliça espacial, conforme Figura 3.23. Essa norma específica que a inclinação das diagonais de compressão dessa treliça ( $\theta$ ), pode ser arbitrada entre 30° e 45°.

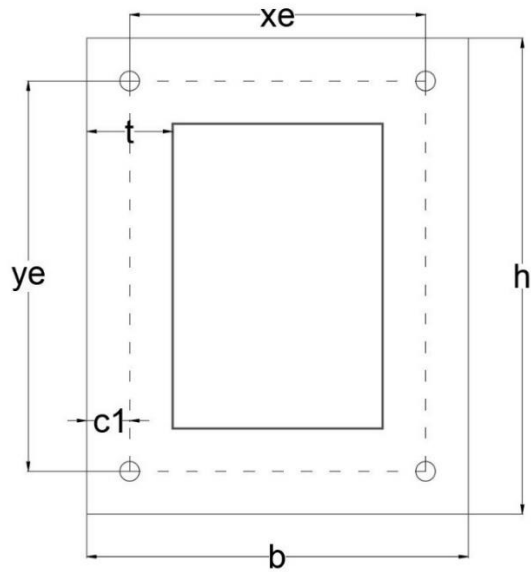


Figura 3.23 – Seção vazada (Elaborado pela autora, 2018)

Através da Figura 3.23 é possível definir as seguintes expressões:

$$x_e = b - t \quad (3.3.1)$$

$$y_e = h - t \quad (3.3.2)$$

Portanto, a área delimitada pela linha média da seção,  $A_e$ , é igual a:

$$A_e = x_e * y_e \quad (3.3.3)$$

A NBR 6118 (2014) tópico 17.5.1.4.1 determina que para o dimensionamento a torção a espessura da seção vazada  $h_e$ , que nesse trabalho será chamado de  $t$ , é definido no intervalo a seguir:

$$2 * C_1 \leq t \leq \frac{A}{u} \quad (3.3.4)$$

Para a qual  $C_1$  é a distância entre a face lateral da seção e o eixo da barra longitudinal, conforme Figura 3.23,  $u$  é o perímetro e  $A$  é a área, ambos da seção cheia.

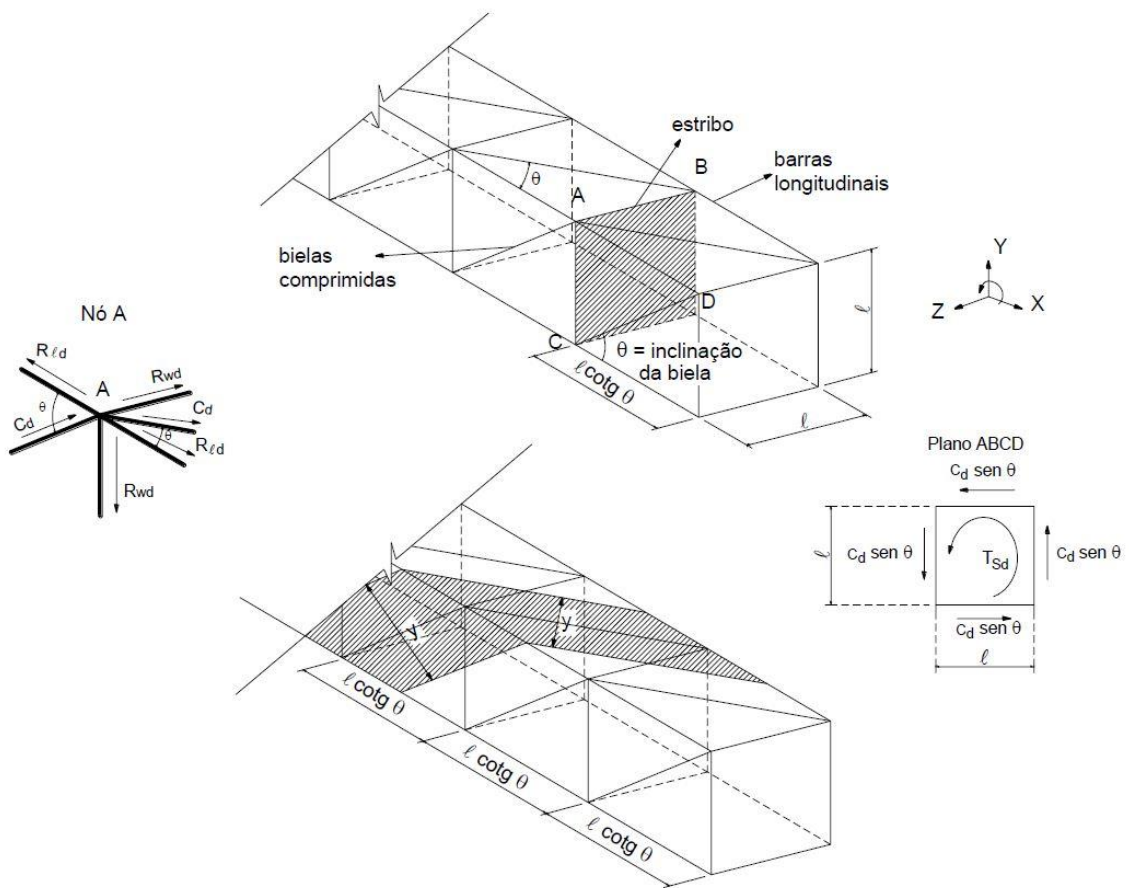


Figura 3.24 – Treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000)

O modelo de treliça generalizada mostrado acima é indicado pela NBR 6118 (2014) para o dimensionamento de vigas de concreto armado à torção.

A partir do modelo acima obtém-se o chamado  $T_{Rd2}$ , que é a momento torçor resistente de cálculo relativo à ruína das diagonais comprimidas.

$$T_{Rd2} = 0,5 * \alpha_{v2} * f_{cd} * A_e * t * \text{sen } 2\theta \quad (3.3.5)$$

A NBR 6118 (2014) estabelece que para a compressão diagonal nas bielas deve respeitar o seguinte:

$$T_{sd} \leq T_{Rd2} \quad (3.3.6)$$

### 3.3.2 Dimensionamento da armadura longitudinal

A NBR 6118 (2014) define em 17.5.1.6 que a resistência proveniente das armaduras longitudinais é dada por:

$$T_{Rd4} = \frac{A_{sl}}{u_e} * 2 * A_e * f_{yd} * \text{tg } \theta \quad (3.3.7)$$

Onde  $A_{sl}$  é a soma das seções das barras longitudinais,  $u_e$  é o perímetro referente a  $A_e$  e o  $f_{yd}$  deve estar limitado a 435 MPa.

A equação para calcular a armadura longitudinal de torção está definida a seguir:

$$A_{sl} = \frac{T_{sd} * u_e}{2 * A_e * f_{yd} * \text{tg } \theta} \quad (3.3.8)$$

A NBR 6118 (2014) define que deve ser respeitada a seguinte inequação:

$$T_{sd} \leq T_{Rd4} \quad (3.3.9)$$

Onde  $T_{sd}$  é o momento torçor solicitante de cálculo. Essa relação já é atendida ao se dimensionar a armadura longitudinal com a equação (3.3.8), pois a expressão do  $T_{Rd4}$  equivale a equação para  $A_{sl}$  substituindo o  $T_{Rd4}$  pelo  $T_{sd}$ .

A armadura mínima é definida em 17.5.1.2 da NBR 6118 (2014) como:

$$A_{s,min} = 0,2 * t * u_e * \frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \quad (3.3.10)$$

Onde  $f_{ct,m}$  é:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (3.3.11)$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (3.3.12)$$

As barras longitudinais devem ser distribuídas de forma a manter constante a relação  $\frac{A_{sl}}{u_e}$ , assim tem-se:

$$A_{s,inf} = \frac{A_{sl}}{u_e} * x_e \quad (3.3.13)$$

$$A_{s,sup} = \frac{A_{sl}}{u_e} * x_e \quad (3.3.14)$$

$$A_{s,lateral}/face = \frac{A_{sl}}{u_e} * y_e \quad (3.3.15)$$

A NBR 6118 (2014) determina em 17.7.1.2 que a armadura total na zona tracionada pela flexão, é igual a armadura de torção acrescentada à armadura necessária para a flexão.

### 3.3.3 Dimensionamento da armadura transversal

A NBR 6118 (2014) prevê que na combinação de força cortante com momento torçor, deve-se compatibilizar os ângulos de inclinação das diagonais comprimidas de forma que esse ângulo seja o mesmo para os dois esforços.

Dessa forma a norma citada em seu item 17.7.2.2, determina que para a verificação da compressão diagonal do concreto ser atendida deve-se obedecer a seguinte expressão:

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd2}} + \frac{T_{sd}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (3.3.16)$$

Onde  $V_{sd}$  e  $T_{sd}$  são o cortante solicitante de cálculo e o momento torçor solicitante de cálculo, respectivamente. O  $V_{Rd2}$  e  $T_{Rd2}$ , conforme definidos anteriormente, estão abaixo:

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d * \sen 2\theta \quad (3.3.17)$$

$$T_{Rd2} = 0,5 * \alpha_{v2} * f_{cd} * A_e * t * \sen 2\theta \quad (3.3.18)$$

A equação para cálculo da armadura transversal é a seguinte:

$$\frac{A_{90}}{s} = \frac{T_{sd}}{2 * A_e * f_{yd} * \cot \theta} \quad (3.3.19)$$

Onde  $f_{yd}$  deve ser limitado a 435 MPa

A NBR 6118 (2014), define que também deve ser atendida a seguinte condição:

$$T_{sd} \leq T_{Rd3} \quad (3.3.20)$$

Na qual o  $T_{Rd3}$ , item 17.5.1.6 da norma, é a resistência proveniente dos estribos, conforme a seguir:

$$T_{Rd3} = \frac{A_{90}}{s} * 2 * A_e * f_{yd} * \cot \theta \quad (3.3.21)$$

Onde  $f_{yd}$  deve ser limitado a 435 MPa e essa equação equivale a (3.3.19) substituindo o  $T_{Rd3}$  pelo  $T_{sd}$ . Portanto ao se dimensionar a armadura transversal com a equação (3.3.19), atende-se à condição definida na norma.

Segundo a NBR 6118 (2014) a armadura transversal mínima pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\frac{A_{90,min}}{s} = 0,2 * t * \frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \quad (3.3.22)$$

Onde  $t$  é definido em (3.3.4), o  $f_{yk}$  deve ser menor ou igual a 500 MPa e  $f_{ct,m}$  é:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (3.3.23)$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (3.3.24)$$

A NBR 6118 (2014), define em 17.7.2.3 que a armadura transversal será dada pela soma das armaduras calculadas separadamente para o  $V_{sd}$  e para o  $T_{sd}$ . No caso de dois ramos, a expressão fica conforme a seguir:

$$\frac{A_{sw,total}}{s} = \frac{A_{sw}}{s} + 2 * \frac{A_{90}}{s} \quad (3.3.25)$$

### 3.3.4 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

A última janela de armadura longitudinal é a de “Flexão Simples com Torção” e a janela do programa está ilustrada na Figura 3.25.

Flexão Simples com Torção

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**  
 h=  cm  
 b=  cm  
 d=  cm  
 c=  cm

**Resultado final da aba de Flexão Simples:**  
 As,flexão,inf=  cm<sup>2</sup> (Armadura tracionada)  
 As,flexão,sup=  cm<sup>2</sup> (Armadura comprimida)

**Materiais:**  
 fck=  MPa  
 γc=   
 fyk=  MPa  
 γs=

**Maiores diâmetros utilizados para armadura longitudinal:**  
 φ=  mm  
 φt=  mm

**Solicitações de cálculo:**  
 Tsd=  kN.m  
 Vsd=  kN

**Modelo de cálculo:**  
 1  2  
 (θ = 45°) (30° <= θ <= 45°)  
 θ =  °

**Verificações:**  
 Compressão Diagonal do Concreto:

**Armaduras Calculadas para Torção:**  
 Armadura na face tracionada pelo momento (AsT,inf)=  cm<sup>2</sup>  
 Armadura na face comprimida pelo momento (AsT,sup)=  cm<sup>2</sup>  
 Armadura em cada face lateral (AsT,lat/face)=  cm<sup>2</sup>

**Armaduras Mínimas para Torção:**  
 Armadura na face tracionada pelo momento (AsT,inf,min)=  cm<sup>2</sup>  
 Armadura na face comprimida pelo momento (AsT,sup,min)=  cm<sup>2</sup>  
 Armadura em cada face lateral (AsT,lat/face,min)=  cm<sup>2</sup>

**Armadura de Pele (costela):**  
 Armadura em cada face lateral (As,pele/face)=  cm<sup>2</sup>

**Resultados Finais (Torção + Flexão):**  
 Armadura na face tracionada pelo momento (As,inf)=  cm<sup>2</sup>  
 Armadura na face comprimida pelo momento (As,sup)=  cm<sup>2</sup>  
 Armadura em cada face lateral (As,lat/face)=  cm<sup>2</sup>

**Calcular**

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

Figura 3.25 – Página de Flexão Simples com Torção (Elaborado pela autora, 2018)

Essa janela de flexão com torção, após ter os dados de entrada preenchidos retorna: se está de acordo a verificação da compressão diagonal do concreto, o valor das armaduras calculadas e mínimas para torção, a armadura de pele e os resultados finais da combinação de torção com a flexão, sendo os cálculos realizados de acordo com a NBR 6118 (2014).

Para cisalhamento em vigas tem-se a janela de força cortante com momento torçor, sendo valido para estribos de dois ramos. Nessa janela também é verificada a compressão diagonal do concreto e são calculadas a armadura para torção, o espaçamento máximo, a armadura mínima para torção e o resultado final da combinação das armaduras de torção e cortante.

Força Cortante com Momento Torçor

**Dados de Entrada:** O programa é válido para estribo de 2 ramos!

**Seção Transversal:** Resultado final da aba de Cortante:

h=  cm  $A_{sw}/s=$   cm<sup>2</sup>/m

b=  cm

d=  cm

c=  cm  $\phi=$   mm

**Materiais:**

f<sub>ck</sub>=  MPa  $\phi_t=$   mm

γ<sub>c</sub>=

f<sub>yk</sub>=  MPa

γ<sub>s</sub>=

**Solicitações de cálculo:**

T<sub>sd</sub>=  kN.m

V<sub>sd</sub>=  kN

**Modelo de cálculo:**

1  2

(θ = 45°) (30° <= θ <= 45°)

θ =  °

**Verificações:**

Compressão Diagonal do Concreto:

**Armadura Calculada para Torção:**

A<sub>90</sub>/S =  cm<sup>2</sup>/m

S =  cm

**Espaçamento Máximo:**

S =  cm

**Armadura Mínima para Torção:**

A<sub>90,min</sub>/S =  cm<sup>2</sup>/m

S =  cm

**Resultados Finais (Torção+Cortante):**

A<sub>sw,total</sub>/S =  cm<sup>2</sup>/m

S =  cm

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier

**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

**Calcular**

Figura 3.26 – Página de Força Cortante com Momento Torçor (Elaborado pela autora, 2018)

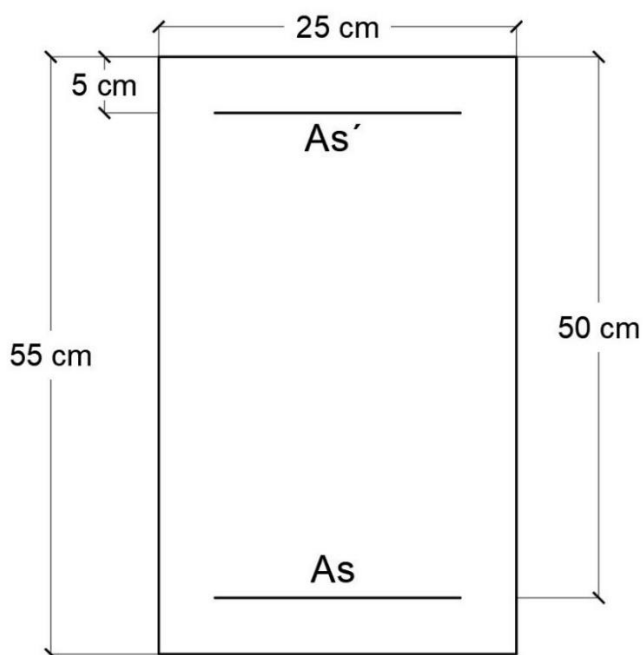


Figura 3.27 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)

Como exemplo será verificada a seção acima, com o  $T_{sd}$  de 40 kNm,  $V_{sd}$  de 130 kN, o diâmetro do estribo de 8 mm, o maior diâmetro de armadura longitudinal de 12,5 mm, a área de aço de flexão inferior igual a 3,19 cm<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  de 30 MPa,  $f_{yk}$  de 500 MPa, modelo de cálculo



I e  $\frac{A_{sw}}{s}$  de 2,9 cm<sup>2</sup>/m, conforme os resultados obtidos para flexão e cortante. Assim, obtém-se os seguintes resultados dos programas:

Flexão Simples com Torção

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:** h= 55 cm, b= 25 cm, d= 50 cm, c= 2 cm

**Resultados finais da aba de Flexão Simples:** As,flexão,inf= 3.19 cm<sup>2</sup> (Armadura tracionada), As,flexão,sup= 0 cm<sup>2</sup> (Armadura comprimida)

**Materiais:** fck= 30 MPa, γc= 1.4, fyk= 500 MPa, γs= 1.15

**Maiores diâmetros utilizados para armadura longitudinal:** φ= 12.5 mm, φt= 8 mm

**Solicitações de cálculo:** Tsd= 40 kN.m, Vsd= 130 kN

**Modelo de cálculo:** 1 (θ=45°), 2 (30° ≤ θ ≤ 45°), θ= °

**Verificações:** Compressão Diagonal do Concreto: OK!

**Armaduras Calculadas para Torção:** Armadura na face tracionada pelo momento (AsT,inf)= 0,99 cm<sup>2</sup>, Armadura na face comprimida pelo momento (AsT,sup)= 0,99 cm<sup>2</sup>, Armadura em cada face lateral (AsT,lat/face)= 2,8 cm<sup>2</sup>

**Armaduras Mínimas para Torção:** Armadura na face tracionada pelo momento (AsT,inf,min)= 0,16 cm<sup>2</sup>, Armadura na face comprimida pelo momento (AsT,sup,min)= 0,16 cm<sup>2</sup>, Armadura em cada face lateral (AsT,lat/face,min)= 0,46 cm<sup>2</sup>

**Armadura de Pele (costela):** Armadura em cada face lateral (As,pele/face)= 0 cm<sup>2</sup>

**Resultados Finais (Torção + Flexão):** Armadura na face tracionada pelo momento (As,inf)= 4,19 cm<sup>2</sup>, Armadura na face comprimida pelo momento (As,sup)= 1 cm<sup>2</sup>, Armadura em cada face lateral (As,lat/face)= 2,81 cm<sup>2</sup>

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 3.28 – Exemplo do programa de flexão simples com torção (Elaborado pela autora, 2018)

Força Cortante com Momento Torçor

**Dados de Entrada:** O programa é válido para estribo de 2 ramos!

**Seção Transversal:** h= 55 cm, b= 25 cm, d= 50 cm, c= 2 cm

**Resultado final da aba de Cortante:** Asw/s= 2,9 cm<sup>2</sup>/m

**Maiores diâmetros utilizados para armadura longitudinal:** φ= 12.5 mm, φt= 8 mm

**Materiais:** fck= 30 MPa, γc= 1.4, fyk= 500 MPa, γs= 1.15

**Modelo de cálculo:** 1 (θ=45°), 2 (30° ≤ θ ≤ 45°), θ= °

**Solicitações de cálculo:** Tsd= 40 kN.m, Vsd= 130 kN

**Verificações:** Compressão Diagonal do Concreto: OK!

**Armadura Calculada para Torção:** A90/S= 6,04 cm<sup>2</sup>/m, S= 8,3 cm

**Espaçamento Máximo:** S= 15 cm

**Armadura Mínima para Torção:** A90,min/S= 1 cm<sup>2</sup>/m, S= 50,4 cm

**Resultados Finais (Torção + Cortante):** Asw,total/S= 14,98 cm<sup>2</sup>/m, S= 6,7 cm

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 3.29 – Exemplo do programa de força cortante com momento torçor (Elaborado pela autora, 2018)

### 3.4 DETALHAMENTO SEÇÃO TRANSVERSAL

A NBR 6118 (2014) determina que as barras precisam estar arrumadas no elemento estrutural de forma a permitir e auxiliar o lançamento e adensamento do concreto, além de garantir o espaçamento necessário para passagem da agulha do vibrador.

#### 3.4.1 Vigas

Para esse trabalho o detalhamento foi restrito a vigas com estribos de dois ramos. A quantidade mínima de barras da armadura longitudinal pode ser determinada através do cálculo para um momento mínimo que provoca ruptura à tração dado pela equação a seguir:

$$M_{sd,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup} \quad (3.4.1)$$

Onde o  $W_0$  é o módulo de resistência da seção.

A NBR 6118 (2014), em seu item 17.3.5.2.3, determina que para vigas com mais de 60 cm de altura deve ser considerada uma armadura com a finalidade de evitar a fissuração, chamada de armadura de pele. Nesse trabalho conservadoramente, foi também adotada armadura de pele para vigas com altura igual a 60 cm. A norma define que essa armadura deve ser de no mínimo 0,10% da área de concreto da alma em cada face e não deve ultrapassar 5 cm<sup>2</sup>/m por face.

Após o dimensionamento à flexão, tópico 3.1, é necessário calcular o número de barras que serão utilizadas para cada armadura. Para isso, basta fazer a divisão da área necessária de aço da armadura de tração pela área de cada barra, conforme abaixo:

$$n_b = \frac{A_s}{\left(\frac{\pi * \phi^2}{4}\right)} \quad (3.4.2)$$

Onde  $\phi$  é o diâmetro da barra de aço utilizada para a armadura e o  $n_b$  deve ser sempre arredondado para o próximo número inteiro.

De forma análoga pode ser feito para as barras referentes à armadura de compressão, conforme a seguir:

$$n'_b = \frac{A'_s}{\left(\frac{\pi * \phi'^2}{4}\right)} \quad (3.4.3)$$

Onde  $\phi'$  é o diâmetro da barra de aço utilizada para a armadura e o  $n'_b$  deve ser sempre arredondado para o próximo número inteiro.

A NBR 6118 (2014) em seu item 18.3.2.2 define que entre as faces das barras longitudinais deve-se ter um espaçamento mínimo tanto na horizontal ( $a_h$ ), quanto na vertical ( $a_v$ ) e devem ser iguais ou maiores que os seguintes valores:

- Espaçamento na horizontal ( $a_h$ ):
  - 20 mm;
  - Diâmetro da barra;
  - 1,2 vezes o diâmetro do agregado.
- Espaçamento na vertical ( $a_v$ ):
  - 20 mm;
  - Diâmetro da barra;
  - 0,5 vezes o diâmetro do agregado.

Bastos (2015) adota os seguintes diâmetros dos agregados graúdos:

- Brita 0: 9,5 mm;
- Brita 1: 19 mm;
- Brita 2: 25 mm.

Após calcular o espaçamento horizontal e vertical pode-se obter na Figura 3.30 o número máximo de barras por camada para armadura de tração ( $n_{b,máx}$ ).

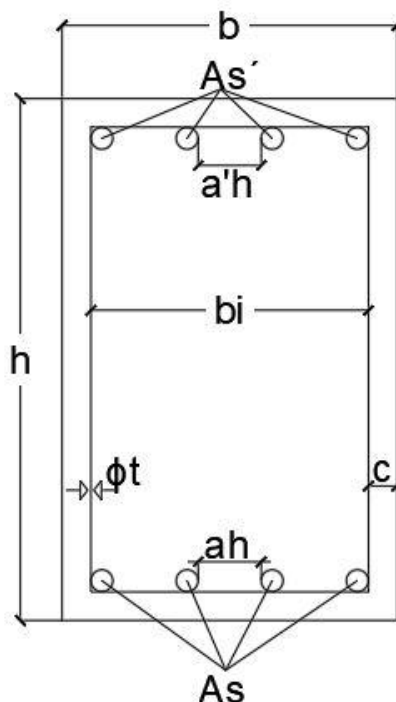


Figura 3.30 – Espaçamentos horizontais na seção transversal da viga (Elaborado pela autora, 2018)

A partir da Figura 3.30 é possível chegar em duas equações, conforme a seguir:

$$b_i = b - 2 * c - 2 * \phi_t \quad (3.4.4)$$

$$b_i = n_{b,máx} * \phi + (n_{b,máx} - 1) * a_h \quad (3.4.5)$$

Onde  $c$  é o cobrimento nominal da armadura,  $\phi_t$  é o diâmetro do estribo e  $b_i$  é a distância de face a face dos estribos.

O cobrimento é definido pela NBR 6118 (2014) de acordo com a classe de agressividade ambiental, o tipo de estrutura e o elemento, conforme a tabela a seguir:

Tabela 3.1 – Cobrimento nominal

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Fonte: Adaptada de NBR 6118, 2014

Para calcular o  $n_{b,máx}$ , basta igualar as equações (3.4.4) com (3.4.5) e encontra-se a seguinte equação:

$$n_{b,máx} = \frac{b - 2 * (c + \phi_t) + a_h}{\phi + a_h} \quad (3.4.6)$$

O valor de  $n_{b,máx}$  deve ser arredondado para o número inteiro imediatamente anterior.

De forma análoga obtém-se a expressão referente à armadura de compressão a seguir:

$$n'_{b,máx} = \frac{b - 2 * (c + \phi_t) + a'_h}{\phi' + a'_h} \quad (3.4.7)$$

O valor da altura útil a princípio foi estimado para uma camada de barras. A partir do momento em que se tem mais de uma camada pode-se considerar o erro cometido aceitável se

a distância do centroide das armaduras até o eixo da primeira camada, for menor que 10% de h.

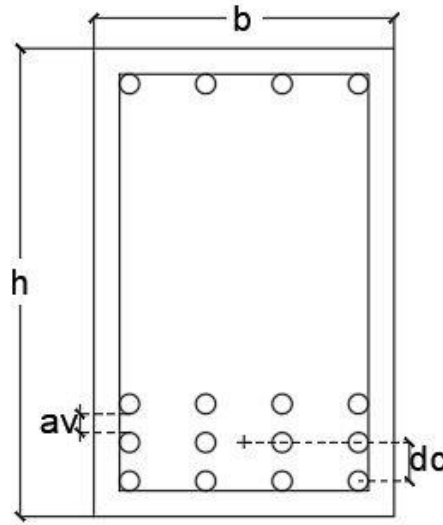


Figura 3.31 – Espaçamentos verticais na seção transversal da viga (Elaborado pela autora, 2018)

Pode-se ver na equação a seguir, o descrito no parágrafo anterior:

$$d_c = \frac{(n_c - 1) * a_v + (n_c - 1) * \phi}{2} \leq 0,1 * h \quad (3.4.8)$$

Onde todos os valores devem estar na mesma unidade, o  $d_c$  é a distância do centroide até a primeira camada e  $n_c$  é o número de camadas. Ao substituir  $n_c$  por  $n_{c,máx}$ , obtém-se o número máximo de camadas, exposto a seguir:

$$n_{c,máx} = \frac{0,2 * h}{\phi + a_v} + 1 \quad (3.4.9)$$

Analogamente obtém-se a expressão para a armadura de compressão, definida pela seguinte expressão:

$$n'_{c,máx} = \frac{0,2 * h}{\phi' + a'_v} + 1 \quad (3.4.10)$$

Como a altura útil de tração foi estimada pode-se calcular o valor real aproximado para d, conforme a seguir:

$$d = h - (c + \phi_t + \frac{\phi}{2}) \quad (3.4.11)$$

Da mesma forma todos os valores devem seguir a mesma unidade. Similarmente é possível encontrar a equação aproximada para a altura útil de compressão a seguir:

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi}{2} \quad (3.4.12)$$

Dessa forma, se o  $d$  calculado for maior que o  $d$  adotado está de acordo. Caso contrário, deve-se refazer o dimensionamento para o  $d$  calculado. Já para o  $d'$ , se o calculado for menor que o  $d'$  adotado está de acordo. Caso contrário, deve-se refazer o dimensionamento para o  $d'$  calculado.

### 3.4.2 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

A última seção da parte de concreto armado do programa é sobre detalhamento da seção transversal de vigas e está demonstrada a seguir:

Figura 3.32 – Página de Detalhamento de Viga (Elaborado pela autora, 2018)

A janela de “Detalhamento Viga” fornece informações importantes para fazer o detalhamento de uma viga. Primeiro são gerados os números de barras necessárias de tração e de compressão, para as áreas de aço e os diâmetros utilizados como dado de entrada. Em seguida são fornecidos os números de barras máximos por camada, os números máximos de camadas e as alturas úteis reais. Além disso, o programa também mostra a armadura de pele.

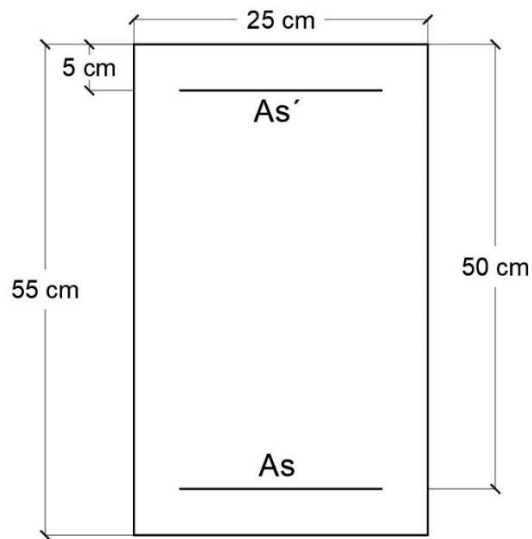


Figura 3.33 – Seção retangular utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)

O exemplo para esse programa será feito com a seção da figura acima com as seguintes especificações: brita 1, cobrimento de 2 cm e a área de aço de flexão de tração igual  $3,19 \text{ cm}^2$ , conforme obtido em 3.1.8. Os resultados estão expostos a seguir.

Detalhamento Viga ×

**Dados de Entrada:** O programa só é válido para estribo de 2 ramos!

<b>Seção Transversal:</b>	<b>Armaduras calculadas nas outras abas:</b>	<b>Resultados:</b>
b = <input type="text" value="25"/> cm	As = <input type="text" value="3,19"/> cm <sup>2</sup>	nb = <input type="text" value="3"/> nc,máx = <input type="text" value="4"/>
d = <input type="text" value="50"/> cm	As' = <input type="text" value="0"/> cm <sup>2</sup>	nb' = <input type="text" value="0"/> nc',máx = <input type="text" value="4"/>
d' = <input type="text" value="5"/> cm		nb,máx = <input type="text" value="6"/> As,pele = <input type="text" value="0"/> cm <sup>2</sup> /face
h = <input type="text" value="55"/> cm		nb',máx = <input type="text" value="6"/> nb,pele = <input type="text" value="0"/>
φ = <input type="text" value="12,5"/> mm		dreal = <input type="text" value="51,575"/> cm <sup>2</sup> d'real = <input type="text" value="3,3"/> cm <sup>2</sup>
φ' = <input type="text" value="10"/> mm		
φt = <input type="text" value="8"/> mm		
φpele = <input type="text" value="8"/> mm		
dag = <input type="text" value="19"/> mm		
c = <input type="text" value="2"/> cm		

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 3.34 – Exemplo do programa de detalhamento viga (Elaborado pela autora, 2018)

## **4. DIMENSIONAMENTO EM CONCRETO PROTENDIDO**

Segundo Pfeil (1984) “A protensão pode ser definida como o artifício de introduzir numa estrutura, um estado prévio de tensões de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob ação de diversas solicitações”.

Conforme Pfeil (1984), o concreto protendido pode ser pré-tracionado ou pós-tracionado. As armaduras pré-tracionadas são feitas aplicando a tensão no aço antes da concretagem. Assim, a armadura fica aderente ao concreto, sendo este sistema mais adequado para execução em fábrica.

De acordo Pfeil (1984), nas armaduras pós-tracionadas os cabos são esticados após a cura do concreto e eles podem ser aderentes ou não aderentes. A primeira é feita através da utilização de uma bainha metálica, na qual é injetada uma nata de cimento, na segunda a armadura tem uma capa com graxa para proteção contra corrosão.

Segundo Pfeil (1984), todas as perdas averiguadas nas forças aplicadas aos cabos de protensão, são consideradas perdas de protensão e podem ser classificados em dois tipos:

- Perdas imediatas:

São todas as verificadas no ato da protensão, como perdas por atrito, nas ancoragens e por encurtamento elástico do concreto.

- Perdas retardadas ou progressivas:

São aquelas que acontecem no decorrer dos anos, como perdas por retração e fluência do concreto e por relaxação do aço.

As perdas totais são a soma das perdas imediatas e progressivas.

### **4.1 VALORES LIMITES DA TENSÃO APLICADA PELO APARELHO DE TRAÇÃO**

#### **4.1.1 Recomendações normativas**

A NBR 6118 (2014) estabelece em 9.6.1.2.1, os seguintes limites para a tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração:

- Pré-tração:



- Relaxação normal: deve ser o menor entre  $0,77 * f_{ptk}$  e  $0,90 * f_{pyk}$ ;
- Relaxação baixa: deve ser o menor entre  $0,77 * f_{ptk}$  e  $0,85 * f_{pyk}$ .
- Pós-tração:
  - Relaxação normal: deve ser o menor entre  $0,74 * f_{ptk}$  e  $0,87 * f_{pyk}$ ;
  - Relaxação baixa: deve ser o menor entre  $0,74 * f_{ptk}$  e  $0,82 * f_{pyk}$ ;
  - Cordoalhas engraxada de relaxação baixa: deve ser o menor entre  $0,80 * f_{ptk}$  e  $0,88 * f_{pyk}$ .

Ao se multiplicar as equações de tensões pela área da seção em ambos os lados obtém-se uma relação similar aos limites acima em termos de forças. Assim, com o menor valor entre os limites obtém-se a força máxima que deve ser aplicada pelo aparelho de tração por cordoalha ( $R_{pi}$ ).

O cálculo das perdas é função da força inicial aplicada. Primeiro tem-se o valor da força aplicada, em seguida são obtidos os valores para as perdas e por fim é possível obter as forças após as perdas. Tem-se assim a força no tempo zero ( $P_0$ ), considerando as perdas imediatas e a força no tempo infinito ( $P_\infty$ ), considerando as perdas totais.

#### 4.1.2 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

A segunda aba na janela inicial é a de “Concreto Protendido”, de onde é possível acessar todos os programas relacionados à protensão, exibida a seguir:

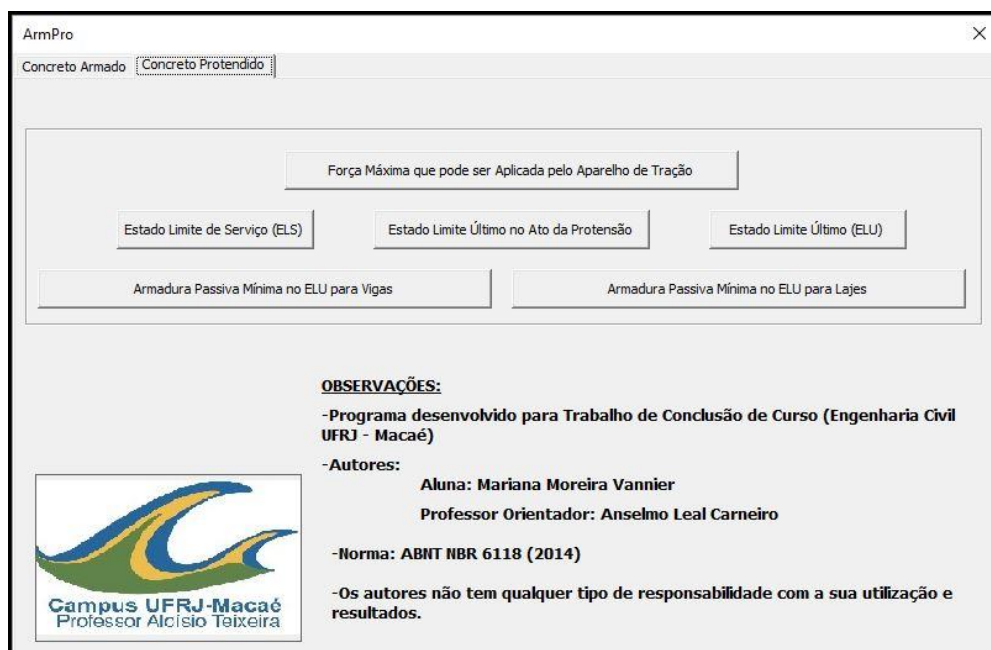


Figura 4.1 – Página inicial do ArmPro, Concreto Protendido (Elaborado pela autora, 2018)

O primeiro programa desenvolvido para protensão trata sobre a “Força Máxima que Pode ser Aplicada pelo Aparelho de Tração”, sendo a janela do programa apresentada na Figura 4.2.

Força Máxima Que Pode Ser Aplicada Pelo Aparelho de Tração

**Materiais:**

Rpyk=  kN ?

Rptk=  kN

Relaxação:

**Tipo de Protensão:**

**Resultado:**

Força máxima que deve ser aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha (NBR 6118-2014)=  kN

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier

Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.2 – Página da Força Máxima que Pode ser Aplicada pelo Aparelho de Tração (Elaborado pela autora, 2018)

Nessa janela, ao fornecer a carga mínima de ruptura, a carga mínima a 1% de alongamento, o tipo de relaxação (baixa ou média) e o tipo de protensão, é calculada a máxima força que deve ser aplicada pelo aparelho de tração por cordoalha, segundo a NBR 6118 (2014).

Para esse programa será utilizado um exemplo com duas situações, pós tração com e sem aderência. O objetivo é poder utilizar os resultados nos programas de cálculo da armadura passiva posteriormente. A cordoalha adotada foi CP 190 RB 12,7, cujos resultados estão a seguir:

Força Máxima Que Pode Ser Aplicada Pelo Aparelho de Tração

**Materiais:**

Rpyk=  kN ?

Rptk=  kN

Relaxação:

**Tipo de Protensão:**

**Resultado:**

Força máxima que deve ser aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha (NBR 6118-2014)=  kN

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier

Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.3 – Exemplo do programa para cálculo da máxima força aplicada pelo aparelho de tração para pós tração com aderência (Elaborado pela autora, 2018)

Figura 4.4 – Exemplo do programa para cálculo da máxima força aplicada pelo aparelho de tração para pós tração sem aderência (Elaborado pela autora, 2018)

## 4.2 DETERMINAÇÃO DA PROTENSÃO BASEADO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS)

Os ELS são estados de segurança determinados pela NBR 6118 (2014), sendo relacionados com o conforto do usuário e a durabilidade. Dentre os estados de limite de serviço definidos pela NBR 6118 (2014), os utilizados nesse trabalho, estão definidos a seguir:

- Estado limite de abertura das fissuras (ELS-W):  
Estado no qual não são permitidas aberturas de fissuras maiores que 0,2 mm;
- Estado limite de formação de fissuras (ELS-F):  
Estado no qual se iniciam as fissuras e as tensões normais de tração devem ser menores ou iguais a  $f_{ct,f}$ ;
- Estado limite de descompressão (ELS-D):  
Estado no qual não se admite tensão normal de tração no concreto.

### 4.2.1 Combinações de serviço (ELS)

A NBR 6118 (2014) define que as verificações dos estados limites de serviço são realizadas a partir das combinações presentes na Tabela 4.1, a seguir:

Tabela 4.1 – Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gk} + \Sigma \psi_2 F_{qk}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	Nas combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal $F_{q1k}$ é tomada com seu valor freqüente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gk} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal $F_{q1k}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1k}$ e todas as demais ações são tomadas com seus valores freqüentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gk} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qk}$
Onde: $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; $F_{q1k}$ é o valor característico das ações variáveis principais diretas; $\psi_1$ é o fator de redução de combinação freqüente para ELS; $\psi_2$ é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

Fonte: NBR 6118, 2014

Os valores para os fatores de redução no ELS estão na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Valores para coeficientes

Ações		$\gamma_2$		
		$\psi_0$	$\psi_1^a$	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>b</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas <sup>c</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
<sup>a</sup> Para os valores de $\psi_1$ relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23. <sup>b</sup> Edifícios residenciais. <sup>c</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: NBR 6118, 2014

As combinações em serviço são classificadas, na NBR 6118 (2014) conforme o tempo do carregamento na estrutura, conforme os presentes na Tabela 4.1:

- Quase-permanente: quando o carregamento atua durante grande parte da vida útil da estrutura;

- Frequente: quando o carregamento se repete muitas vezes durante o ciclo de vida da estrutura.
- Rara: quando o carregamento ocorre poucas vezes durante o período de vida da estrutura.

#### 4.2.2 Níveis de protensão

De acordo com a NBR 6118 (2014), item 9.2.2, os níveis de protensão tem relação com os níveis de intensidade da força de protensão, que por sua vez são função da proporção entre armaduras ativas e passivas.

- Protensão total ou completa (nível 3):  
Quando a armadura for pré-tracionada e possuir a classe de agressividade ambiental (CAA) III ou IV, deve-se respeitar as exigências para o nível 3, as quais são:
  - Verificar o ELS-F com o uso da combinação rara;
  - Verificar o ELS-D com o uso da combinação frequente.
- Protensão limitada (nível 2):  
Quando a armadura for pré-tracionada e possuir a CAA II ou for pós-tracionada e com CAA III ou IV, deve-se respeitar as exigências para o nível 2, as quais são:
  - Verificar o ELS-F com o uso da combinação frequente;
  - Verificar o ELS-D com o uso da combinação quase permanente.
- Protensão parcial (nível 1):  
Quando a armadura for pré-tracionada e possuir a CAA I ou for pós-tracionada e com CAA I ou II, deve-se respeitar a exigência para o nível 1, a qual é:
  - Verificar o ELS-W para aberturas não maiores que 0,2 mm com o uso da combinação frequente.

#### 4.2.3 Exigências relativas à fissuração

A NBR 6118 (2014) em seu item 13.4, define que em estruturas de concreto armado a fissuração é inevitável. Para o concreto protendido a possibilidade de aparecer fissuras é menor, entretanto as fissuras são nocivas à estrutura devido à possibilidade de corrosão sob tensão. Dessa forma a citada norma estipula limites e condições a serem verificadas conforme a Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Exigências relativas à fissuração

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	–
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação frequente

<sup>a</sup> A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com  $a_s = 50$  mm (Figura 3.1).

NOTAS

1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.

2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

3 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.

Fonte: NBR 6118, 2014

#### 4.2.4 Verificações em serviço

Segundo Hanai (2005), o dimensionamento da protensão está diretamente relacionado à verificação dos estados limites de serviço. É possível calcular a quantidade mínima de cordoalhas necessárias para atender cada nível de protensão, descritos em 4.2.2, exceto para a protensão parcial, a qual depende da abertura de fissuras.

Deve-se realizar o cálculo da tensão atuante na seção transversal, conforme a equação abaixo, proveniente de resistência dos materiais:

$$\sigma = \frac{M * y}{I} + \frac{P}{A} \quad (4.2.1)$$

Onde  $M$  é o momento fletor obtido de acordo com a combinação determinada na Tabela 4.3,  $y$  é a distância da linha neutra,  $I$  é o momento de inércia da seção,  $P$  é a força gerada pela protensão e  $A$  a área da seção transversal.

Para o caso específico da protensão, como em geral é uma força excêntrica, deve-se considerar mais uma parcela na equação (4.2.1), referente a excentricidade presente na seção. Assim, tem-se a seguinte equação:

$$\sigma = \frac{M * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \quad (4.2.2)$$

Onde  $e$  é a excentricidade da força de protensão.

É importante salientar que nas equações (4.2.1) e (4.2.2), são somas vetoriais, onde sinal dos termos pode variar de acordo com o sentido.

Na Figura 4.5 estão representados na seção transversal o centro de gravidade (CG) e o sentido adotado considerado em todo o trabalho.

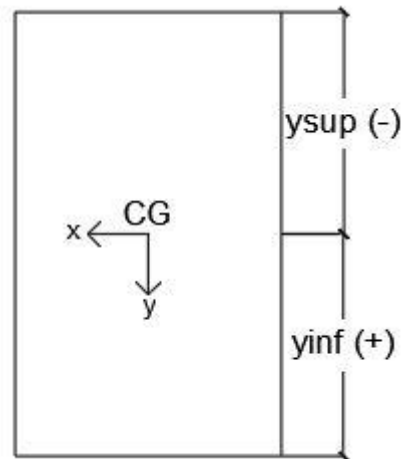


Figura 4.5 – Sentido adotados para cálculo de tensões (Elaborado pela autora, 2018)

Outras convenções importantes adotadas foram as seguintes:

- Momento:
  - Positivo: se traciona a face inferior;
  - Negativo: se traciona a face superior.
- Tensão:
  - Positiva: se for de tração;
  - Negativa: se for de compressão.

#### 4.2.5 Protensão limitada

Para o nível 2 de protensão, conforme na Tabela 4.3, devem ser atendidas duas condições: ELS-F para a combinação frequente e ELS-D para a combinação quase permanente. De acordo com o exposto em 4.2.2, tem-se as seguintes inequações para a protensão limitada:

$$\sigma = \frac{M_{cf} * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \leq f_{ct,f} \quad (4.2.3)$$

$$\sigma = \frac{M_{cqp} * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \leq 0 \quad (4.2.4)$$

A partir das inequações (4.2.3) e (4.2.4) é possível isolar o  $P$  e achar um valor mínimo para ele em cada uma delas. Dessa forma, a seção necessita do maior valor entre os dois encontrados para  $P$  e finalmente para saber a quantidade necessária de cordoalhas para a seção, basta dividir o  $P$  pelo  $P_{\infty}$ , conforme a seguir:

$$n_{cordo} = \frac{P}{P_{\infty}} \quad (4.2.5)$$

#### 4.2.6 Protensão completa

Para o nível 3 de protensão, conforme na Tabela 4.3, devem ser atendidas duas condições: ELS-F para a combinação rara e ELS-D para a combinação frequente. De acordo com o exposto em 4.2.2, tem-se as seguintes inequações para a protensão completa:

$$\sigma = \frac{M_{cr} * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \leq f_{ct,f} \quad (4.2.6)$$

$$\sigma = \frac{M_{cf} * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \leq 0 \quad (4.2.7)$$

A partir das inequações (4.2.6) e (4.2.7) é possível isolar e achar um valor de  $P$  mínimo em cada uma delas. Dessa forma a seção necessita do maior valor entre os encontrados para  $P$ . Para saber a quantidade necessária de cordoalhas para a seção basta dividir o  $P$  pelo  $P_{\infty}$ , conforme equação a seguir:

$$n_{cordo} = \frac{P}{P_{\infty}} \quad (4.2.8)$$

#### 4.2.7 Lajes lisas ou cogumelo



Na Tabela 4.3, observação 3, é definido que basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente em qualquer classe de agressividade ambiental. Portanto, é possível determinar as tensões e a quantidade mínima de cordoalhas necessárias para atender a NBR 6118 (2014), conforme a seguir:

$$\sigma = \frac{M_{cf} * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \leq f_{ct,f} \quad (4.2.9)$$

#### 4.2.8 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

O próximo programa de concreto protendido é o de “Estado Limite de Serviço (ELS)”, conforme 4.2 desse trabalho. A janela do programa está na Figura 4.6 e nela são verificadas, segundo a NBR 6118 (2014), qual a quantidade mínima de cordoalhas para atender a protensão limitada, a protensão completa e qual a quantidade mínima para lajes lisas e cogumelos. Além disso, ela mostra o valor da resistência à tração do concreto na flexão e quais as tensões inferiores e superiores para a combinação quase permanente, frequente e rara.

Figura 4.6 – Página de Estado Limite de Serviço (ELS) (Elaborado pela autora, 2018)

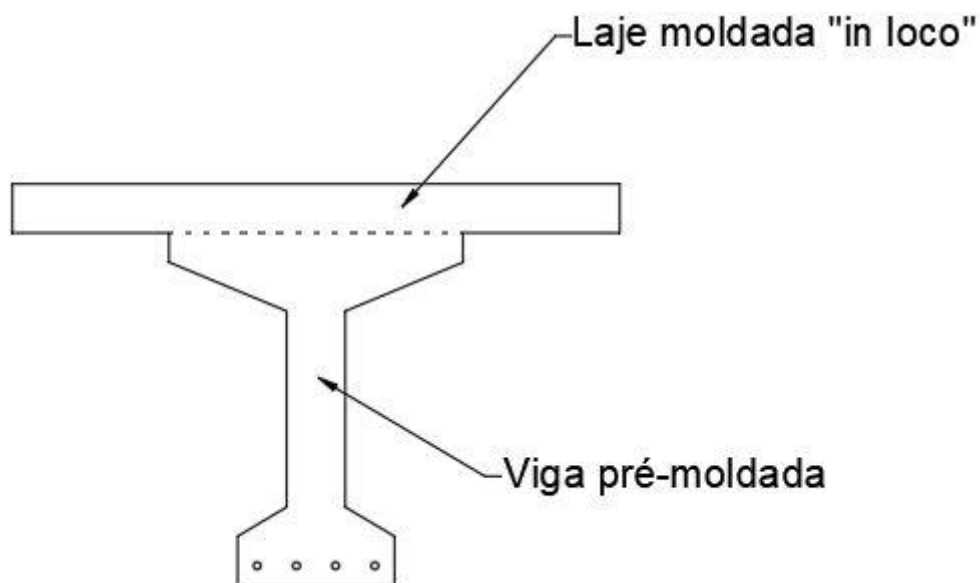


Figura 4.7 – Seção viga de ponte (Elaborado pela autora, 2018)

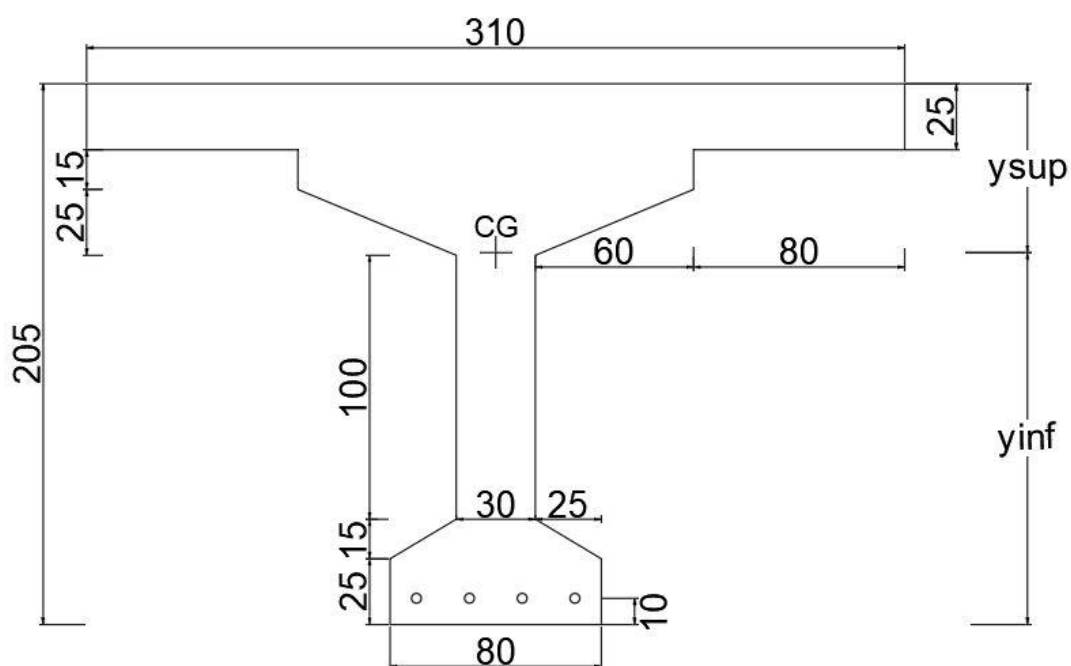


Figura 4.8 – Seção viga de ponte (Elaborado pela autora, 2018)

A seção da viga analisada localiza-se no meio do vão de uma ponte, sendo apresentada na figura acima. Essa seção é composta na parte superior por uma laje e logo abaixo por uma viga pré-moldada. A seção da ponte será utilizada para determinar a armadura de protensão com base no ELS, a verificação no ELU e para dimensionar a armadura passiva. Atentar ao fato que no ato da protensão ainda não se tem a laje, apenas a viga. Os dados para o exemplo são: a força

máxima aplicada pelo aparelho de tensão por cordoalha de 145,47 kN, o momento de inércia da seção considerado é de 77155917 cm<sup>4</sup>, área da seção considerada é de 18075 cm<sup>2</sup>, a excentricidade de protensão é de 131,09 cm,  $y_{inf}$  igual a 141,09 cm,  $y_{sup}$  igual a - 63,91 cm,  $M_{cqp}$  igual a 7835 kNm,  $M_{cf}$  igual a 8469 kNm,  $M_{cr}$  igual a 10054 kNm, com 25% de perdas totais,  $f_{ck}$  de 40 MPa e uma quantidade inicial de 50 cordoalhas. Os resultados obtidos são apresentados a seguir:

Figura 4.9 – Exemplo do programa para Estado Limite de Serviço (ELS) (Elaborado pela autora, 2018)

A partir dos resultados nota-se que para atender à protensão limitada são necessárias 45 cordoalhas, e para a protensão completa são necessárias 49. Se for uma laje lisa ou cogumelo, bastam 39 cordoalhas.

### 4.3 ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO (ELU -AtoPro)

#### 4.3.1 Recomendações normativas

De acordo com a NBR 8681 (2003) o estado limite último é um estado que ao ocorrer, implica na paralisação em parte ou no todo da construção. ELU – AtoPro é uma verificação para o momento em que ocorre a protensão e nessa ocasião são consideradas apenas as perdas imediatas. A NBR 6118 (2014) item 17.2.4.3 determina que devem ser respeitadas duas hipóteses, expostas a seguir:

- A resistência característica do concreto utilizada deve ser a  $f_{ckj}$  correspondente ao tempo no ato da protensão;
- Os coeficientes de ponderação para as cargas que atuam no ato da protensão devem ser:
  - Coeficiente de ponderação para o concreto:  $\gamma_c = 1,2$ ;
  - Coeficiente de ponderação para o aço:  $\gamma_s = 1,15$ ;
  - Coeficiente de ponderação para a protensão na pré-tração:  $\gamma_p = 1,0$ ;
  - Coeficiente de ponderação para a protensão na pós-tração:  $\gamma_p = 1,1$ ;
  - Coeficiente de ponderação para ações desfavoráveis:  $\gamma_f = 1,0$ ;
  - Coeficiente de ponderação para ações favoráveis:  $\gamma_f = 0,9$ .

A NBR 6118 (2014) admite uma verificação simplificada, na qual a tensão máxima de compressão do concreto não pode ultrapassar 70% do  $f_{ckj}$  e a tensão máxima de tração do concreto não pode ultrapassar  $1,2 * f_{ct,m}$ , correspondente ao  $f_{ckj}$ . Ambas as inequações são definidas abaixo:

$$\sigma_c = \frac{M_{g1} * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \leq 0,7 * f_{ckj} \quad (4.3.1)$$

$$\sigma_t = \frac{M_{g1} * y}{I} + \frac{P}{A} + \frac{(P * e) * y}{I} \leq 1,2 * f_{ct,m} \quad (4.3.2)$$

Onde  $M_{g1}$  refere-se às cargas de peso próprio.

Salienta-se que devem ser considerados apenas os carregamentos atuantes na ocasião da protensão, que em geral são apenas o peso próprio e a protensão. Outro detalhe importante, é que na equação (4.3.1) não estão representados os sinais para a compressão. Para esse caso, seria necessário considerar a tensão de compressão como negativa e o respectivo limite de comparação também.

#### 4.3.2 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

Em seguida, apresenta-se o programa para verificar as tensões no ato da protensão “Estado Limite Último no Ato da Protensão” A janela está representada na Figura 4.10.

Estado Limite Último no Ato da Protensão

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**  
 $I_x =$   cm<sup>4</sup>  
 $A =$   cm<sup>2</sup>  
 $y_{sup} =$   cm  
 (valor negativo)  
 $y_{inf} =$   cm  
 (valor positivo)  
 $e_p =$   cm  
 (positivo se as cordoalhas estão próximas à face inferior)  
 (negativo se as cordoalhas estão próximas à face superior)

**Momento devido ao Peso Próprio:**  
 (valor característico)  
 (positivo se traciona a face inferior)  
 (negativo se traciona a face superior)  
 $M_{g1} =$   kN.m

**Materiais:**  
 $f_{ck,j} =$   MPa

**Perdas de Protensão:**  
 Imediatas =  %  
 Qtd. de Cordoalhas =   
 Força aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha =  kN

**Verificação no Ato da Protensão**  
 $\sigma$  tração limite:   
 $\sigma$  compressão limite:   
 $\sigma_{inf} =$   MPa   
 $\sigma_{sup} =$   MPa   
 Tensão positiva (+) -> Tração  
 Tensão negativa (-) -> Compressão

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
 Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.10 – Página de Estado Limite Último no Ato da Protensão (Elaborado pela autora, 2018)

Nessa janela são calculadas as tensões de tração e compressão limites, segundo a NBR 6118 (2014), e as tensões superior e inferior que atuam na seção. Se a tensão atuante for positiva é de tração e deve atender o limite correspondente calculado segundo a norma. Se for negativa é de compressão e deve atender o respectivo limite calculado segundo a NBR 6118 (2014).

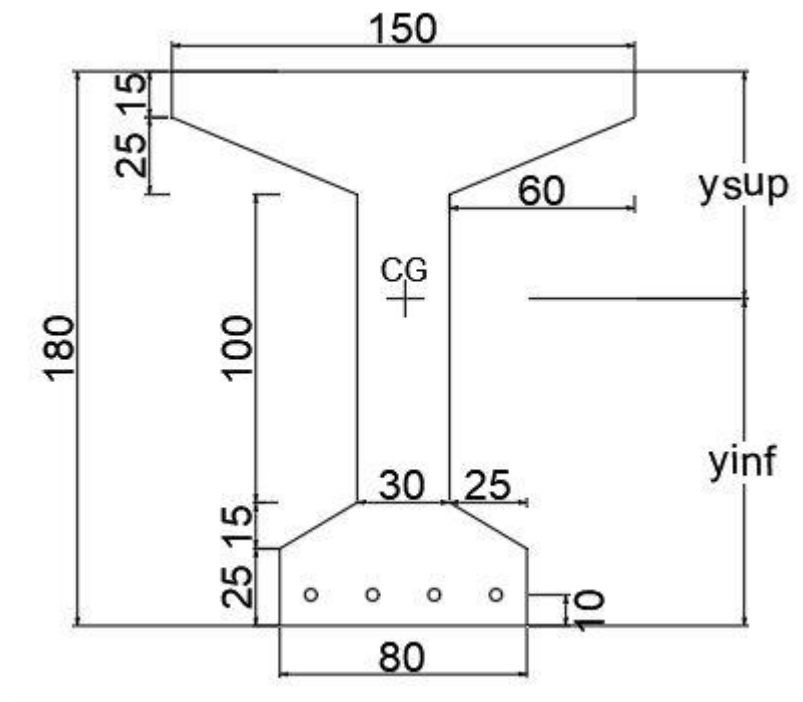


Figura 4.11 – Seção de viga de ponte utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)

Para o exemplo desse programa, será adotada a seção de ponte utilizada no exemplo para o ELS. Entretanto como no ato da protensão ainda não há laje, a seção utilizada é apenas da viga de ponte. Essa viga pode ser calculada como seção retangular com  $b = b_f$ .

Adotou-se a força máxima aplicada pelo aparelho de tensão por cordoalha igual a 145,57 kN, valor obtido na Figura 4.4. O momento de inércia para a seção acima é de 40902000 cm<sup>4</sup>, a área é de 10325 cm<sup>2</sup>, a excentricidade de protensão de 92,5 cm,  $y_{sup}$  de -77,5 cm,  $y_{inf}$  de 102,5 cm,  $M_{g1}$  igual a 5784 kNm,  $f_{ckj}$  igual a 30 MPa, com 5% de perdas imediatas e uma quantidade de 45 cordoalhas, quantidade obtida no exemplo do capítulo anterior para atender o ELS para protensão limitada. Pode-se ver os resultados obtidos no programa na figura a seguir:

Estado Limite Último no Ato da Protensão

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**  
 $I_x =$  40902000 cm<sup>4</sup>  
 $A =$  10325 cm<sup>2</sup>  
 $y_{sup} =$  -77,5 cm (valor negativo)  
 $y_{inf} =$  102,5 cm (valor positivo)  
 $e_p =$  92,5 cm (positivo se as cordoalhas estão próximas à face inferior) (negativo se as cordoalhas estão próximas à face superior)

**Momento devido ao Peso Próprio:** (valor característico)  
 (positivo se traciona a face inferior) (negativo se traciona a face superior)  
 $M_{g1} =$  5784 kN.m

**Materiais:**  
 $f_{ck,j} =$  30 MPa

**Perdas de Protensão:**  
 Imediatas = 5 %  
 Qtd. de Cordoalhas = 45

Força aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha = 145,47 kN

**Verificação no Ato da Protensão**  
 $\sigma$  tração limite: 3,48  
 $\sigma$  compressão limite: -21  
 $\sigma_{inf} =$  -5,95 MPa Ok!  
 $\sigma_{sup} =$  -6,09 MPa Ok!  
 Tensão positiva (+) -> Tração  
 Tensão negativa (-) -> Compressão

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
 Professor: Anselmo Leal Carneiro

Calcular

Figura 4.12 –Exemplo do programa de ELU no ato da protensão (Elaborado pela autora, 2018)

No exemplo acima ambas as tensões inferior e superior estão dentro do limite permitido, conforme a NBR 6118 (2014).

#### 4.4 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA PASSIVA NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU)

Através do item 4.2 desse trabalho, foi mostrado como calcular a quantidade mínima de cordoalhas necessárias na seção, agora deve-se calcular a área de aço da armadura passiva essencial para a seção transversal. O processo é muito similar ao feito para concreto armado, item 3.1, e será dividido em protensão aderente e não aderente, para armadura simples e dupla. As deduções das equações para dimensionamento da armadura passiva no ELU podem ser consultadas nos apêndices em B.a.

##### 4.4.1 Armadura simples

Na Figura 4.13 estão demonstrados elementos e reações que atuam na seção retangular com armadura simples e protensão. A partir dessa seção é possível determinar as equações para o cálculo da armadura passiva.

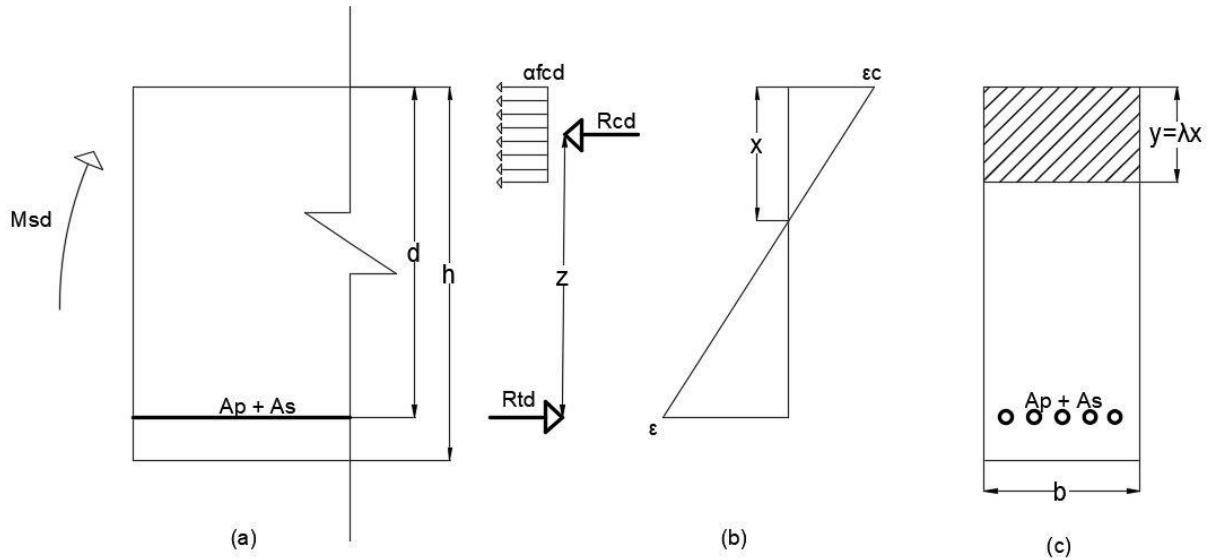


Figura 4.13 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018)

Igualmente ao feito para concreto armado, obtém-se a equação para o  $M_{sd,lim}$ , de forma a determinar se será utilizada armadura simples ou dupla.

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (4.4.1)$$

Para a qual, conforme 3.1.2,  $x_{lim}$  obedece a os limites de ductilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Portanto, pode-se utilizar para a armadura passiva a tensão do aço igual a  $f_{yd}$ .

Para a altura da linha neutra ( $x$ ), a partir do equilíbrio de momentos obtém-se a equação exposta a seguir:

$$x = \frac{d}{\lambda} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * M_{sd}}{b * d^2 * \alpha_c * f_{cd}}} \right) \quad (4.4.2)$$

#### 4.4.1.1 Tensão para protensão aderente

Hanoi (2005) define que os cálculos para concreto armado e protendido são basicamente os mesmos, porém para o concreto protendido a armadura ativa sofre um pré-alongamento. Por isso para calcular a deformação deve-se levar em consideração esse estado inicial, no qual é convencionalizado que existem apenas as tensões de protensão. A deformação pode ser representada pela tensão dividida pelo módulo de elasticidade e a tensão é igual a força sobre a área, tem-se a seguinte equação para a deformação de pré-alongamento:

$$\varepsilon_{pré} = \frac{P_{\infty} * \gamma_p}{A_p * E_p} \quad (4.4.3)$$

Onde  $P_{\infty}$  é a força de protensão após as perdas totais. A NBR 6118 (2014) define para combinações normais de ações o  $\gamma_p$  valendo 1,2 para ações desfavoráveis e 0,9 para ações favoráveis,  $A_p$  é área de uma cordoalha da armadura de protensão e a NBR 6118 (2014) indica o valor de 200 GPa para o  $E_p$ .

Carvalho (2012) define que deve-se considerar uma parcela de deformação de descompressão, que é uma deformação de encurtamento ao nível do centro de gravidade da armadura ativa devido exclusivamente à protensão, mas que o valor em geral é desprezível. Ela pode ser encontrada pelo diagrama tensão-deformação, ao substituir a tensão por força dividida pela área e resulta na equação a seguir:

$$\varepsilon_{des} = \left( \frac{P_{\infty}}{A_p} + \frac{P_{\infty} * e_p^2}{A_p} \right) * \gamma_p * \frac{1}{E_p} \quad (4.4.4)$$

Onde  $e_p$  é a excentricidade de protensão.



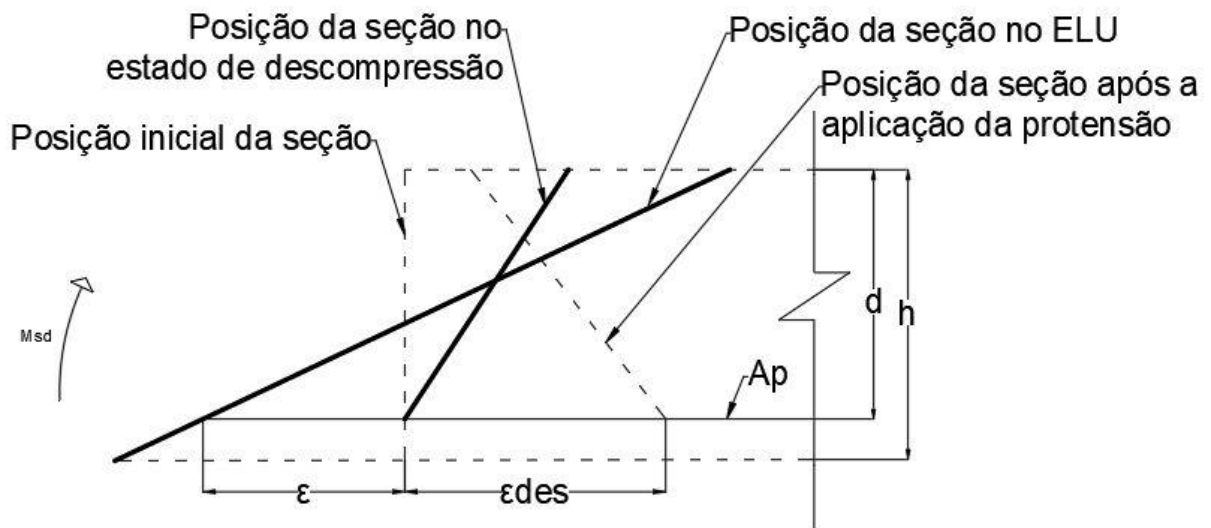


Figura 4.14 – Seção no estado limite de descompressão e no ELU (Elaborado pela autora, 2018)

Segundo Carvalho (2012) a deformação do aço de protensão é composta por três parcelas, a primeira, de pré-alongamento devido a distensão provocada pelo macaco descontada das perdas, a segunda de descompressão e a última referente a seção no ELU e as movimentações do concreto, conforme a Figura 4.14.

No que diz respeito a parcela de deformação referente ao ELU, se a peça estiver no domínio 2 vale 10%, conforme Figura 3.1. Caso contrário basta fazer semelhança de triângulos na Figura 4.13 b) e obtém-se a seguinte equação:

$$\varepsilon = \frac{(d - x) * \varepsilon_c}{x} \quad (4.4.5)$$

Onde  $d$  é a altura útil da seção,  $x$  é a altura da linha neutra da seção e  $\varepsilon_c$  é a deformação do concreto.

Portanto, a deformação da protensão é igual a seguinte equação:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pré} + \varepsilon_{des} + \varepsilon \quad (4.4.6)$$

Com essa deformação é possível encontrar o valor da tensão  $\sigma_{pd}$  a partir do diagrama tensão-deformação presente na Figura 2.4.

#### 4.4.1.2 Tensão para protensão não aderente

A tensão para a armadura de protensão não aderente é calculada de forma diferente da aderente, pois a armadura não adere ao concreto, logo a deformação deles não é a mesma.

Assim, a NBR 6118 (2014) item 17.2.2 define que para armadura ativa não aderente, na ausência de ensaios, as expressões para acréscimo de tensões, de acordo com a relação do vão dividido pela altura útil, dever ser as seguintes:

- Se  $\frac{L}{d} \leq 35$ :

$$\Delta\sigma_{pd} = 70 + \frac{f_{ck}}{100 * \rho_p} \quad (4.4.7)$$

Onde  $\Delta\sigma_{pd}$  não pode ultrapassar 420 MPa.

- Se  $\frac{L}{d} < 35$ :

$$\Delta\sigma_{pd} = 70 + \frac{f_{ck}}{300 * \rho_p} \quad (4.4.8)$$

Onde  $\Delta\sigma_{pd}$  não pode ultrapassar 210 MPa e  $\rho_p$  é igual a:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b * d} \quad (4.4.9)$$

Logo a tensão de protensão é igual a:

$$\sigma_{pd} = \gamma_p * \left( \frac{P_{\infty}}{A_p} + \Delta\sigma_{pd} \right) \quad (4.4.10)$$

#### 4.4.1.3 Cálculo da armadura passiva

O  $R_{td}$  é composto por uma parcela de armadura ativa e outra de armadura passiva. A parcela referente à armadura de protensão é igual a  $A_p * \sigma_{pd}$ . Se essa parcela de protensão for maior que o  $R_{cd}$ , significa que a seção já está equilibrada apenas com a protensão e não há necessidade de se calcular a armadura passiva, podendo utilizar apenas a armadura passiva mínima. Caso contrário, deve-se calcular essa armadura passiva. Assim, com base na Figura 4.13 fazendo o equilíbrio das forças:

$$R_{td} = R_{cd} \quad (4.4.11)$$

Ao substituir  $R_{td}$  pela soma das parcelas da armadura ativa com a da armadura passiva e a equação do  $R_{cd}$  na (4.4.11), obtém-se a seguinte equação para o cálculo da armadura passiva:

$$A_s = \frac{b * \lambda * x * \alpha_c * f_{cd} - A_p * \sigma_{pd}}{f_{yd}} \quad (4.4.12)$$

#### 4.4.1.4 Armadura passiva mínima

A NBR 6118 (2014) determina valores mínimos para a taxa geométrica de armadura passiva ( $\rho_s$ ) referente a laje, os quais estão descritos na Tabela 4.4 e os valores para o  $\rho_{mín}$  estão na Tabela 4.5. Para vigas, recomenda-se utilizar os valores da Tabela 4.4 para lajes armadas em uma direção.

Tabela 4.4 – Valores mínimos para armaduras passivas

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{mín}$
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{mín}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{mín} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{mín}$		–
Onde: $\rho_s = A_s/bw \cdot h$ e $\rho_p = A_p/bw \cdot h$ .			

Fonte: NBR 6118, 2014

Tabela 4.5 – Taxas mínimas de armadura de flexão

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^{(a)}$ (%)														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

(a) Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$ ,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado.

$\rho_{\min} = A_{s,\min}/A_c$

Fonte: NBR 6118, 2014

A NBR 6118 (2014) determina em 19.3.3.2 que para lajes lisas ou cogumelos com armadura ativa não aderente sob os apoios, a armadura negativa deve respeitar o seguinte valor mínimo:

$$A_s \geq 0,00075 * h * L \quad (4.4.13)$$

Onde  $h$  é a altura da laje e  $L$  é vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

#### 4.4.2 Armadura dupla

Similarmente ao feito para o concreto armado, tem-se na Figura 4.15 a seção retangular com as forças representadas e o diagrama das deformações, considerando a protensão.

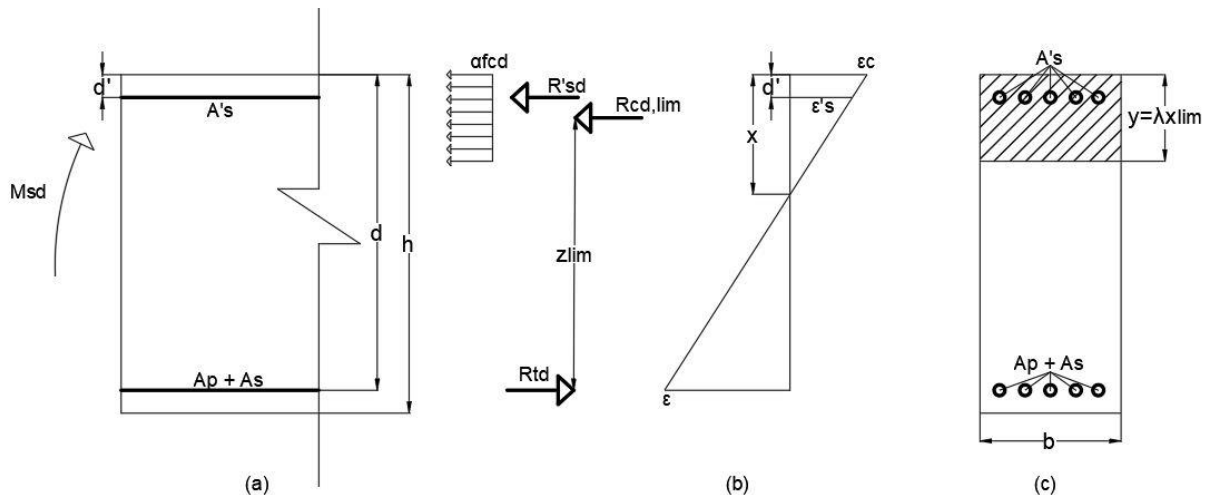


Figura 4.15 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018)

O momento fletor limite solicitante de cálculo é dado pela equação a seguir:

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (4.4.14)$$

Para a qual, conforme 3.1.2,  $x_{lim}$  obedece a os limites de ductilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Através da Figura 4.15 (b) é viável encontrar uma relação para determinar a deformação da armadura comprimida, e fica conforme abaixo:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c * \frac{(x_{lim} - d')}{x_{lim}} \quad (4.4.15)$$

Com essa deformação e através do diagrama tensão-deformação obtém-se a tensão na armadura de compressão.

Portanto, similarmente ao feito para concreto armado, o  $A'_s$  é determinado por:

$$A'_s = \frac{M_{sd} - M_{sd,lim}}{\sigma'_{sd} * (d - d')} \quad (4.4.16)$$

A NBR 6118 (2014) item 14.6.4.3 permite dimensionar a armadura de tração até a relação limite de  $\eta_{lim}$ , conforme no tópico 3.1.2 desse trabalho. Caso esse valor seja superior aos parâmetros normatizados e deseja-se manter os parâmetros inicialmente adotados, deve-se adicionar armadura na região de compressão com o objetivo de adequar a peça aos domínios de deformação permitidos pela norma (ver item 3.1.1).

Portanto, se o  $M_{sd}$  for maior que o  $M_{sd,lim}$  é necessário utilizar armadura dupla na seção. A partir do equilíbrio das forças na Figura 4.15, encontra-se a seguinte equação:

$$R_{td} = R'_{sd} + R_{cd,lim} \quad (4.4.17)$$

O  $R_{td}$  é composto de uma parcela referente a armadura ativa e uma parcela referente a armadura passiva. Dessa forma, se a parcela da protensão já for maior ou igual a do  $R'_{sd} + R_{cd,lim}$ , significa que a seção já está equilibrada, apenas com a protensão e é necessário apenas utilizar a armadura mínima, descrita em 4.4.1.4.

Caso contrário, deve-se calcular o  $A_s$  e ao substituir o  $R_{td}$  pela parcela da armadura ativa e a da armadura passiva na equação (4.4.17), obtém-se a seguinte equação para a área de aço:

$$A_s = \frac{A'_s * \sigma'_{sd} + b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} - A_p * \sigma_{pd}}{f_{yd}} \quad (4.4.18)$$

Para calcular o valor da tensão na armadura de protensão aplica-se o mesmo processo que em 4.4.1.1 e 4.4.1.2.

#### 4.4.3 Programa desenvolvido e exemplo de aplicação

O programa calcula armadura passiva para protensão aderente e não aderente no “Estado Limite Último (ELU)”. Nessa janela tem uma aba para cada tipo de protensão, aderente ou não aderente, sendo apresentadas nas figuras a seguir.

The screenshot shows a software window titled "Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares". It has two tabs: "Protensão Aderente" (selected) and "Protensão Não Aderente".

**Dados de Entrada:**

- Seção Transversal:** b= [ ] cm, d= [ ] cm, d' = [ ] cm, h= [ ] cm.
- Concreto:** fck= [ ] MPa, γc= [ ] , Ecs= [ ] GPa.
- Aço Armadura Passiva:** fyk= [ ] MPa, γs= [ ] , Es= [ ] GPa.
- Momento Fletor de Cálculo:** Msd= [ ] kN.m.
- Perdas de Protensão:** Totais= [ ] % (imediatas + progressivas).
- Força aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha=** [ ] kN.
- Nº Cordoalhas=** [ ]
- Posição Limite de x/d:** x: Profundidade da linha neutra. Xlim/d para concreto até C50 [ ] (Xlim/d) ≤ 0,45 (NBR 6118:2014). Xlim/d para concreto C55 até C90 [ ] (Xlim/d) ≤ 0,35 (NBR 6118:2014).
- Dados da Protensão:** ep= [ ] cm, Ep= [ ] GPa, Rpyk= [ ] kN, Rptk= [ ] kN, Ap= [ ] cm<sup>2</sup> (referente a uma cordoalha).

**Diagrama:** A schematic diagram of a rectangular section with width 'b' and height 'h'. It shows the center of gravity 'CG', effective depth 'd', and depth of prestressing tendons 'd''. Tendons are shown at the top and bottom, with top reinforcement labeled 'As' and bottom reinforcement labeled 'Ap'. The depth of the prestressing tendon bed is 'ep'.

**Armadura:** [ ]

**Domínio:** [ ] ? (x/d) = [ ]

**Armaduras Calculadas:**

- Armadura tracionada: [ ] cm<sup>2</sup>
- Armadura comprimida: [ ] cm<sup>2</sup>

**Deve-se verificar os valores para Armadura Mínima nas outras abas!**

**Calcular** [ ]

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.16 – Página de Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares, Protensão Aderente (Elaborado pela autora, 2018)

Na aba apresentada na Figura 4.16 calcula-se a protensão com aderência, se é armadura simples ou dupla, o domínio que a seção está, a relação  $\frac{x}{d}$  e as armaduras para tração e para compressão. Deve-se verificar a armadura mínima nas outras janelas.

A outra aba na mesma janela de flexão, é a de armadura passiva para protensão não aderente, conforme Figura 4.17. São apresentados os mesmos parâmetros finais que na anterior e também deve-se verificar a armadura mínima nas outras janelas.

Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares

Protensão Aderente  Protensão Não Aderente

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**  
 $b =$   cm  
 $d =$   cm  
 $d' =$   cm  
 $h =$   cm

**Concreto:**  
 $f_{ck} =$   MPa  
 $\gamma_c =$

**Aço:**  
 $f_{yk} =$   MPa  
 $\gamma_s =$    
 $E_s =$   GPa

**Momento Fletor de Cálculo:**  
 $M_{sd} =$   kN.m

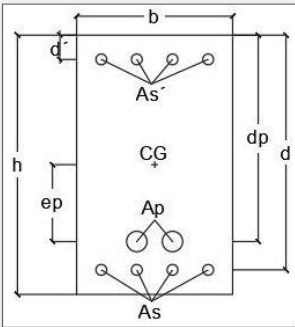
**Perdas de Protensão:**  
 Totais =  %  
 (imediatas + progressivas)

**Força aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha =**  kN  
 Nº Cordoalhas =

**Dados da Protensão:**  
 $A_p =$   cm<sup>2</sup>  
 (referente a uma cordoalha)

**Vão:**  
 $L =$   m

**Posição Limite de  $x/d$ :**  
 $x$ : Profundidade da linha neutra  
 $x_{lim}/d$  para concreto até C50  ( $x_{lim}/d \leq 0,45$  (NBR 6118:2014))  
 $x_{lim}/d$  para concreto C55 até C90  ( $x_{lim}/d \leq 0,35$  (NBR 6118:2014))

**Diagrama:** 

**Armadura:**

**Domínio:**  ?  $(x/d) =$

**Armaduras Calculadas:**  
 Armadura tracionada:  cm<sup>2</sup>  
 Armadura comprimida:  cm<sup>2</sup>

**Deve-se verificar os valores para Armadura Mínima nas outras abas!**

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
 Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.17 – Página de Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares, Protensão Não Aderente (Elaborado pela autora, 2018)

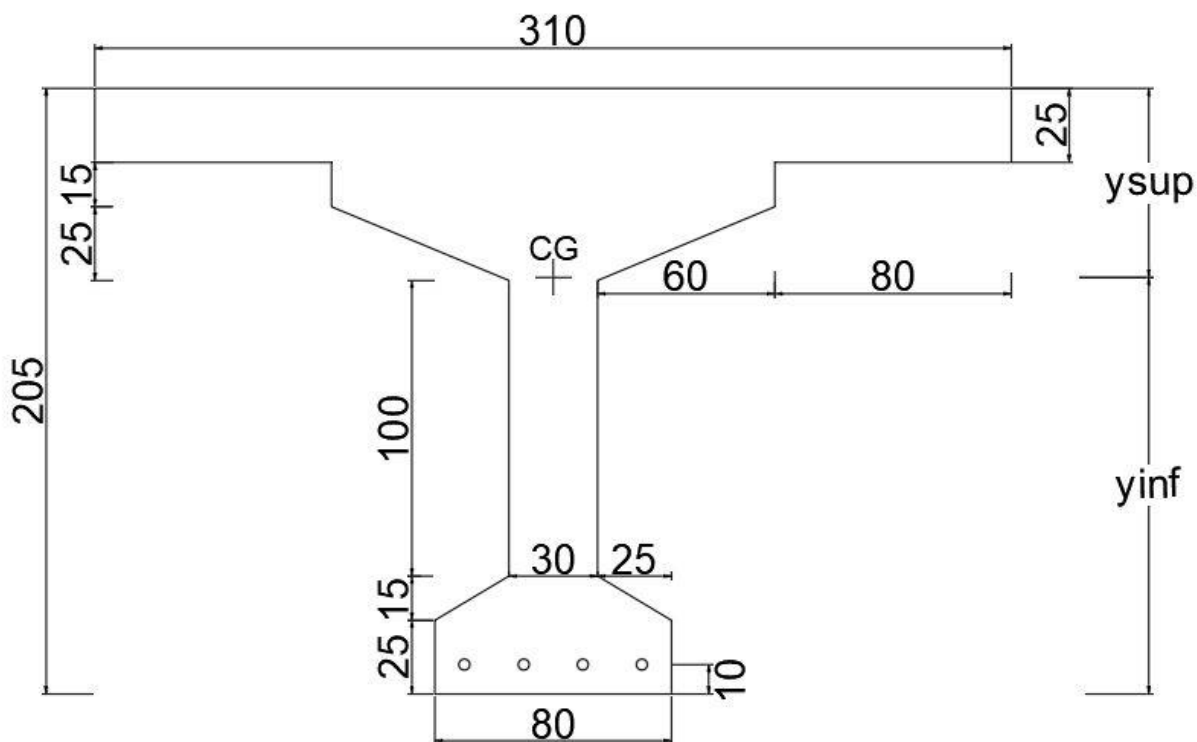


Figura 4.18 – Seção de ponte utilizada nos exemplos (Elaborado pela autora, 2018)

Para os exemplos será utilizada a seção de uma ponte da figura acima, com o momento fletor de 8479 kNm, 25 % de perdas totais, a força aplicada pelo aparelho de tração de 135,55 kN para aderente e 145,47 kN para não aderente, 45 cordoalhas,  $f_{ck}$  de 40 MPa,  $E_{cs}$  igual a 29 GPa,  $f_{yk}$  de 500 MPa,  $E_s$  igual a 210 GPa,  $E_p$  igual a 200 GPa,  $y_{inf}$  igual a 141,09 cm,  $y_{sup}$  igual a -63,91 cm,  $e_p$  igual a 131,09 cm,  $L$  de 40 m, a cordoalha utilizada é a CP 190 RB 12,7, com área de cada cordoalha  $A_p$  de 1,009 cm<sup>2</sup>. Primeiro será vista a imagem para protensão aderente e em seguida para não aderente.



Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares

Protensão Aderente | Protensão Não Aderente

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**  
 b = 310 cm  
 d = 195 cm  
 d' = 10 cm  
 h = 205 cm

**Concreto:**  
 fck = 40 MPa  
 γc = 1.4  
 Ecs = 29 GPa

**Aço Armadura Passiva:**  
 fyk = 500 MPa  
 γs = 1.15  
 Es = 210 GPa

**Dados da Protensão:**  
 ep = 131.09 cm  
 Ep = 200 GPa  
 Rpyk = 165.3 kN  
 Rptk = 183.7 kN  
 Ap = 1.009 cm<sup>2</sup> (referente a uma cordoalha)

**Momento Fletor de Cálculo:**  
 Msd = 8479 kN.m

**Perdas de Protensão:**  
 Totais = 25 % (imediatas + progressivas)

**Força aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha = 135.55 kN**  
 Nº Cordoalhas = 45

**Posição Limite de x/d:**  
 x: Profundidade da linha neutra  
 Xlim/d para concreto até C50: 0,45 (Xlim/d) ≤ 0,45 (NBR 6118:2014)  
 Xlim/d para concreto C55 até C90: 0,35 (Xlim/d) ≤ 0,35 (NBR 6118:2014)

**Diagrama:**

**Armadura: Simples!**  
 Domínio: 2 ? (x/d) = 0,038

**Armaduras Calculadas:**  
 Armadura tracionada: armadura mínima cm<sup>2</sup>  
 Armadura comprimida: 0 cm<sup>2</sup>

**Deve-se verificar os valores para Armadura Mínima nas outras abas!**

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
 Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.19 – Exemplo do programa de dimensionamento à flexão de seções retangulares, protensão aderente (Elaborado pela autora, 2018)

Dimensionamento à Flexão de Seções Retangulares

Protensão Aderente | Protensão Não Aderente

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**  
 b = 310 cm  
 d = 195 cm  
 d' = 10 cm  
 h = 205 cm

**Concreto:**  
 fck = 40 MPa  
 γc = 1.4

**Aço:**  
 fyk = 500 MPa  
 γs = 1.15  
 Es = 210 GPa

**Dados da Protensão:**  
 Ap = 1.009 cm<sup>2</sup> (referente a uma cordoalha)

**Vão:**  
 L = 40 m

**Momento Fletor de Cálculo:**  
 Msd = 8479 kN.m

**Perdas de Protensão:**  
 Totais = 25 % (imediatas + progressivas)

**Força aplicada pelo aparelho de tração/cordoalha = 145.47 kN**  
 Nº Cordoalhas = 45

**Posição Limite de x/d:**  
 x: Profundidade da linha neutra  
 Xlim/d para concreto até C50: 0,45 (Xlim/d) ≤ 0,45 (NBR 6118:2014)  
 Xlim/d para concreto C55 até C90: 0,35 (Xlim/d) ≤ 0,35 (NBR 6118:2014)

**Diagrama:**

**Armadura: Simples!**  
 Domínio: 2 ? (x/d) = 0,038

**Armaduras Calculadas:**  
 Armadura tracionada: armadura mínima cm<sup>2</sup>  
 Armadura comprimida: 0 cm<sup>2</sup>

**Deve-se verificar os valores para Armadura Mínima nas outras abas!**

**Calcular**

Aluna: Mariana Moreira Vannier  
 Professor: Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.20 – Exemplo do programa de dimensionamento à flexão de seções retangulares, protensão não aderente (Elaborado pela autora, 2018)

Para ambos os casos os resultados mostraram que é necessário utilizar a armadura mínima. Dessa forma serão apresentados os dois últimos programas, onde é calculada a armadura mínima para vigas e lajes.

Essas janelas têm como resultado a taxa geométrica mínima da armadura passiva, a taxa geométrica da armadura ativa, a taxa geométrica da armadura passiva e a armadura mínima, todos conforme a NBR 6118 (2014).

**Armadura Passiva Mínima no ELU para Vigas**

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**  
Ac=  cm<sup>2</sup>

**Concreto:**  
fck=  MPa

**Dados da Protensão:**  
Ap=  cm<sup>2</sup>  
(referente a uma cordoalha)

Qtd. de Cordoalhas=

Armadura Ativa:

**Resultado:**  
p<sub>mín</sub>:  %  
p<sub>p</sub>:  %  
p<sub>s</sub>:  %  
Armadura Mínima:  cm<sup>2</sup>

**Calcular**

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.21 – Página Armadura Passiva Mínima no ELU para Vigas (Elaborado pela autora, 2018)

Armadura Passiva Mínima no ELU para Lajes

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**

bw =  cm

h =  cm

**Concreto:**

fck =  MPa

**Dados da Protensão:**

Ap =  cm<sup>2</sup>  
(referente a uma cordoalha)

Qtd. de Cordoalhas =

**Armaduras:**

Armadura Ativa:

Armadura Passiva:

**Resultado:**

p<sub>mín</sub>:  %

p<sub>p</sub>:  %

p<sub>s</sub>:  %

Armadura Mínima:  cm<sup>2</sup>

**Calcular**

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.22 – Página Armadura Passiva Mínima no ELU para Lajes (Elaborada pela autora, 2018)

Primeiramente serão calculados os dois casos exemplificados anteriormente para protensão aderente e não aderente em vigas, considerando a área de concreto da seção igual a 18075 cm<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  de 40 MPa, a área de cada cordoalha igual a 1,009 cm<sup>2</sup> e 45 cordoalhas.

Armadura Passiva Mínima no ELU para Vigas

**Dados de Entrada:**

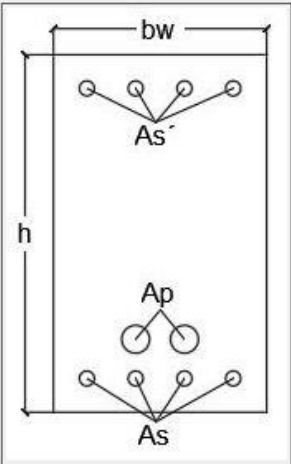
**Seção Transversal:**  
 $A_c = 18075 \text{ cm}^2$

**Concreto:**  
 $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$

**Dados da Protensão:**  
 $A_p = 1,009 \text{ cm}^2$   
(referente a uma cordoalha)

Qtd. de Cordoalhas = 45

Armadura Ativa:  
Aderente



**Resultado:**

$p_{mín} = 0,179 \%$

$pp = 0,251 \%$

$ps = 0,09 \%$

**Armadura Mínima:** 16,27  $\text{cm}^2$

**Calcular**

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.23 – Exemplo do programa armadura passiva mínima no ELU para vigas, protensão aderente (Elaborado pela autora, 2018)

Armadura Passiva Mínima no ELU para Vigas

**Dados de Entrada:**

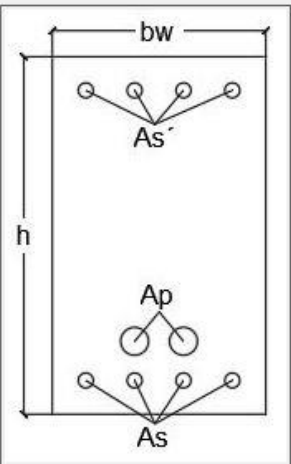
**Seção Transversal:**  
 $A_c = 18075 \text{ cm}^2$

**Concreto:**  
 $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$

**Dados da Protensão:**  
 $A_p = 1,009 \text{ cm}^2$   
(referente a uma cordoalha)

Qtd. de Cordoalhas = 45

Armadura Ativa:  
Não Aderente



**Resultado:**

$p_{mín} = 0,179 \%$

$pp = 0,251 \%$

$ps = 0,09 \%$

**Armadura Mínima:** 16,27  $\text{cm}^2$

**Calcular**

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.24 – Exemplo do programa armadura passiva mínima no ELU para vigas, protensão não aderente (Elaborado pela autora, 2018)

Assim, para ambos os casos obteve-se o mesmo valor para a armadura mínima passiva.

E por fim, para exemplificar a o programa de armadura passiva mínima para lajes será considerada uma seção de  $b_w = 100$  cm e  $h = 20$  cm, o  $f_{ck}$  de 30 MPa, duas cordoalhas CP 190 RB 12,7, a área de cada cordoalha ( $A_p$ ) igual a 1,009 cm<sup>2</sup>, para uma armadura ativa aderente e a passiva positiva de lajes armadas em duas direções.

Armadura Passiva Mínima no ELU para Lajes ✕

---

**Dados de Entrada:**

**Seção Transversal:**

$b_w =$   cm

$h =$   cm

**Concreto:**

$f_{ck} =$   MPa

**Dados da Protensão:**

$A_p =$   cm<sup>2</sup>  
(referente a uma cordoalha)

Qtd. de Cordoalhas =

**Armaduras:**

Armadura Ativa:

Armadura Passiva:

Calcular

**Resultado:**

$\rho_{min}:$   %

$\rho_p:$   %

$\rho_s:$   %

**Armadura Mínima:**  cm<sup>2</sup>

**Aluna:** Mariana Moreira Vannier  
**Professor:** Anselmo Leal Carneiro

Figura 4.25 – Exemplo do programa armadura passiva mínima no ELU para lajes (Elaborado pela autora, 2018)

## 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A elaboração desse trabalho possibilitou o desenvolvimento de programas para cálculo e verificações de vigas e lajes em concreto armado e em concreto protendido através da programação com *Visual Basic for Applications* (VBA). Foram apresentados exemplos de aplicação para os programas desenvolvidos, demonstrado o funcionamento e os resultados obtidos para cada um deles.

A principal fonte de informações que norteou esse trabalho foi a NBR 6118 (2014) - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. A pesquisa bibliográfica realizada foi enriquecedora e possibilitou um grande embasamento teórico para os programas desenvolvidos.

No decorrer desse trabalho, pode-se descobrir o quão intuitiva e versátil a linguagem de programação VBA pode ser, tanto para o programador quanto para os usuários dos programas e além disso, essa linguagem proporcionou um incrível aprendizado e auxílio em outras tarefas rotineiras.

Os programas propostos, no início desse trabalho, para desenvolvimento, foram concluídos e os códigos utilizados estão nos apêndices C para livre consulta.

A exemplificação dos programas no geral foi para apenas uma seção e fica como sugestão para trabalhos futuros realizar mais testes e comparar o consumo de armadura para o concreto armado com o consumo de armadura para o concreto protendido.

Ademais, esse trabalho fomenta a continuidade do desenvolvimento em outros tópicos e pode servir de base para futuros trabalhos com o objetivo de aperfeiçoar os códigos aqui desenvolvidos ou de utilizá-los no dimensionamento de estruturas reais.

## 6. REFERÊNCIAS

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 4ª Ed. V.1, 2, 3 e 4 Rio Grande: Dunas, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação**: NBR 7480. 2ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**: NBR 8681. 1ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos**: NBR 12142. 2ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndrico**: NBR 7222. 3ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupo de resistência e consistência**: NBR 8953. 3ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação**: NBR 7483. 2ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Fios de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação**: NBR 7482. 2ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**: NBR 6118. 3ª Ed. Rio de Janeiro, ABNT, 2014.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Estruturas de Concreto Armado (Notas de Aula)**. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2015/2017.

CALLISTER, Jr. Willian D. **Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução**. 5ª Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

CARVALHO, Roberto Chust. **Estruturas em Concreto Protendido**. 1ª Ed. São Paulo: PINI, 2012.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4ª Ed. São Carlos: EduUFSCar, 2014.

HANAI, João Bento de. **Fundamentos do Concreto Protendido. E-book de apoio para o Curso de Engenharia Civil.** São Carlos: Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2005.

LEONHARDT, Fritz. **Construção de concreto: vol. 5: concreto protendido.** Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1983.

PFEIL, Walter. **Concreto protendido.** 2ª Ed. V. 1 Rio de Janeiro: Livros Técnicos Científicos, 1984.



## APÊNDICES

### A. Deduções concreto armado

#### a. Dimensionamento à flexão

##### i. Armadura simples seção retangular

Na Figura A.1 pode-se ver uma seção retangular sujeita à flexão simples e suas possíveis deformações. A partir de equações geradas para haver o equilíbrio da seção, é possível determinar a armadura necessária para a seção.

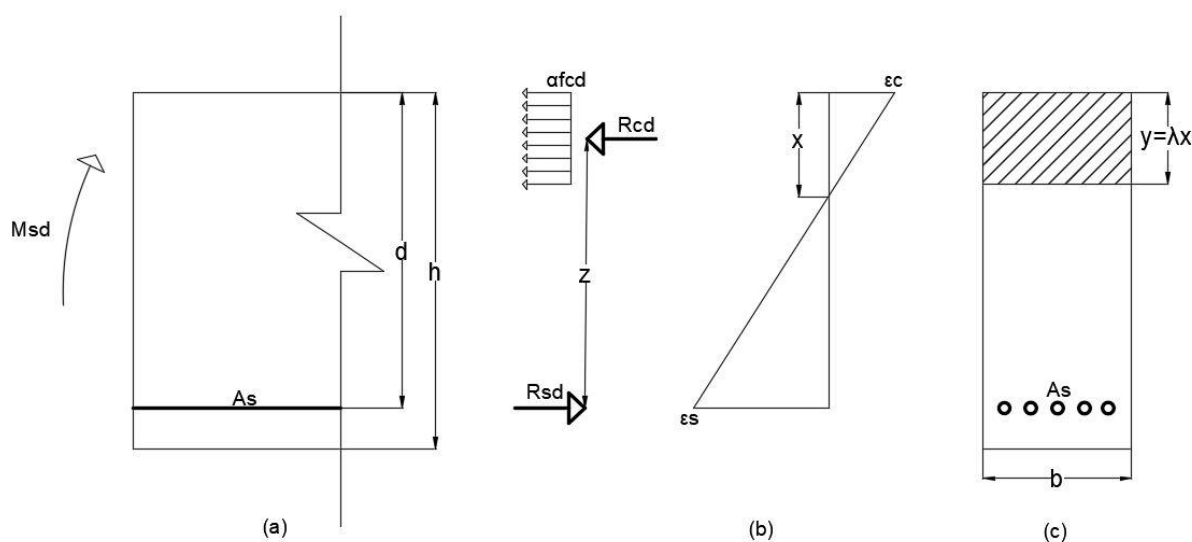


Figura A.1 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018).

Primeiro, pode-se determinar se a armadura será simples ou dupla através do cálculo do momento sollicitante de cálculo limite. Se  $M_{sd} \leq M_{sd,lim}$  tem-se armadura simples, caso contrário, armadura dupla. Faz-se o equilíbrio dos momentos para o limite de utilidade da NBR 6118 (2014).

$$M_{sd,lim} = R_{cd,lim} * Z_{lim} \quad (A.1)$$

Onde:

$$R_{cd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} \quad (A.2)$$

$$z_{lim} = d - 0,5 * \lambda * x_{lim} \quad (A.3)$$

Ao substituir (A.2) e (A.3) em (A.1), obtém-se:

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (A.4)$$

Para a qual  $x_{lim}$  obedece a os limites de ductilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Portanto, pode-se dimensionar a armadura de tração com a tensão do aço igual ao  $f_{yd}$ . E a partir do equilíbrio das forças obtém-se a seguinte equação para determinar a área de aço:

$$R_{sd} = R_{cd} \quad (A.5)$$

As forças são equivalentes a tensão vezes a área, definidas pelas subseqüentes expressões:

$$R_{sd} = f_{yd} * A_s \quad (A.6)$$

$$R_{cd} = b * \lambda * x * \alpha_c * f_{cd} \quad (A.7)$$

Ao fazer a substituição das forças  $R_{sd}$  e  $R_{cd}$  contidas nas equações (A.6) e (A.7) respectivamente, na equação (A.5), obtém-se a equação a seguir para a área de aço:

$$A_s = \frac{b * \lambda * x * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (A.8)$$

A partir da equação (A.4), com x no lugar de  $x_{lim}$ , obtém-se a seguinte equação:

$$M_{sd} = b * \lambda * x * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x) \quad (A.9)$$

Com a equação (A.9) é possível isolar o x, e chegar a expressão para cálculo da altura da linha neutra:

$$x = \frac{d}{\lambda} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * M_{sd}}{b * d^2 * \alpha_c * f_{cd}}} \right) \quad (A.10)$$

Deve-se verificar o valor mínimo para a armadura, segundo a NBR 6118 (2014), de forma a evitar a ruptura frágil da seção e ele pode ser determinado através do cálculo para um momento mínimo que provoca ruptura à tração dado pela equação a seguir:

$$M_{sd,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup} \quad (A.11)$$

Onde o  $W_0$  é o módulo de resistência da seção e o  $f_{ctk,sup}$  está definido abaixo:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} \quad (A.12)$$

Onde:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (A.13)$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (A.14)$$

## ii. Armadura dupla seção retangular

A NBR 6118 (2014), item 14.6.4.3, permite dimensionar a armadura de tração até a relação limite de  $\eta_{lim}$ , conforme o tópico 3.1.2 desse trabalho. Caso esse valor seja superior aos normatizados e deseja-se manter os parâmetros inicialmente adotados, deve-se adicionar armadura na região de compressão com o objetivo de adequar a peça aos domínios de deformação permitidos pela norma.

Na figura a seguir é possível ver uma representação da seção transversal retangular com armadura dupla

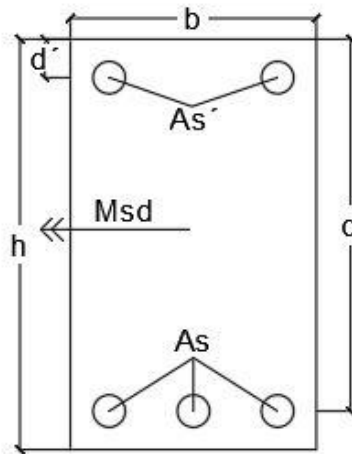


Figura A.2 – Seção transversal retangular com armadura dupla. (Elaborado pela autora, 2018).

Dado que  $x_{lim}$  é igual ao valor limite de ductilidade da norma vezes o valor da altura útil, conforme a seguir:

$$x_{lim} = \eta_{lim} * d \quad (A.15)$$

O momento limite  $M_{sd,lim}$  é aquele no qual para momentos solicitantes de cálculo inferiores ao  $M_{sd,lim}$ , utiliza-se armadura simples e para valores superiores a ele, utiliza-se armadura dupla. A equação para esse momento está definida abaixo:

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (A.16)$$

Na Figura A.3 pode-se ver uma seção retangular sujeita à flexão simples e suas possíveis deformações. A partir de equações geradas para haver o equilíbrio da seção, é possível determinar as armaduras necessárias para o momento fletor solicitante de cálculo.

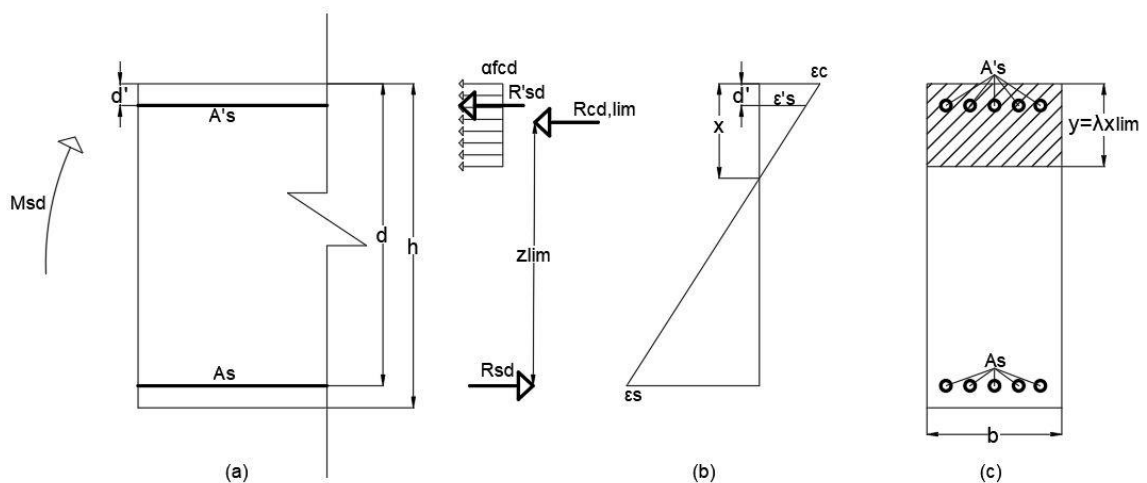


Figura A.3 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018).

A partir do equilíbrio dos momentos é possível obter a seguinte expressão:

$$M_{sd} = R_{cd,lim} * z_{lim} + R'_{sd} * (d - d') + R_{sd} * 0 \quad (A.17)$$

A força resultante da armadura de compressão é igual ao produto da área de aço pela tensão da armadura de compressão, conforme abaixo:

$$R'_{sd} = \sigma'_{sd} * A'_s \quad (A.18)$$

E através da Figura A.3 (b) é viável obter uma relação para determinar a deformação da armadura comprimida, conforme abaixo:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c * \frac{(\eta_{lim} * d - d')}{\eta_{lim} * d} \quad (A.19)$$

Com essa deformação, através do diagrama de tensão-deformação é possível determinar a tensão na armadura de compressão.

Dessa forma, ao substituir o  $R_{cd,lim} * z_{lim}$  pelo  $M_{sd,lim}$  e a equação (A.18) em (A.17), alcança-se a expressão para a armadura comprimida, conforme abaixo:

$$A'_s = \frac{M_{sd} - M_{sd,lim}}{\sigma'_{sd} * (d - d')} \quad (A.20)$$

Em seguida, com equilíbrio de força consegue-se a equação a seguir:

$$R_{sd} = R'_{sd} + R_{cd,lim} \quad (A.21)$$

Para o  $R_{cd,lim}$  se utiliza a área de concreto multiplicada pela tensão, conforme a seguinte expressão:

$$R_{cd,lim} = b * \lambda * \eta_{lim} * d * \alpha_c * f_{cd} \quad (A.22)$$

Ao substituir as equações (A.6), (A.18) e a (A.22) na equação obtida pelo equilíbrio das forças (A.21), consegue-se a expressão para calcular a área de aço da armadura tracionada, conforme abaixo:

$$A_s = \frac{\sigma'_{sd} * A'_s + b * \lambda * \eta_{lim} * d * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (A.23)$$

### iii. Armadura simples seção T

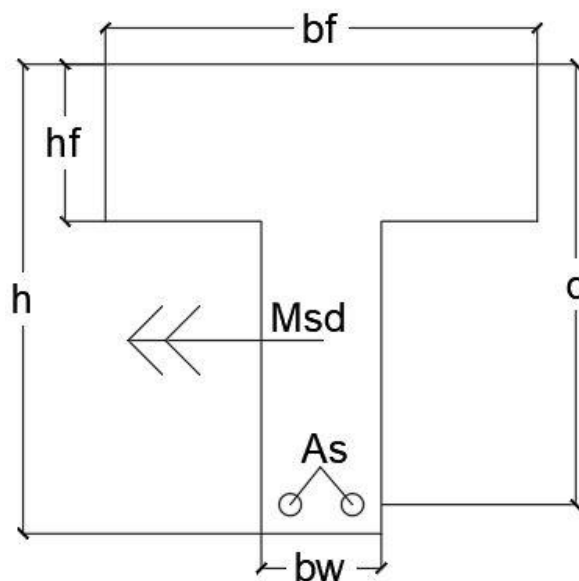


Figura A.4 – Seção T armadura simples (Elaborado pela autora, 2018)

Na Figura A.4  $b_w$  é a largura da alma,  $b_f$  é a largura da mesa,  $h$  é a altura total,  $h_f$  é a altura da mesa,  $A_s$  é a armadura tracionada e  $d$  é a altura útil.

Segundo Araújo (2014), caso a linha neutra se encontre na mesa somente a mesa está comprimida e a seção pode ser calculada da mesma forma que a seção retangular. Caso a linha neutra se encontre na alma, a seção é calculada como T e será definido adiante.

Uma forma de determinar se a seção será calculada com retangular ou T é a partir do momento resistido pela mesa comprimida  $M_{rf}$ . Se o momento fletor solicitante de cálculo for menor que o momento resistido, significa que a seção resiste e pode ser calculada como retangular com  $b = b_f$

Na figura abaixo estão ilustradas as forças atuantes na seção e a partir delas é possível determinar o  $M_{rf}$ :

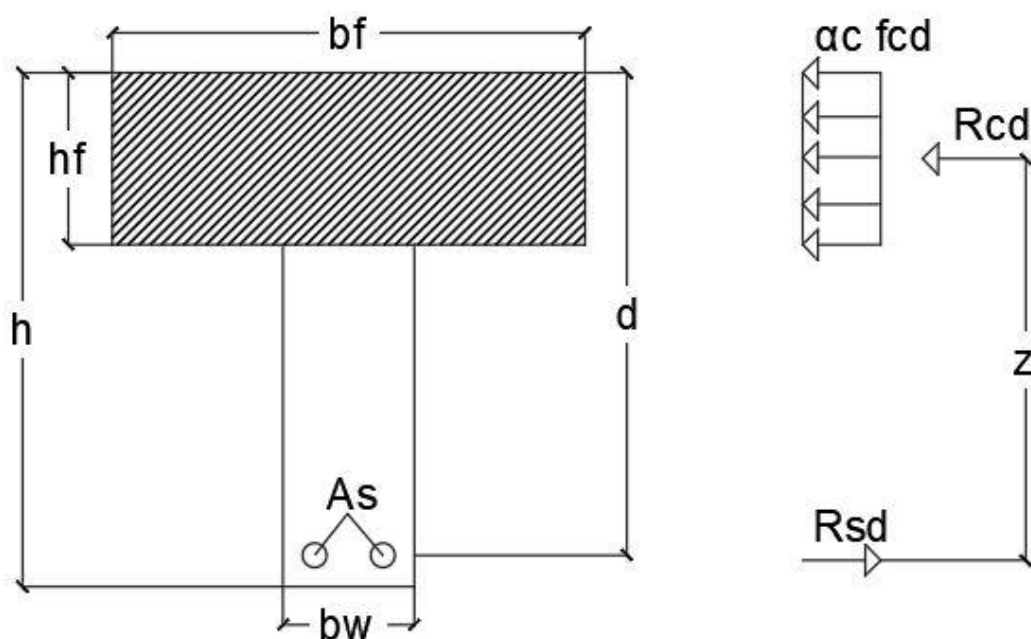


Figura A.5 – Seção T e forças atuantes (Elaborado pela autora, 2018)

Pela Figura A.5 obtém-se que o momento resistido pela seção comprimida de concreto é igual a:

$$M_{rf} = R_{cd} * z \quad (\text{A.24})$$

O  $R_{cd}$  é igual ao produto da área pela tensão, conforme a equação a seguir:

$$R_{cd} = b_f * h_f * \alpha_c * f_{cd} \quad (\text{A.25})$$

O braço de alavanca é igual a:

$$z = (d - 0,5 * h_f) \quad (\text{A.26})$$

Portanto, ao substituir as equações (A.25) e (A.26) na equação (A.24), tem-se como resultado  $M_{rf}$  conforme a seguir:

$$M_{rf} = b_f * h_f * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f) \quad (\text{A.27})$$

Para determinar se será armadura simples ou dupla, o critério é o mesmo que para a seção retangular, só com algumas pequenas adaptações e pode ser determinado através da figura a seguir:

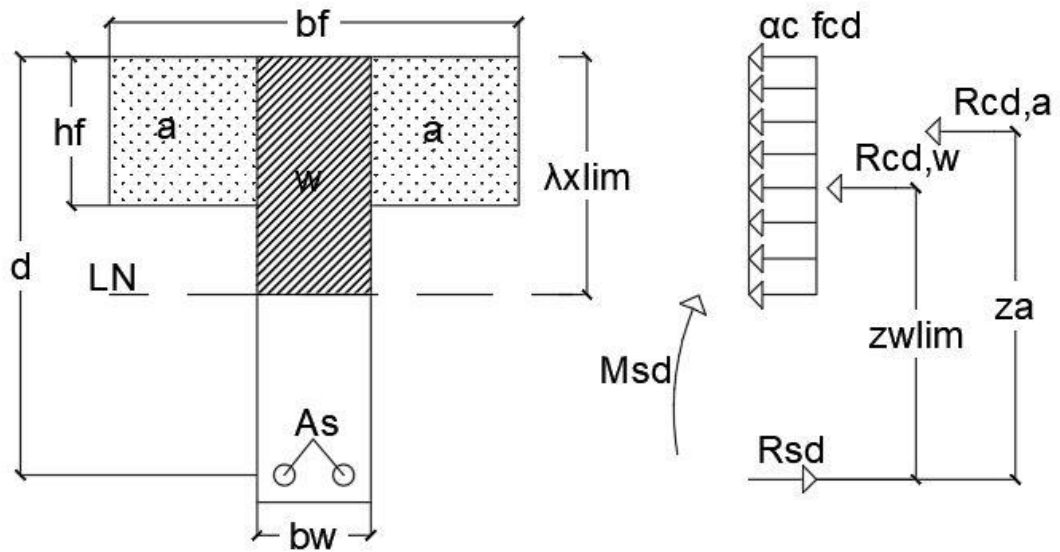


Figura A.6 – Seção T e máximo momento fletor com armadura simples (Elaborado pela autora, 2018)

Na Figura A.6 tem-se a linha neutra (LN), a força atuante no concreto da área “w” ( $R_{cd,w}$ ), a atuante em “a” ( $R_{cd,a}$ ) e os braços de alavanca  $z_w$  e  $z_a$ , das áreas “w” e “a”, respectivamente.

Para determinar o  $M_{sd,lim}$  é necessário primeiramente definir expressões para as forças e para os braços de alavanca, conforme a seguir:

$$R_{cd,w} = b_w * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} \quad (\text{A.28})$$

$$R_{cd,a} = (b_f - b_w) * h_f * \alpha_c * f_{cd} \quad (\text{A.29})$$

$$z_{wlim} = (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (\text{A.30})$$

$$z_a = (d - 0,5 * h_f) \quad (\text{A.31})$$

A partir do equilíbrio dos momentos é possível obter a seguinte expressão:

$$M_{sd,lim} = R_{cd,w} * z_{wlim} + R_{cd,a} * z_a + R_{sd} * 0 \quad (\text{A.32})$$

Ao substituir as equações (A.28), (A.29), (A.30) e (A.31) em (A.32), obtém-se a equação final para o cálculo do  $M_{sd,lim}$ , exposta a seguir:

$$M_{sd,lim} = b_w * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) + (b_f - b_w) * h_f * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f) \quad (\text{A.33})$$



Para a qual o  $x_{lim}$ , conforme 3.1.2, obedece a os limites de utilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Portanto, pode-se dimensionar a armadura de tração com a tensão do aço igual ao  $f_{yd}$ .

Dessa forma, vale o mesmo que para seção retangular, se  $M_{sd,lim} \geq M_{sd}$  utiliza-se armadura simples e caso contrário, armadura dupla.

Similar ao feito para o  $M_{sd,lim}$ , agora para o  $M_{sd}$  tem-se duas parcelas que contribuem para o  $A_s$ , uma relativa a área “w” e outra relativa a área “a”, demonstradas na Figura 3.7. O momento referente a área “a” é igual produto da força referente a área a pelo braço de alavanca dessa força. Conforme a seguir:

$$M_a = R_{cd,a} * z_a \quad (A.34)$$

Ao substituir as equações (A.29) e (A.31) em (A.34), o  $M_a$  resume-se a:

$$M_a = (b_f - b_w) * h_f * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f) \quad (A.35)$$

Para a área de aço referente a área “a”, basta fazer a força  $R_{cd,a}$  dividida pela tensão do aço, conforme a seguir:

$$A_a = \frac{(b_f - b_w) * h_f * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (A.36)$$

Para obter o momento referente a área “w”, basta subtrair o  $M_{sd}$  do  $M_a$ , como pode-se ver na equação a seguir:

$$M_w = M_{sd} - M_a \quad (A.37)$$

A posição da linha neutra pode ser obtida com apenas a substituição do  $M_{sd}$  pelo  $M_w$  na equação (A.10), resultando na equação abaixo:

$$x = \frac{d}{\lambda} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * M_w}{b * d^2 * \alpha_c * f_{cd}}} \right) \quad (A.38)$$

Agora para a parcela de armadura de aço referente a área “w”, é possível obter dividindo a força  $R_{cd,w}$  pela tensão do aço, com x ao invés do  $x_{lim}$ , conforme a seguir:

$$A_w = \frac{b_w * \lambda * \alpha_c * f_{cd} * x}{f_{yd}} \quad (\text{A.39})$$

Logo para a área de aço total basta somar as parcelas de armadura de aço referentes a  $A_a$  com  $A_w$ , como pode ser visto a seguir:

$$A_s = A_a + A_w \quad (\text{A.40})$$

Segundo a NBR 6118 (2014), deve-se verificar o valor mínimo para a armadura, de forma a evitar a ruptura frágil da seção e ele pode ser determinado através do cálculo para um momento mínimo que provoca ruptura à tração dado pela equação a seguir:

$$M_{sd,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup} \quad (\text{A.41})$$

Onde o  $W_0$  é o módulo de resistência da seção.

#### iv. Armadura dupla seção T

Seguindo o mesmo procedimento adotado para a armadura dupla para seção retangular, seguindo os limites da NBR 6118 (2014), deve-se utilizar armadura na zona de compressão de forma a ficar nos domínios permitidos por essa norma.

Assim, quando o momento fletor solicitante de cálculo superar o  $M_{sd,lim}$ , deve-se utilizar armadura dupla e a seção fica conforme o representado abaixo:

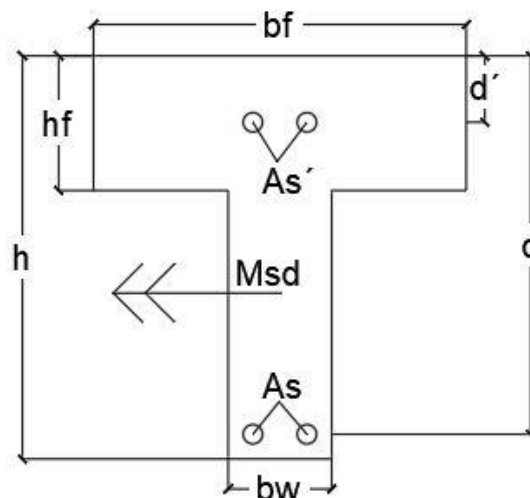


Figura A.7 – Seção T armadura dupla (Elaborado pela autora, 2018)

Da mesma forma que para seção T com armadura simples, deve-se calcular duas parcelas para a armadura de tração, o  $M_a$  e o  $M_w$ . O momento referente a área “a”, é idêntico ao de armadura simples e está definido em (A.35) e o para a área “w” está definido em (A.37). A armadura de aço da área “a” é igual a definida em (A.36), já para a  $A_w$  deve-se definir primeiro a armadura de compressão através do equilíbrio de momentos.

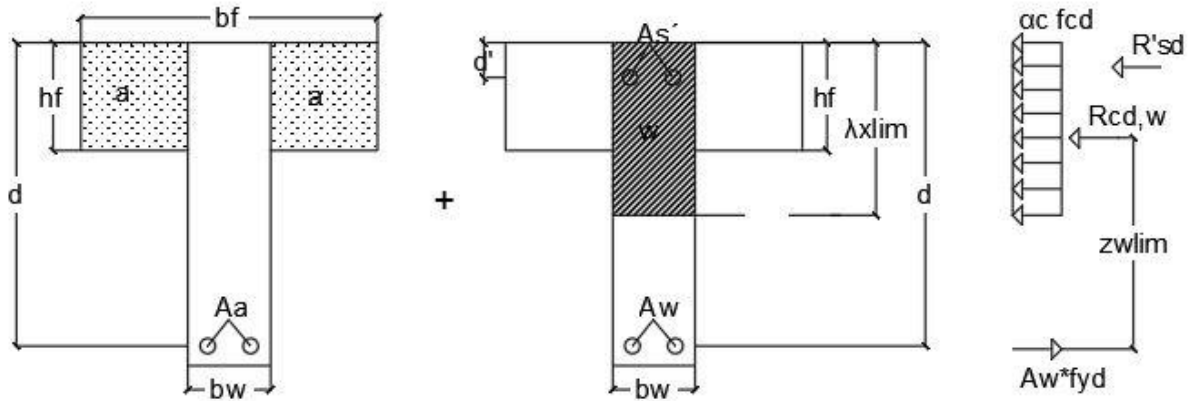


Figura A.8 – Armaduras seção T (Elaborado pela autora, 2018)

Na Figura A.8 fica nítida a separação entre as áreas e as forças atuantes na parte “w”. Pelo equilíbrio dos momentos é possível definir uma expressão para a armadura de compressão. Primeiramente, faz-se o somatório dos momentos atuante em “w”, conforme a seguir:

$$M_w = R'_{sd} * (d - d') + R_{cd,w} * z_{wlim} \quad (A.42)$$

De forma a facilitar a utilização da equação, pode-se substituir  $R'_{sd}$  pela equação (A.18), o  $R_{cd,w}$  pela equação (A.28) e  $z_{wlim}$  pela equação (A.30), e ao isolar o  $A'_s$  obtém-se:

$$A'_s = \frac{M_w - \lambda * x_{lim} * b_w * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim})}{\sigma'_{sd} * (d - d')} \quad (A.43)$$

Através do equilíbrio das forças tem-se a seguinte expressão:

$$A_w * f_{yd} = R'_{sd} + R_{cd,w} \quad (A.44)$$

Portanto, ao substituir  $R'_{sd}$  pela equação (A.18) e o  $R_{cd,w}$  pela equação (A.28) em (A.44) e isolar o  $A_w$ , chega-se a seguinte expressão:

$$A_w = \frac{A'_s * \sigma'_{sd} + \lambda * x_{lim} * b_w * \alpha_c * f_{cd}}{f_{yd}} \quad (A.45)$$

O  $A_s$  é igual a soma das parcelas  $A_w$  com  $A_a$ .

b. Dimensionamento à força cortante

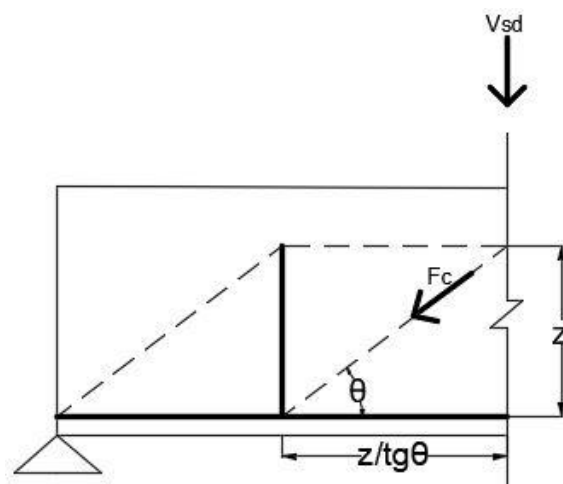


Figura A.9 – Detalhe treliça (Elaborado pela autora, 2018)

A partir da figura anterior, para a verificação da diagonal do concreto obtém-se a equação para a força da diagonal de concreto comprimida ( $F_c$ ), na qual a distância entre duas bielas sucessivas é dada por  $z/\text{tg } \theta$ .

$$F_c = \frac{V_{sd}}{\text{sen } \theta} \quad (\text{A.46})$$

A área de aplicação da força  $F_c$  pode ser vista melhor abaixo:

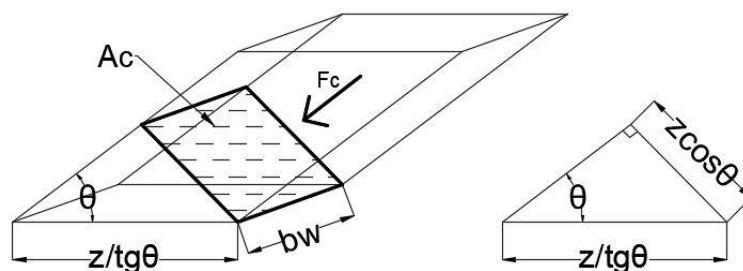


Figura A.10 – Detalhe área de aplicação da força da diagonal de concreto comprimida (Elaborado pela autora, 2018)

Assim, a área  $A_c$  é igual a:

$$A_c = b_w * z * \text{cos } \theta \quad (\text{A.47})$$

Como a tensão é igual a força dividida pela área, a tensão de compressão na biela de concreto pode ser definida conforme a seguir:

$$\sigma_c = \frac{F_c}{A_c} = \frac{V_{sd}}{\text{sen } \theta * b_w * z * \cos \theta} \quad (\text{A.48})$$

Para a seção no limite do domínio 2 com o 3, tem-se um braço de alavanca usual de  $z = 0,9 * d$  e ao substituir na equação anterior, obtém-se a seguinte equação:

$$\sigma_c = \frac{V_{sd}}{\text{sen } \theta * b_w * 0,9 * d * \cos \theta} \quad (\text{A.49})$$

A NBR 6118 (2014) item 22.3.2, determina que a tensão máxima que pode ser considerada para evitar o esmagamento da biela de compressão é de:

$$\sigma_{c,máx} = 0,6 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (\text{A.50})$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (\text{A.51})$$

Para  $f_{ck}$  em MPa.

Essa tensão já leva em consideração a redução da resistência à compressão causada pelas fissuras inclinadas.

Ao igualar  $\sigma_c$  com  $\sigma_{c,máx}$  obtém-se o chamado  $V_{Rd2}$ , que é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das bielas de compressão do concreto.

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d * \text{sen } 2\theta \quad (\text{A.52})$$

Onde o  $\theta$  é definido pela escolha do modelo de cálculo utilizado e NBR 6118 (2014) define os dois modelos de cálculo a seguir:

- Modelo I:  $\theta = 45^\circ$ ;
- Modelo II:  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

Através da Figura A.11 pode-se determinar o espaçamento longitudinal  $s$ .

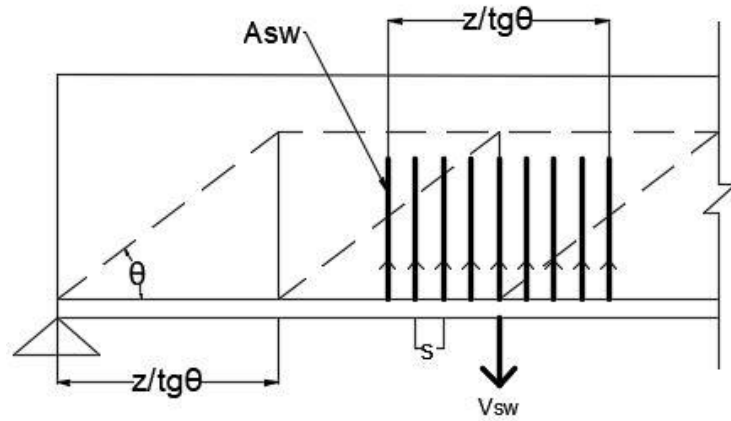


Figura A.11 – Detalhe treliça de Morsch (Elaborado pela autora, 2018)

Para a tensão na armadura  $f_{yd}$  igual a força vezes a área tem-se a seguinte equação:

$$f_{yd} = \frac{V_{sw}}{\left(\frac{A_{sw} * z}{s * \operatorname{tg} \theta}\right)} \quad (\text{A.53})$$

Onde  $A_{sw}$  é a área da armadura transversal de um estribo e  $\frac{z}{s * \operatorname{tg} \theta}$  é o número de estribos na distância entre duas bielas sucessivas.

Considerando a seção no limite do domínio 2 com o 3 e considerando-se um braço de alavanca usual  $z = 0,9 * d$ , ao substituir na equação anterior consegue-se a equação para o espaçamento longitudinal entre estribos.

$$s = \frac{A_{sw}}{V_{sw}} * 0,9 * d * f_{yd} * \cot \theta \quad (\text{A.54})$$

Onde o  $f_{yd}$  deve estar limitado a 435 MPa e a área da armadura transversal de um estribo é igual a:

$$A_{sw} = n_r * \frac{\pi * \phi_t^2}{4} \quad (\text{A.55})$$

Para  $n_r$  o número de ramos e  $\phi_t$  o diâmetro do estribo.

A NBR 6118 (2014) em seu item 17.4.2.1, determina que tem-se uma resistência estrutural satisfatória quando:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (\text{A.56})$$

$$V_{sd} \leq V_c + V_{sw} \quad (\text{A.57})$$

Para o qual  $V_{Rd2}$ ,  $V_c$  e  $V_{sw}$  possuem diferentes expressões em função do modelo de cálculo e caso  $V_{sd} - V_c < 0$ , então  $V_{sw}$  deve ser igual a zero, pois não se tem valor calculado e significa que os mecanismos complementares são suficientes para resistir ao esforço cortante, bastando utilizar a armadura mínima.

c. Dimensionamento ao momento torçor

i. Modelo resistente

A torção de equilíbrio provoca uma fissuração decorrente de um estado de cisalhamento simples. Na Figura A.12 pode-se ver as tensões de cisalhamento e as tensões principais para a seção.

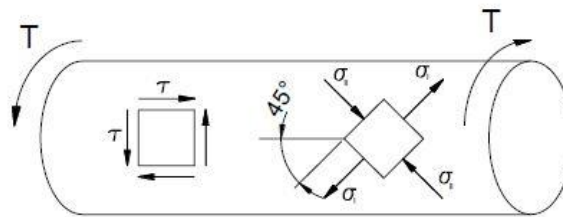


Figura A.12 – Tensões de cisalhamento e tensões principais (Bastos, 2017)

A variação da tensão de cisalhamento na seção transversal pode ser vista na Figura A.13. Essa tensão vale zero próximo ao centro de gravidade e nos vértices sendo máxima nas superfícies externas da seção.

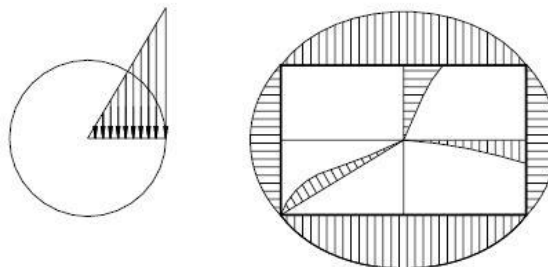


Figura A.13 – Tensões de cisalhamento e tensões principais (Bastos, 2017)

Por isso a NBR 6118 (2014), em seu item 17.5.1 define que a seção a ser dimensionada pode ser simplificada como uma seção vazada equivalente com um modelo estrutural de treliça

espacial. A norma citada, especifica que a inclinação das diagonais de compressão dessa treliça ( $\theta$ ), pode ser arbitrada entre 30° e 45°.

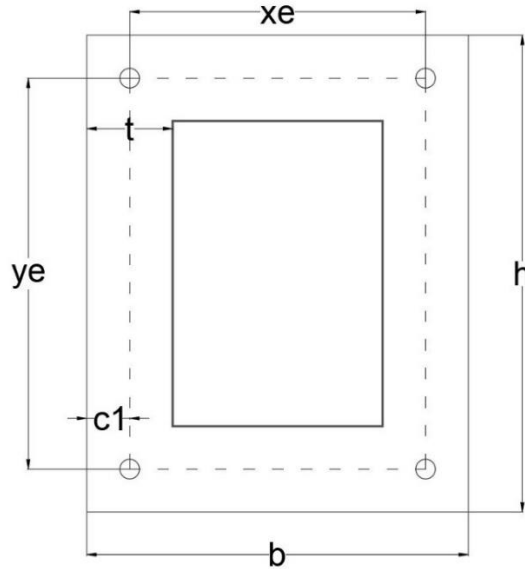


Figura A.14 – Seção vazada (Elaborado pela autora, 2018)

Através da figura anterior é possível definir as seguintes expressões:

$$x_e = b - t \quad (\text{A.58})$$

$$y_e = h - t \quad (\text{A.59})$$

Portanto, a área delimitada pela linha média da seção,  $A_e$ , é igual a:

$$A_e = x_e * y_e \quad (\text{A.60})$$

A NBR 6118 (2014) tópico 17.5.1.4.1 determina que para o dimensionamento a torção a espessura da seção vazada  $h_e$ , que nesse trabalho será chamado de  $t$ , é definido no intervalo a seguir:

$$2 * C_1 \leq t \leq \frac{A}{u} \quad (\text{A.61})$$

Para a qual  $C_1$  é a distância entre a face lateral da seção e o eixo da barra longitudinal, conforme Figura 3.23,  $u$  é o perímetro e  $A$  é a área, ambos da seção cheia.



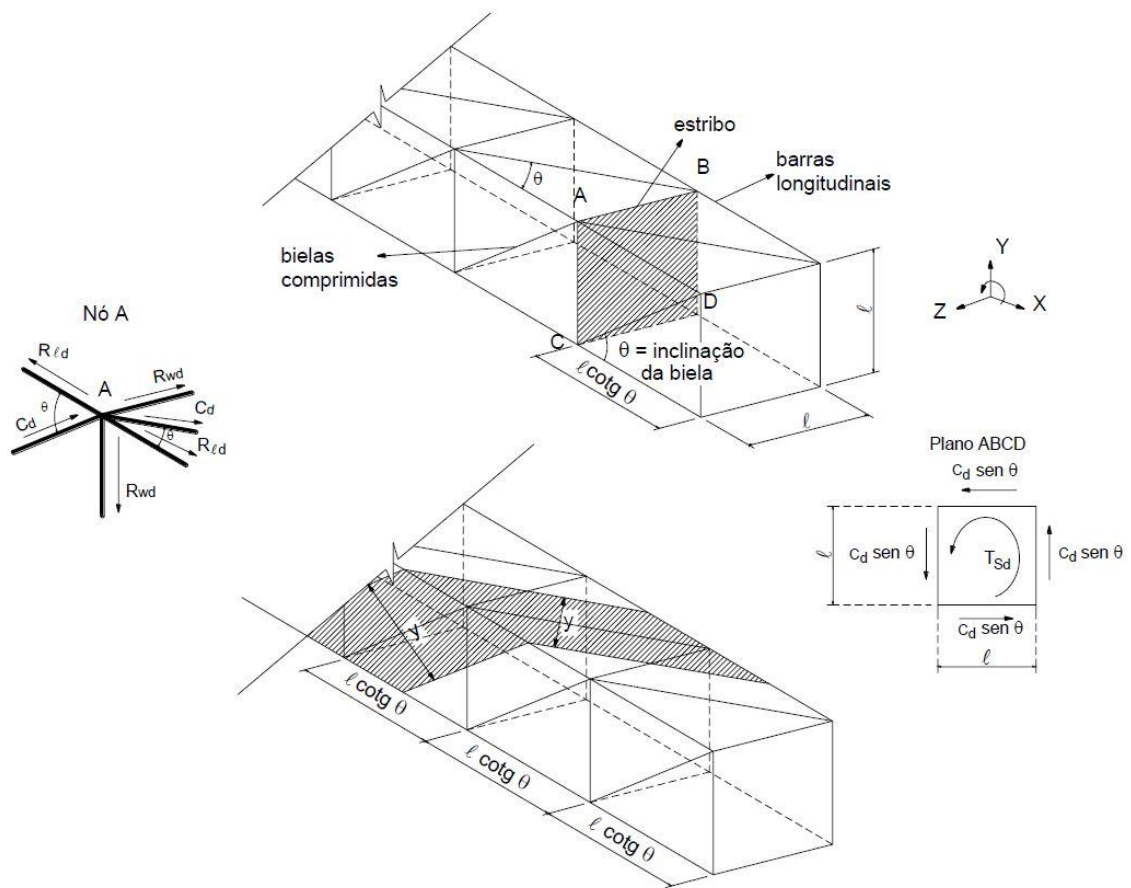


Figura A.15 – Treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000)

O modelo de treliça generalizada mostrado acima é indicado pela NBR 6118 (2014) para o dimensionamento de vigas de concreto armado à torção. A partir do plano ABCD da figura acima pode-se obter a força nas diagonais comprimidas. Primeiro é feita a igualdade entre os esforços resistentes internos com o momento torçor solicitante, conforme a seguir:

$$T_{sd} = C_d * \text{sen } \theta * l + C_d * \text{sen } \theta * l \quad (\text{A.62})$$

A partir de (A.62), obtém-se a equação para a força nas diagonais comprimidas, conforme a seguir:

$$C_d = \frac{T_{sd}}{2 * \text{sen } \theta * l} \quad (\text{A.63})$$

Onde  $l$  é a distância entre os banzos.

A força de compressão nas diagonais atua sobre uma seção transversal com área definida, conforme Bastos (2017), a seguir:

$$y * t = l * \cos \theta * t \quad (\text{A.64})$$

Onde  $t$  é a espessura da casca e  $y$  é a largura de influência da diagonal inclinada da treliça.

Ao substituir a força  $C_d$ , equação (A.63), pela tensão de compressão na diagonal vezes a área acima, encontra-se:

$$\sigma_{cd} * y * t = \sigma_{cd} * l * \cos \theta * t = \frac{T_{sd}}{2 * \sin \theta * l} \quad (\text{A.65})$$

Simplificando e substituindo  $l^2$  por  $A_e$ , obtém-se:

$$\sigma_{cd} = \frac{T_{sd}}{A_e * t * \sin 2\theta} \quad (\text{A.66})$$

A tensão máxima que pode ser considerada para evitar o esmagamento da biela de compressão é de:

$$\sigma_{c,m\acute{a}x} = 0,5 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (\text{A.67})$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (\text{A.68})$$

O  $f_{ck}$  deve ser em MPa.

Ao igualar  $\sigma_c$  com  $\sigma_{c,m\acute{a}x}$  obtém-se o chamado  $T_{Rd2}$ , que é a momento torçor resistente de cálculo relativo à ruína das diagonais comprimidas.

$$T_{Rd2} = 0,5 * \alpha_{v2} * f_{cd} * A_e * t * \sin 2\theta \quad (\text{A.69})$$

A NBR 6118 (2014) estabelece que para a compressão diagonal nas bielas deve respeitar o seguinte:

$$T_{sd} \leq T_{Rd2} \quad (\text{A.70})$$

## ii. Dimensionamento da armadura longitudinal

Para o cálculo da armadura longitudinal utiliza-se a figura abaixo.

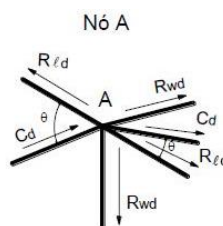


Figura A.16 – Nó A da treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000)

De acordo com as forças indicadas tem-se:

$$R_{ld} = C_d * \cos \theta \quad (\text{A.71})$$

Por sua vez o  $R_{ld}$  é igual a área da armadura longitudinal em cada vértice do estribo vezes a tensão do aço, como são 4 vértices fica conforme a equação seguinte:

$$\frac{A_{sl}}{4} * f_{yd} = C_d * \cos \theta \quad (\text{A.72})$$

Onde  $A_{sl}$  é a área da armadura longitudinal (soma das barras).

Ao substituir  $C_d$  obtém-se:

$$A_{sl} * f_{yd} = \frac{2 * T_{sd}}{\text{tg } \theta * l} \quad (\text{A.73})$$

Pode-se multiplicar pelo inverso do perímetro da seção vazada em ambos os lados da equação anterior, dado que  $u_e$  é igual a  $4l$  e após simplificar a equação obtém-se:

$$A_{sl} = \frac{T_{sd} * u_e}{2 * A_e * f_{yd} * \text{tg } \theta} \quad (\text{A.74})$$

A NBR 6118 (2014) define em 17.5.1.6 que a resistência proveniente das armaduras longitudinais é dada por:

$$T_{Rd4} = \frac{A_{sl}}{u_e} * 2 * A_e * f_{yd} * \text{tg } \theta \quad (\text{A.75})$$

Onde  $A_{sl}$  é a soma das seções das barras longitudinais,  $u_e$  é o perímetro referente a  $A_e$  e o  $f_{yd}$  deve estar limitado a 435 MPa.

A NBR 6118 (2014) também define que deve ser respeitada a seguinte inequação:

$$T_{sd} \leq T_{Rd4} \quad (\text{A.76})$$

Onde  $T_{sd}$  é o momento torçor solicitante de cálculo. Essa relação já é atendida ao se dimensionar a armadura longitudinal com a equação (A.74), pois a expressão do  $T_{Rd4}$  equivale a equação para  $A_{sl}$  substituindo o  $T_{Rd4}$  pelo  $T_{sd}$ .

A armadura mínima é definida em 17.5.1.2 da NBR 6118 (2014) como:

$$A_{s,min} = 0,2 * t * u_e * \frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \quad (\text{A.77})$$

Onde  $f_{ct,m}$  é:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (\text{A.78})$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (\text{A.79})$$

As barras longitudinais devem ser distribuídas de forma a manter constante a relação  $\frac{A_{sl}}{u_e}$ , assim tem-se:

$$A_{s,inf} = \frac{A_{sl}}{u_e} * x_e \quad (\text{A.80})$$

$$A_{s,sup} = \frac{A_{sl}}{u_e} * x_e \quad (\text{A.81})$$

$$A_{s,lateral/face} = \frac{A_{sl}}{u_e} * y_e \quad (\text{A.82})$$

A NBR 6118 (2014) determina em 17.7.1.2 que a armadura total na zona tracionada pela flexão, é igual a armadura de torção acrescentada à armadura necessária para a flexão.

### iii. Dimensionamento da armadura transversal

A NBR 6118 (2014) prevê que na combinação de força cortante com momento torçor, deve-se compatibilizar os ângulos de inclinação das diagonais comprimidas de forma que esse ângulo seja o mesmo para os dois esforços.

Dessa forma a norma citada em seu item 17.7.2.2, determina que para a verificação da compressão diagonal do concreto ser atendida deve-se obedecer a seguinte expressão:

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd2}} + \frac{T_{sd}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (\text{A.83})$$

Onde  $V_{sd}$  e  $T_{sd}$  são o cortante solicitante de cálculo e o momento torçor solicitante de cálculo, respectivamente. O  $V_{Rd2}$  e  $T_{Rd2}$ , conforme definidos anteriormente, estão abaixo:

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d * \text{sen } 2\theta \quad (\text{A.84})$$

$$T_{Rd2} = 0,5 * \alpha_{v2} * f_{cd} * A_e * t * \text{sen } 2\theta \quad (\text{A.85})$$

Para o cálculo da armadura transversal utiliza-se a seguinte figura:

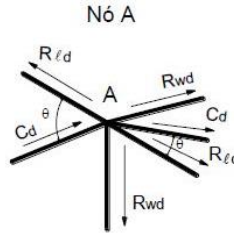


Figura A.17 – Nó A da treliça espacial generalizada (Lima et al., 2000)

Ao fazer o equilíbrio do nó A para o eixo z tem-se:

$$R_{wd} = C_d * \text{sen } \theta = \frac{T_{sd}}{2 * l} \quad (\text{A.86})$$

Onde  $R_{wd}$  é a força nos montantes verticais e horizontais.

Considera-se que  $\frac{l * \cot \theta}{s}$  é o número de barras do estribo na distância compreendida por duas bielas sucessivas, com isso obtém-se:

$$R_{wd} = \frac{l * \cot \theta}{s} * A_{90} * f_{yd} \quad (\text{A.87})$$

Sendo  $A_{90}$  a área de um ramo do estribo.

Ao igualar a equação (A.86) com a (A.87) obtém-se a equação para cálculo da armadura transversal:

$$\frac{A_{90}}{s} = \frac{T_{sd}}{2 * A_e * f_{yd} * \cot \theta} \quad (\text{A.88})$$

Onde  $f_{yd}$  deve ser limitado a 435 MPa

A NBR 6118 (2014), define que também deve ser atendida a seguinte condição:

$$T_{sd} \leq T_{Rd3} \quad (\text{A.89})$$

Na qual o  $T_{Rd3}$ , item 17.5.1.6 da norma, é a resistência proveniente dos estribos, conforme a seguir:

$$T_{Rd3} = \frac{A_{90}}{s} * 2 * A_e * f_{yd} * \cot \theta \quad (\text{A.90})$$

Onde  $f_{yd}$  deve ser limitado a 435 MPa e essa equação equivale a (A.88) substituindo o  $T_{Rd3}$  pelo  $T_{sd}$ . Portanto ao se dimensionar a armadura transversal com a equação (A.88), atende-se à condição definida na norma.

Segundo a NBR 6118 (2014) a armadura transversal mínima pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\frac{A_{90,min}}{s} = 0,2 * t * \frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \quad (\text{A.91})$$

Onde  $t$  é definido em (A.61), o  $f_{yk}$  deve ser menor ou igual a 500 MPa e  $f_{ct,m}$  é:

- Para concretos do Grupo I (até C50):

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (\text{A.92})$$

- Para concretos do Grupo II (C55 até C90):

$$f_{ct,m} = 2,12 * \ln(1 + 0,11 * f_{ck}) \quad (\text{A.93})$$

A NBR 6118 (2014), define em 17.7.2.3 que a armadura transversal será dada pela soma das armaduras calculadas separadamente para o  $V_{sd}$  e para o  $T_{sd}$ . No caso de dois ramos, a expressão fica conforme a seguir:

$$\frac{A_{sw,total}}{s} = \frac{A_{sw}}{s} + 2 * \frac{A_{90}}{s} \quad (\text{A.94})$$

## B. Deduções concreto protendido

- a. Dimensionamento da armadura passiva no ELU

- i. Armadura simples

Na figura abaixo estão demonstrados elementos e reações que atuam na seção retangular com armadura simples e protensão. A partir dessa seção é possível determinar as equações para o cálculo da armadura passiva.

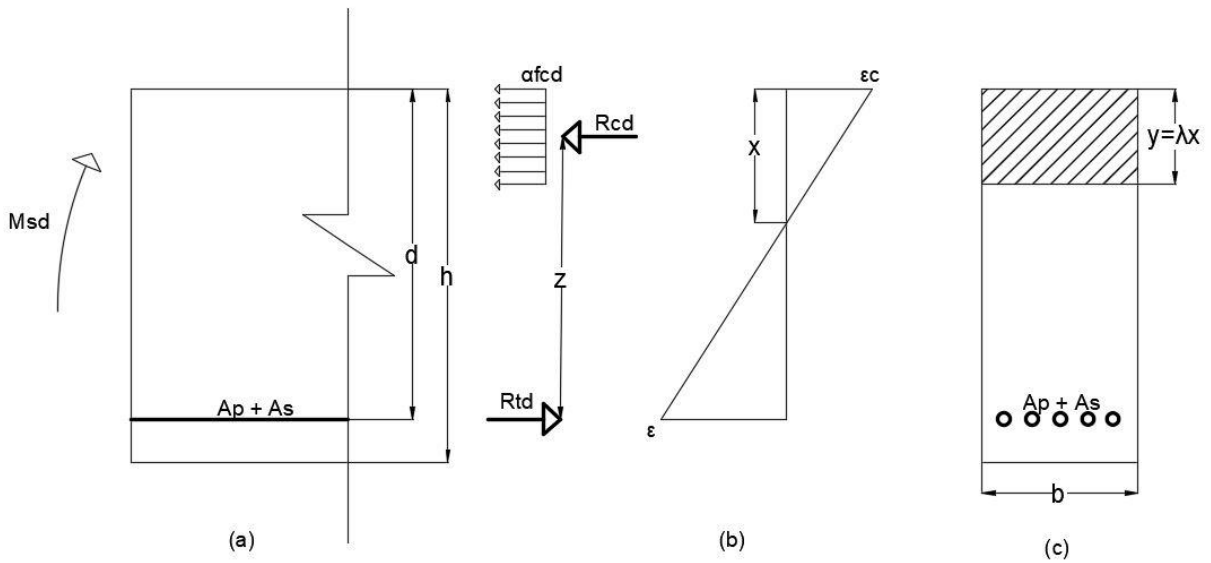


Figura A.18 – Seção retangular armadura simples e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018)

A força atuante no concreto é igual a tensão vezes a área de atuação da força, resultando na equação a seguir:

$$R_{cd} = b * \lambda * x * \alpha_c * f_{cd} \quad (B.1)$$

A força atuante no aço é igual a soma da força atuante na armadura ativa com a atuante na armadura passiva, conforme exposto a seguir:

$$R_{td} = A_p * \sigma_{pd} + A_s * \sigma_{sd} \quad (B.2)$$

Igualmente ao feito para concreto armado, obtém-se a equação para o  $M_{sd,lim}$ , de forma a determinar se será utilizada armadura simples ou dupla.

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (B.3)$$

Para a qual, conforme 3.1.2,  $x_{lim}$  obedece a os limites de ductilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Portanto, pode-se utilizar para a armadura passiva a tensão do aço igual a  $f_{yd}$ .

Para a altura da linha neutra ( $x$ ), a partir do equilíbrio de momentos obtém-se a equação exposta a seguir:

$$x = \frac{d}{\lambda} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * M_{sd}}{b * d^2 * \alpha_c * f_{cd}}} \right) \quad (\text{B.4})$$

ii. Tensão para protensão aderente

Hanoi (2005) define que os cálculos para concreto armado e protendido são basicamente os mesmos, porém para o concreto protendido a armadura ativa sofre um pré-alongamento. Por isso para calcular a deformação deve-se levar em consideração esse estado inicial, no qual é convencionalizado que existem apenas as tensões de protensão. A deformação pode ser representada pela tensão dividida pelo módulo de elasticidade e a tensão é igual a força sobre a área, tem-se a seguinte equação para a deformação de pré-alongamento:

$$\varepsilon_{pré} = \frac{P_{\infty} * \gamma_p}{A_p * E_p} \quad (\text{B.5})$$

Onde  $P_{\infty}$  é a força de protensão após as perdas totais. A NBR 6118 (2014) define para combinações normais de ações o  $\gamma_p$  valendo 1,2 para ações desfavoráveis e 0,9 para ações favoráveis,  $A_p$  é área de uma cordoalha da armadura de protensão e a NBR 6118 (2014) indica o valor de 200 GPa para o  $E_p$ .

Carvalho (2012) define que deve-se considerar uma parcela de deformação de descompressão, que é uma deformação de encurtamento ao nível do centro de gravidade da armadura ativa devido exclusivamente à protensão, mas que o valor em geral é desprezível. Ela pode ser encontrada pelo diagrama tensão-deformação, ao substituir a tensão por força dividida pela área e resulta na equação a seguir:

$$\varepsilon_{des} = \left( \frac{P_{\infty}}{A_p} + \frac{P_{\infty} * e_p^2}{A_p} \right) * \gamma_p * \frac{1}{E_p} \quad (\text{B.6})$$

Onde  $e_p$  é a excentricidade de protensão.



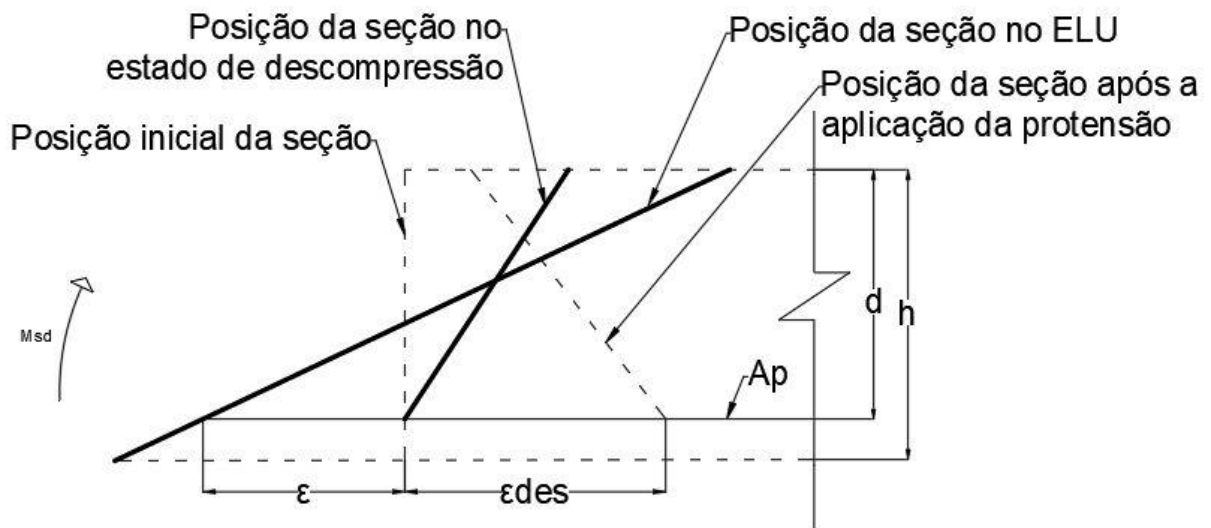


Figura A.19 – Seção no estado limite de descompressão e no ELU (Elaborado pela autora, 2018)

Segundo Carvalho (2012) a deformação do aço de protensão é composta por três parcelas, a primeira, de pré-alongamento devido a distensão provocada pelo macaco descontada das perdas, a segunda de descompressão e a última referente a seção no ELU e as movimentações do concreto, conforme a Figura A.19.

No que diz respeito a parcela de deformação referente ao ELU, se a peça estiver no domínio 2 vale 10%, conforme Figura 3.1. Caso contrário basta fazer semelhança de triângulos na Figura A.18 b) e obtém-se a seguinte equação:

$$\epsilon = \frac{(d - x) * \epsilon_c}{x} \quad (B.7)$$

Onde  $d$  é a altura útil da seção,  $x$  é a altura da linha neutra da seção e  $\epsilon_c$  é a deformação do concreto.

Portanto, a deformação da protensão é igual a seguinte equação:

$$\epsilon_p = \epsilon_{pré} + \epsilon_{des} + \epsilon \quad (B.8)$$

Com essa deformação é possível encontrar o valor da tensão  $\sigma_{pd}$  a partir do diagrama tensão-deformação presente na Figura 2.4.

### iii. Tensão para protensão não aderente

A tensão para a armadura de protensão não aderente é calculada de forma diferente da aderente, pois a armadura não adere ao concreto, logo a deformação deles não é a mesma.

Assim, a NBR 6118 (2014) item 17.2.2 define que para armadura ativa não aderente, na ausência de ensaios, as expressões para acréscimo de tensões, de acordo com a relação do vão dividido pela altura útil, dever ser as seguintes:

- Se  $\frac{L}{d} \leq 35$ :

$$\Delta\sigma_{pd} = 70 + \frac{f_{ck}}{100 * \rho_p} \quad (\text{B.9})$$

Onde  $\Delta\sigma_{pd}$  não pode ultrapassar 420 MPa.

- Se  $\frac{L}{d} < 35$ :

$$\Delta\sigma_{pd} = 70 + \frac{f_{ck}}{300 * \rho_p} \quad (\text{B.10})$$

Onde  $\Delta\sigma_{pd}$  não pode ultrapassar 210 MPa e  $\rho_p$  é igual a:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b * d} \quad (\text{B.11})$$

Logo a tensão de protensão é igual a:

$$\sigma_{pd} = \gamma_p * \left( \frac{P_{\infty}}{A_p} + \Delta\sigma_{pd} \right) \quad (\text{B.12})$$

#### iv. Cálculo da armadura passiva

O  $R_{td}$  é composto por uma parcela de armadura ativa e outra de armadura passiva. A parcela referente à armadura de protensão é igual a  $A_p * \sigma_{pd}$ . Se essa parcela de protensão for maior que o  $R_{cd}$ , significa que a seção já está equilibrada apenas com a protensão e não há necessidade de se calcular a armadura passiva, podendo utilizar apenas a armadura passiva mínima. Caso contrário, deve-se calcular essa armadura passiva. Assim, com base na Figura A.18 fazendo o equilíbrio das forças:

$$R_{td} = R_{cd} \quad (\text{B.13})$$

Ao substituir  $R_{td}$  pela soma das parcelas da armadura ativa com a da armadura passiva e a equação do  $R_{cd}$  na equação acima, obtém-se a seguinte equação para o cálculo da armadura passiva:

$$A_s = \frac{b * \lambda * x * \alpha_c * f_{cd} - A_p * \sigma_{pd}}{f_{yd}} \quad (\text{B.14})$$

v. Armadura passiva mínima

A NBR 6118 (2014) determina valores mínimos para a taxa geométrica de armadura passiva ( $\rho_s$ ) referente a laje, os quais estão descritos na Tabela B.1 e os valores para o  $\rho_{mín}$  estão na Tabela B.2. Para vigas, recomenda-se utilizar os valores da abaixo para lajes armadas em uma direção.

Tabela B.1 – Valores mínimos para armaduras passivas

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{mín}$
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{mín}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{mín} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{mín}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{mín}$		–
Onde: $\rho_s = A_s/bw \cdot h$ e $\rho_p = A_p/bw \cdot h$ .			

Fonte: NBR 6118, 2014

Tabela B.2 – Taxas mínimas de armadura de flexão

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^{(a)}$ (%)														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

(a) Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$ ,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado.

$\rho_{\min} = A_{s,\min}/A_c$

Fonte: NBR 6118, 2014

A NBR 6118 (2014) determina em 19.3.3.2 que para lajes lisas ou cogumelos com armadura ativa não aderente sob os apoios, a armadura negativa deve respeitar o seguinte valor mínimo:

$$A_s \geq 0,00075 * h * L \quad (B.15)$$

Onde  $h$  é a altura da laje e  $L$  é vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

#### vi. Armadura dupla

Similarmente ao feito para o concreto armado, tem-se na figura abaixo a seção retangular com as forças representadas e o diagrama das deformações, considerando a protensão.

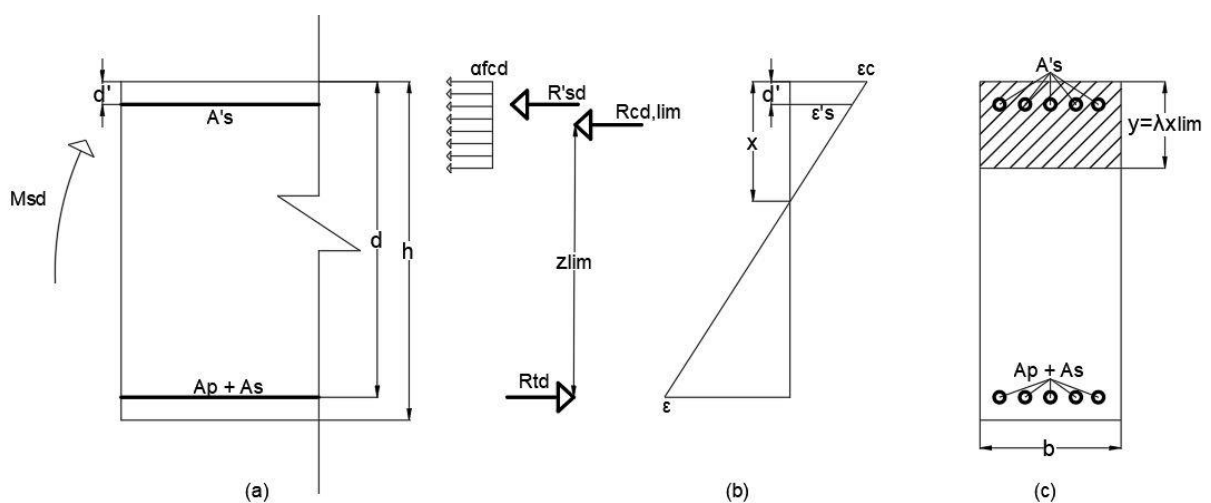


Figura A.20 – Seção retangular armadura dupla e diagrama de deformações com protensão. (a) Vista lateral; (b) Deformações e (c) Vista frontal. (Elaborado pela autora, 2018)

O  $R_{cd,lim}$  é:

$$R_{cd,lim} = b * \lambda * \eta_{lim} * d * \alpha_c * f_{cd} \quad (B.16)$$

O  $M_{sd,lim}$  é igual a equação a seguir:

$$M_{sd,lim} = b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} * (d - 0,5 * \lambda * x_{lim}) \quad (B.17)$$

Para a qual, conforme 3.1.2,  $x_{lim}$  obedece a os limites de ductilidade da NBR 6118 (2014) e garante que a seção está nos domínios 2 e 3, são eles:

- Grupo I: a relação  $x_{lim} \leq 0,45 * d$ ;
- Grupo II: a relação  $x_{lim} \leq 0,35 * d$ .

Através da Figura A.20 (b) é viável encontrar uma relação para determinar a deformação da armadura comprimida, e fica conforme abaixo:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c * \frac{(x_{lim} - d')}{x_{lim}} \quad (B.18)$$

Com essa deformação e através do diagrama tensão-deformação obtém-se a tensão na armadura de compressão.

Portanto, similarmente ao feito para concreto armado, o  $A'_s$  é determinado por:

$$A'_s = \frac{M_{sd} - M_{sd,lim}}{\sigma'_{sd} * (d - d')} \quad (B.19)$$

A NBR 6118 (2014) item 14.6.4.3 permite dimensionar a armadura de tração até a relação limite de  $\eta_{lim}$ , conforme no tópico 3.1.2 desse trabalho. Caso esse valor seja superior aos parâmetros normatizados e deseja-se manter os parâmetros inicialmente adotados, deve-se adicionar armadura na região de compressão com o objetivo de adequar a peça aos domínios de deformação permitidos pela norma (ver item 3.1.1).

Portanto, se o  $M_{sd}$  for maior que o  $M_{sd,lim}$  é necessário utilizar armadura dupla na seção. A partir do equilíbrio das forças na Figura A.20, encontra-se a seguinte equação:

$$R_{td} = R'_{sd} + R_{cd,lim} \quad (B.20)$$

O  $R_{td}$  é composto de uma parcela referente a armadura ativa e uma parcela referente a armadura passiva. Dessa forma, se a parcela da protensão já for maior ou igual a do  $R'_{sd} +$

$R_{cd,lim}$ , significa que a seção já está equilibrada, apenas com a protensão e é necessário apenas utilizar a armadura mínima, descrita em (v).

Caso contrário, deve-se calcular o  $A_s$ , e ao substituir o  $R_{td}$  pela parcela da armadura ativa e a da armadura passiva na equação (B.20), obtém-se a seguinte equação para a área de aço:

$$A_s = \frac{A'_s * \sigma'_{sd} + b * \lambda * x_{lim} * \alpha_c * f_{cd} - A_p * \sigma_{pd}}{f_{yd}} \quad (B.21)$$

Para calcular o valor da tensão na armadura de protensão aplica-se o mesmo processo que em (ii) e (iii).

## C. Códigos

### a. Janela Inicial

Contém apenas os comandos para abrir as outras janelas.

```
Private Sub btatoprot_Click()
```

```
    ELUato.Show
```

```
End Sub
```

```
Private Sub btels_Click()
```

```
    ELSserviço.Show
```

```
End Sub
```

```
Private Sub btelu_Click()
```

```
    FlexRetangular.Show
```

```
End Sub
```

```
Private Sub BtnArmaduraRetangular_Click()
```

```
    armaduraret.Show
```

End Sub

Private Sub cbcortante\_Click()

    cortante.Show

End Sub

Private Sub cbcortor\_Click()

    cortort.Show

End Sub

Private Sub cbdetviga\_Click()

    detviga.Show

End Sub

Private Sub cctorção\_Click()

    flexort.Show

End Sub

Private Sub BtnArmaduraT\_Click()

    armadurat.Show

End Sub

Private Sub Btndetprot\_Click()

    detprot.Show

End Sub

Private Sub CommandButton1\_Click()

    ForçMaxTração.Show

End Sub

Private Sub CommandButton2\_Click()

    AsminVigas.Show

End Sub

```
Private Sub CommandButton3_Click()
```

```
    AsminLajes.Show
```

```
End Sub
```

#### b. Flexão Simples - Seção Retangular

```
Private Sub btnCalcular_Click()
```

```
On error resume next
```

```
'Atribuindo os dados de entrada às variáveis que serão utilizadas
```

```
b = Me.txtb.Text 'cm
```

```
h = Me.txth.Text 'cm
```

```
d = Me.txtd.Text 'cm
```

```
d' = Me.txtd'.Text 'cm
```

```
msd = Me.txtmsd.Text 'Kn.m
```

```
fck = Me.txtfck.Text 'MPa
```

```
gamac = Me.txtgamac.Text
```

```
fyk = Me.txtfyk.Text 'MPa
```

```
gamas = Me.txtgamas.Text
```

```
Es = Me.tbEs.Text 'GPa
```

```
fcd = (fck / gamac) 'MPa 'Resistência de cálculo à compressão do concreto
```

```
'Aviso se Es diferente de 210 GPa
```

```
If Me.tbEs <> 210 Then
```

```
    MsgBox "Es vale 210 GPa segundo a NBR 6118 (2014)", vbInformation, "Aviso"
```

```
End If
```

```
'Condições para execução do programa
```

```
'Se não atendidas retornar uma mensagem e não mostra os resultados
```



If Me.txtfck > 90 Then

MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbsimplesdupla = "-"

Me.lbdominio = "-"

Me.tbxd = "-"

Me.tbascal = "-"

Me.tbasmin = "-"

Me.tbas = "-"

Me.tbas' = "-"

ElseIf Me.tbeta50 > 0.628 And Me.txtfyk = 500 Then

MsgBox "O programa só é válido quando os seguintes limites são atendidos: Concreto até C50:  $(X_{lim}/d) \leq 0,628$  para CA-50 e  $(X_{lim}/d) \leq 0,585$  para CA-60 Concreto C55 até C90:  $(X_{lim}/d) \leq 0,35$ .", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbsimplesdupla = "-"

Me.lbdominio = "-"

Me.tbxd = "-"

Me.tbascal = "-"

Me.tbasmin = "-"

Me.tbas = "-"

Me.tbas' = "-"

ElseIf Me.tbeta50 > 0.585 And Me.txtfyk = 600 Then

MsgBox "O programa só é válido quando os seguintes limites são atendidos: Concreto até C50:  $(X_{lim}/d) \leq 0,628$  para CA-50 e  $(X_{lim}/d) \leq 0,585$  para CA-60 Concreto C55 até C90:  $(X_{lim}/d) \leq 0,35$ .", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbsimplesdupla = "-"

Me.lbdominio = "-"

Me.tbxd = "-"

Me.tbascal = "-"

Me.tbasmin = "-"

Me.tbas = "-"

Me.tbas' = "-"

ElseIf Me.txtfck > 50 And Me.tbeta90 > 0.35 Then

MsgBox "O programa só é válido quando os seguintes limites são atendidos: Concreto até C50: (Xlim/d) <= 0,628 para CA-50 e (Xlim/d) <= 0,585 para CA-60 Concreto C55 até C90: (Xlim/d) <= 0,35.", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbsimplesdupla = "-"

Me.lbdominio = "-"

Me.tbxd = "-"

Me.tbascal = "-"

Me.tbasmin = "-"

Me.tbas = "-"

Me.tbas' = "-"

Else 'Caso passe nos critérios anteriores, avança para o programa

'Definição de casos, temos valores para quando o fck é menor ou igual a 50 MPa e outros para quando é maior

Select Case fck

Case Is <= 50

alphac = 0.85

lambda = 0.8

eu = 3.5 / 1000

fctm = 0.3 \* fck ^ (2 / 3) 'MPa 'Resistência à tração média do concreto

etalim = Me.tbeta50.Text

Case Is > 50

alphac = 0.85 \* (1 - (fck - 50) / 200)

lambda = 0.8 - (fck - 50) / 400

eu = (2.6 + 35 \* (((90 - fck) / 100) ^ 4)) / 1000

fctm = 2.12 \* Log(1 + 0.11 \* fck) 'MPa 'Resistência à tração média do concreto

etalim = Me.tbeta90.Text

End Select

fctsup = fctm \* 1.3 'MPa 'Resistência à tração superior do concreto

fyd = fyk / gamas 'MPa 'Resistência de cálculo do aço

eyd = (fyd / Es) / 1000 'Deformação do aço

'Critério de ductilidade da NBR 6118:2014

xlim = etalim \* d 'cm 'Altura da linha neutra

msdlim = lambda \* etalim \* (d ^ 2) \* (b / 100) \* alphac \* (fcd / 10) \* (1 - 0.5 \* lambda \*  
etalim) 'KN.m

'Valores mínimos de segurança:

I = (b \* h ^ 3) / 12 'cm4 'Momento de inércia da seção

Y = h / 2 'cm

w = I / Y 'cm3 'Módulo de resistência da seção transversal

msdmin = 0.8 \* w \* (fctsup / 10) 'Kn.cm 'Momento para cálculo de As,mín no ELU

xmin = (d / lambda) \* (1 - Sqr(1 - (2 \* msdmin) / (b \* (d ^ 2) \* alphac \* fcd / 10))) 'cm  
'Altura mínima da linha neutra

$asmin = (\lambda * x_{min} * b * \alpha * f_{cd}) / (f_{yd})$  'cm2 'Área mínima de aço

'Armadura mínima deve ser maior ou igual  $0,15\% * b * h$

If  $(0.15 / 100) * b * h \geq asmin$  Then

$asmin = (0.15 / 100) * b * h$

Else

$asmin = (\lambda * x_{min} * b * \alpha * f_{cd}) / (f_{yd})$

End If

Me.tbasmin = WorksheetFunction.RoundUp(asmin, 2)

'Cálculo da altura da linha neutra

'Verificação de armadura dupla

If  $(msd - msd_{lim}) > 0$  Then

Me.lbsimplesdupla = "Dupla!"

$X = x_{lim}$

ElseIf  $(msd - msd_{lim}) \leq 0$  Then

Me.lbsimplesdupla = "Simples!"

$X = (d / \lambda) * (1 - \text{Sqr}(1 - (2 * msd * 100) / (b * (d ^ 2) * \alpha * f_{cd} / 10)))$  'cm2

End If

If  $(msd - msd_{lim}) > 0$  Then

$\Delta m = (msd - msd_{lim})$

Else

$\Delta m = 0$

End If

'Verificação do domínio de deformação

$$x2limsobd = eu / (0.01 + eu) \quad 'x2lim/d$$

$$x3limsobd = eu / (eyd + eu) \quad 'x3lim/d$$

If (X / d) <= x2limsobd Then

$$Me.lbdominio = "2"$$

ElseIf (X / d) <= x3limsobd Then

$$Me.lbdominio = "3"$$

ElseIf (X / d) > x3limsobd Then

$$Me.lbdominio = "3"$$

End If

$$Me.tbxd = WorksheetFunction.RoundUp((X / d), 3)$$

'Verificação se sigmasd=fyd

$$e's = eu * (etalim * d - d') / (etalim * d)$$

If e's < eyd Then

$$sigmasd = e's * Es * 10^5 \text{ 'N/cm}^2$$

Else

$$sigmasd = fyd * 100 \text{ 'N/cm}^2$$

End If

'Cálculo da armadura de compressão (dupla)

If deltam = 0 Then

$$as' = 0$$

$$Me.tbas' = as'$$

Else

$$as' = (deltam * (10^5)) / (sigmasd * (d - d')) \quad \text{'cm}^2$$

```

If as' < 0 Then
    MsgBox "As' negativo! AUMENTAR A POSIÇÃO LIMITE X/D", vbCritical,
"Atenção!"
End If
as' = FormatNumber(as', 2) 'Para mostrar apenas duas casas decimais
Me.tbas' = as' 'Imprime o resultado

End If

'Cálculo da armadura de tração

If (((sigmasd * as' + lambda * X * b * alphac * fcd * 100) / (fyd * 100)) > (((sigmasd * as')
/ (fyd * 100)) + asmin) Then
    aas = (((sigmasd * as' + lambda * X * b * alphac * fcd * 100) / (fyd * 100)) 'cm2 'Foi
definido com aas ao invés de as, por o programa não reconhecer com um variável e sim como
uma das suas funções.
Else
    aas = (((sigmasd * as') / (fyd * 100)) + asmin) 'cm2
End If

aas = WorksheetFunction.RoundUp(aas, 2) 'Para mostrar apenas 2 casas decimais

Me.tbas = aas 'Imprime o resultado

Me.tbascal = WorksheetFunction.RoundUp(((sigmasd * as' + lambda * X * b * alphac *
fcd * 100) / (fyd * 100)), 2)

End If

```

End Sub

Private Sub CommandButton3\_Click()

cbdominio.Show

End Sub

Private Sub UserForm\_Initialize()

Me.txtfyk.AddItem "500"

Me.txtfyk.AddItem "600"

End Sub

c. Flexão Simples - Seção T

Private Sub btnCalcular\_Click()

On error resume next

'Definição das variáveis

h = Me.h.Text 'cm

bw = Me.bw.Text 'cm

hf = Me.hf.Text 'cm

bf = Me.bf.Text 'cm

d = Me.d.Text 'cm

d' = Me.d'.Text 'cm

msd = Me.msds.Text 'kN.m

```
fck = Me.fck.Text 'MPa
fyk = Me.fyk.Text 'MPa
gamac = Me.gamac.Text
gamas = Me.gamas.Text
Es = Me.tbEs.Text 'GPa
beta50 = Me.beta50.Text
beta90 = Me.beta90.Text
```

```
'Aviso se Es diferente de 210 GPa
```

```
If Me.tbEs <> 210 Then
```

```
    MsgBox "Es vale 210 GPa segundo a NBR 6118 (2014)", vbInformation, "Aviso"
```

```
End If
```

```
'Condições para execução do programa
```

```
'Se não atendidas retornar uma mensagem e não mostra os resultados
```

```
If Me.fck > 90 Then
```

```
    MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"
```

```
Me.lbln = "-"
```

```
Me.lbdom = "-"
```

```
Me.lbar = "-"
```

```
Me.lbx d = "-"
```

```
Me.tbascal = "-"
```

```
Me.tbasmin = "-"
```

```
Me.tbas = "-"
```

```
Me.tbas' = "-"
```

```
ElseIf Me.beta50 > 0.628 And Me.fyk = 500 Or Me.beta50 > 0.585 And Me.fyk = 600 Or  
Me.fck > 50 And Me.beta90 > 0.35 Then
```



MsgBox "O programa só é válido quando os seguintes limites são atendidos: Concreto até C50:  $(X_{lim}/d) \leq 0,628$  para CA-50 e  $(X_{lim}/d) \leq 0,585$  para CA-60 Concreto C55 até C90:  $(X_{lim}/d) \leq 0,35$ .", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbln = "-"

Me.lbdom = "-"

Me.lbar = "-"

Me.lbx d = "-"

Me.tbascal = "-"

Me.tbasmin = "-"

Me.tbas = "-"

Me.tbas' = "-"

Else 'Caso passe nos critérios anteriores, avança para o programa

'Valores obtidos com os dados de entrada

'Concreto

fcd = fck / gamac 'MPa

'Definição de casos, temos valores para quando o fck é menor ou igual a 50 MPa e outros para quando é maior

Select Case fck

Case Is <= 50

alphac = 0.85

lambda = 0.8

eu = 3.5 / 1000

fctm = 0.3 \* fck ^ (2 / 3) 'MPa 'Resistência à tração média do concreto

etalim = Me.beta50.Text

Case Is > 50

$$\text{alphac} = 0.85 * (1 - (\text{fck} - 50) / 200)$$

$$\text{lambda} = 0.8 - (\text{fck} - 50) / 400$$

$$\text{eu} = (2.6 + 35 * (((90 - \text{fck}) / 100) ^ 4)) / 1000$$

$$\text{fctm} = 2.12 * \text{Log}(1 + 0.11 * \text{fck}) \text{ 'MPa } \text{ 'Resistência à tração média do concreto}$$

$$\text{etalim} = \text{Me.beta90.Text}$$

End Select

$$\text{fctsup} = \text{fctm} * 1.3 \text{ 'MPa } \text{ 'Resistência à tração superior do concreto}$$

'Aço

$$\text{fyd} = \text{fyk} / \text{gamas} \text{ 'MPa } \text{ 'Resistência de cálculo do aço}$$

$$\text{eyd} = (\text{fyd} / \text{Es}) / 1000 \text{ 'Deformação do aço}$$

'Critério de ductilidade da NBR 6118:2014

$$\text{xlim} = \text{etalim} * \text{d} \text{ 'cm } \text{ 'Altura da linha neutra}$$

'Momento resistido pela mesa comprimida

$$\text{mrf} = \text{bf} * \text{hf} * \text{alphac} * (\text{fcd} / 10) * (\text{d} - 0.5 * \text{hf}) / 100 \text{ 'kN.m}$$

If (msd - mrf) <= 0 Then

'Seção retangular com b = bf

$$\text{Me.lbln} = \text{"na mesa"}$$

$$\text{msdlim} = \text{lambda} * \text{etalim} * (\text{d} ^ 2) * (\text{bf} / 100) * \text{alphac} * (\text{fcd} / 10) * (1 - 0.5 * \text{lambda} * \text{etalim}) \text{ 'KN.m}$$

'Valores mínimos de segurança:

$$\text{A1} = \text{bf} * \text{hf} \text{ 'cm}^2$$

$$\text{A2} = (\text{h} - \text{hf}) * \text{bw} \text{ 'cm}^2$$

$$y1 = hf / 2 + (h - hf) \text{ 'cm}$$

$$y2 = (h - hf) / 2 \text{ 'cm}$$

$$Y = (A1 * y1 + A2 * y2) / (A1 + A2) \text{ 'cm}$$

$$I = (bf * hf ^ 3) / 12 + A1 * (Y - y1) ^ 2 + (bw * (h - hf) ^ 3) / 12 + A2 * (Y - y2) ^ 2 \text{ 'cm}^4$$

$$w = I / Y \text{ 'cm}^3 \text{ 'Módulo de resistência da seção transversal}$$

$$msdmin = 0.8 * w * (fctsup / 10) \text{ 'Kn.cm 'Momento para cálculo de } A_{s,min} \text{ no ELU}$$

$$xmin = (d / lambda) * (1 - Sqr(1 - (2 * msdmin) / (bf * (d ^ 2) * alphac * fcd / 10))) \text{ 'cm}$$

'Altura mínima da linha neutra

$$asmin = (lambda * xmin * bf * alphac * fcd) / (fyd) \text{ 'cm}^2 \text{ 'Área mínima de aço}$$

$$Ac = bf * hf + (h - hf) * bw \text{ 'cm}^2$$

'Armadura mínima deve ser maior ou igual  $0,15\% * b * h$

If  $(0.15 / 100) * Ac \geq asmin$  Then

$$asmin = (0.15 / 100) * Ac$$

Else

$$asmin = (lambda * xmin * bf * alphac * fcd) / (fyd)$$

End If

$$Me.tbasmin = WorksheetFunction.RoundUp(asmin, 2)$$

'Cálculo da altura da linha neutra

'Verificação de armadura dupla

If (msd - msdlim) > 0 Then

Me.lbar = "Dupla!"

X = xlim

ElseIf (msd - msdlim) <= 0 Then

Me.lbar = "Simples!"

X = (d / lambda) \* (1 - Sqr(1 - (2 \* msd \* 100) / (bf \* (d ^ 2) \* alphac \* fcd / 10)))

'cm2

End If

If (msd - msdlim) > 0 Then

deltam = (msd - msdlim)

Else

deltam = 0

End If

'Verificação do domínio de deformação

x2limsobd = eu / (0.01 + eu) 'x2lim/d

x3limsobd = eu / (eyd + eu) 'x3lim/d

If (X / d) <= x2limsobd Then

Me.lbdom = "2"

ElseIf (X / d) <= x3limsobd Then

Me.lbdom = "3"

ElseIf (X / d) > x3limsobd Then

Me.lbdom = "3"

End If

Me.lbx = WorksheetFunction.RoundUp((X / d), 3)

'Verificação se  $\sigma_{sd} = f_{yd}$

$e's = e_u * (\epsilon_{lim} * d - d') / (\epsilon_{lim} * d)$

If  $e's < e_{yd}$  Then

$\sigma_{sd} = e's * E_s * 10^5$  'N/cm<sup>2</sup>

Else

$\sigma_{sd} = f_{yd} * 100$  'N/cm<sup>2</sup>

End If

'Cálculo da armadura de compressão (dupla)

If  $\Delta = 0$  Then

$a_s' = 0$

Me.tb $a_s' = a_s'$

Else

$a_s' = (\Delta * (10^5)) / (\sigma_{sd} * (d - d'))$  'cm<sup>2</sup>

$a_s' = \text{WorksheetFunction.RoundUp}(a_s', 2)$  'Para mostrar apenas duas casas decimais

Me.tb $a_s' = a_s'$  'Imprime o resultado

End If

'Cálculo da armadura de tração

If  $((\sigma_{sd} * a_s' + \lambda * X * b_f * \alpha_{ac} * f_{cd} * 100) / (f_{yd} * 100)) > (((\sigma_{sd} * a_s') / (f_{yd} * 100)) + a_{smin})$  Then

aas = ((sigmasd \* as' + lambda \* X \* bf \* alphac \* fcd \* 100) / (fyd \* 100)) 'cm2  
'Foi definido com aas ao invés de as, por o programa não reconhecer com um variável e sim como uma das suas funções.

Else

aas = (((sigmasd \* as') / (fyd \* 100)) + asmin) 'cm2

End If

aas = WorksheetFunction.RoundUp(aas, 2) 'Para mostrar apenas 2 casas decimais

Me.tbas = aas 'Imprime o resultado

Me.tbascal = WorksheetFunction.RoundUp(((sigmasd \* as' + lambda \* X \* bf \* alphac \* fcd \* 100) / (fyd \* 100)), 2)

Else

msdlim = ((bf - bw) \* hf \* alphac \* (fcd / 10) \* (d - 0.5 \* hf) + bw \* lambda \* xlim \* alphac \* (fcd / 10) \* (d - 0.5 \* lambda \* xlim)) / 100 'kN.m

If (msd - msdlim) <= 0 Then

'Seção T com Armadura Simples"

Me.lbln = "na alma"

Me.lbar = "simples"

ma = (bf - bw) \* hf \* alphac \* (fcd / 10) \* (d - 0.5 \* hf) / 100 'kN.m

Aa = (bf - bw) \* hf \* alphac \* fcd / fyd 'cm2

mw = msd - ma 'kN.m

'Verificação do domínio de deformação

$$x2limsobd = eu / (0.01 + eu) \quad 'x2lim/d$$

$$x3limsobd = eu / (eyd + eu) \quad 'x3lim/d$$

$$X = (d / lambda) * (1 - Sqr(1 - (2 * mw * 100) / (bw * (d ^ 2) * alphac * fcd / 10)))$$

'cm2

If (X / d) <= x2limsobd Then

$$Me.lbdom = "2"$$

ElseIf (X / d) <= x3limsobd Then

$$Me.lbdom = "3"$$

ElseIf (X / d) > x3limsobd Then

$$Me.lbdom = "3"$$

End If

$$Me.lbx d = WorksheetFunction.RoundUp((X / d), 3)$$

$$aw = lambda * X * bw * alphac * fcd / fyd \quad 'cm2$$

$$Ac = bf * hf + (h - hf) * bw \quad 'cm2$$

'Valores mínimos de segurança:

'Momento de Inércia da Seção

$$A1 = bf * hf \quad 'cm2$$

$$A2 = (h - hf) * bw \quad 'cm2$$

$$y1 = hf / 2 + (h - hf) \quad 'cm$$

$$y2 = (h - hf) / 2 \quad 'cm$$

$$Y = (A1 * y1 + A2 * y2) / (A1 + A2) \text{ 'cm}$$

$$I = (bf * hf^3) / 12 + A1 * (Y - y1)^2 + (bw * (h - hf)^3) / 12 + A2 * (Y - y2)^2$$

'cm4

$$w = I / Y \text{ 'cm}^3 \text{ 'Módulo de resistência da seção transversal}$$

$$msdmin = 0.8 * w * (fctsup / 10) \text{ 'Kn.cm 'Momento para cálculo de } A_s \text{,mín no ELU}$$

$$xmin = (d / lambda) * (1 - Sqr(1 - (2 * msdmin) / (bw * (d^2) * alphac * fcd / 10))) \text{ 'cm}$$

'Altura mínima da linha neutra

$$asmin = (lambda * xmin * bw * alphac * fcd) / (fyd) \text{ 'cm}^2 \text{ 'Área mínima de aço}$$

'Armadura mínima deve ser maior ou igual 0,15%\*b\*h

If (0.15 / 100) \* Ac >= asmin Then

$$asmin = (0.15 / 100) * Ac$$

Else

$$asmin = (lambda * xmin * bw * alphac * fcd) / (fyd)$$

End If

$$Me.tbasmin = WorksheetFunction.RoundUp(asmin, 2)$$

$$ass = Aa + aw$$

$$Me.tbascal = WorksheetFunction.RoundUp(ass, 2)$$

If (asmin - ass) < 0 Then

$$ass = Aa + aw \text{ 'cm}^2$$

Else



```

    ass = asmin 'cm2
End If

Me.tbas = WorksheetFunction.RoundUp(ass, 2)

as' = 0

Me.tbas' = WorksheetFunction.RoundUp(as', 2)

```

Else

'Seção T com Armadura Dupla

Me.lbln = "na alma"

Me.lbar = "dupla"

$ma = (bf - bw) * hf * alphac * (fcd / 10) * (d - 0.5 * hf) / 100$  'kN.m

$Aa = (bf - bw) * hf * alphac * fcd / fyd$  'cm2

$mw = msd - ma$  'kN.m

$es' = (xlim - d') * eu / (xlim)$

'Verificação do domínio de deformação

$x2limsobd = eu / (0.01 + eu)$  'x2lim/d

$x3limsobd = eu / (eyd + eu)$  'x3lim/d

$X = xlim$

If  $(X / d) <= x2limsobd$  Then

Me.lbdom = "2"

ElseIf  $(X / d) <= x3limsobd$  Then

Me.lbdom = "3"

ElseIf (X / d) > x3limsobd Then

Me.lbdom = "3"

End If

Me.lbxd = WorksheetFunction.RoundUp((xlim / d), 3)

If (es' - eyd) < 0 Then

sigmasd' = Es \* es' \* 10 ^ 5 'N/cm2

Else

sigmasd' = fyd \* 100 'N/cm2

End If

as' = ((mw \* 100) - lambda \* xlim \* bw \* alphac \* (fcd / 10) \* (d - 0.5 \* lambda \* xlim))  
/ (sigmasd' \* (10 ^ (-3)) \* (d - d')) 'cm2

aw = (as' \* sigmasd' \* (10 ^ (-3)) + lambda \* xlim \* bw \* alphac \* (fcd / 10)) / (fyd / 10)  
'cm2

ass = Aa + aw 'cm2 'As

Me.tbascal = WorksheetFunction.RoundUp(ass, 2)

Ac = bf \* hf + (h - hf) \* bw 'cm2

'Valores mínimos de segurança:

'Momento de Inércia da Seção

A1 = bf \* hf 'cm2

A2 = (h - hf) \* bw 'cm2

$$y1 = hf / 2 + (h - hf) \text{ 'cm}$$

$$y2 = (h - hf) / 2 \text{ 'cm}$$

$$Y = (A1 * y1 + A2 * y2) / (A1 + A2) \text{ 'cm}$$

$$I = (bf * hf ^ 3) / 12 + A1 * (Y - y1) ^ 2 + (bw * (h - hf) ^ 3) / 12 + A2 * (Y - y2) ^ 2 \text{ 'cm}^4$$

$$w = I / Y \text{ 'cm}^3 \text{ 'Módulo de resistência da seção transversal}$$

$$msdmin = 0.8 * w * (fctsup / 10) \text{ 'Kn.cm 'Momento para cálculo de } A_s, \text{mín no ELU}$$

$$xmin = (d / lambda) * (1 - Sqr(1 - (2 * msdmin) / (bw * (d ^ 2) * alphac * fcd / 10))) \text{ 'cm}$$

'Altura mínima da linha neutra

$$asmin = (lambda * xmin * bw * alphac * fcd) / (fyd) \text{ 'cm}^2 \text{ 'Área mínima de aço}$$

'Armadura mínima deve ser maior ou igual 0,15%\*b\*h

If  $(0.15 / 100) * A_c \geq asmin$  Then

$$asmin = (0.15 / 100) * A_c$$

Else

$$asmin = (lambda * xmin * bw * alphac * fcd) / (fyd)$$

End If

$$Me.tbasmin = WorksheetFunction.RoundUp(asmin, 2)$$

If  $(asmin - ass) < 0$  Then

$$ass = Aa + aw \text{ 'cm}^2$$

Else

$$ass = asmin \text{ 'cm}^2$$

End If

```
Me.tbas = WorksheetFunction.RoundUp(ass, 2)
```

```
Me.tbas' = WorksheetFunction.RoundUp(as', 2)
```

```
End If
```

```
End If
```

```
End If
```

```
End Sub
```

```
Private Sub CommandButton1_Click()
```

```
cbdominio.Show
```

```
End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Initialize()
```

```
Me.fyk.AddItem "500"
```

```
Me.fyk.AddItem "600"
```

```
End Sub
```

#### d. Flexão Simples com Torção

```
Private Sub CommandButton1_Click()
```

```
'Cálculo para torçor
```

On error resume next

```
h = Me.tth.Text 'cm
b = Me.ttb.Text 'cm
d = Me.ttd.Text 'cm
c = Me.ttc.Text 'cm
fck = Me.ttfck.Text 'MPa
gamac = Me.ttgamac.Text
fyk = Me.ttfyk.Text 'MPa
gamas = Me.ttgamas.Text
tsd = Me.ttsd.Text 'kN.m
vsd = Me.ttvsd.Text 'kN
as_inf = Me.ttasinf.Text 'cm2 'flexão
as_sup = Me.ttassup.Text 'cm2 'flexão
phi = Me.ttphi.Text 'mm
phit = Me.ttphit.Text 'mm
```

```
If op1 = True Then
```

```
    teta1 = 45
```

```
Else
```

```
    teta1 = Me.ttteta.Text 'graus
```

```
End If
```

```
teta = teta1 * (WorksheetFunction.Pi / 180) 'radianos
```

```
If Me.ttfck > 90 Then
```

```
    MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"
```

```
    Me.diagonal = "-"
```

```
    Me.calinf = "-"
```

```
    Me.calsup = "-"
```

```
    Me.callat = "-"
```

```
    Me.mininf = "-"
```

Me.minsup = "-"

Me.minlat = "-"

Me.aspele = "-"

Me.teasinf = "-"

Me.teassup = "-"

Me.teaslat = "-"

Else

fcd = fck / gamac 'MPa

If fck <= 50 Then

fctm = 0.3 \* fck ^ (2 / 3) 'MPa

Else

fctm = 0.7 \* 2.12 \* Log(1 + 0.11 \* fck) 'MPa

End If

alphav = 1 - fck / 250

If (fyk / gamas) <= 435 Then

fyd = fyk / gamas 'MPa

Else

fyd = 435 'MPa

End If

c1 = (phi / (2 \* 10)) + c + (phit / 10) 'cm

t1 = b \* h / (2 \* b + 2 \* h)

t2 = 2 \* c1

If (t1 - t2) > 0 Then

tt = t1

Else

tt = t2

End If

T = WorksheetFunction.Min(tt, b / 2, h / 2) 'cm

xe = b - T 'cm

ye = h - T 'cm

Ae = xe \* ye 'cm<sup>2</sup>

ue = 2 \* (xe + ye) 'cm

trd2 = 0.5 \* alphav \* (fcd / 10) \* Ae \* T \* Sin(2 \* teta) / 100 'kN.m

vrd2 = 0.27 \* alphav \* (fcd / 10) \* b \* d \* Sin(2 \* teta) 'kN

'Verificação da Compressão Diagonal do Concreto

If ((vsd / vrd2) + (tsd / trd2)) <= 1 Then

Me.diagonal = "OK!"

Else

Me.diagonal = "REDIMENSIONAR A SEÇÃO"

End If

As\_tor = (tsd \* 100 \* ue) / (2 \* Ae \* (fyd / 10) \* Tan(teta)) 'cm<sup>2</sup>

asmin = 0.2 \* T \* ue \* fctm / fyk 'cm<sup>2</sup>

Asinf\_tor = (As\_tor \* xe / ue) 'cm<sup>2</sup>

Me.calinf = WorksheetFunction.Round(Asinf\_tor, 2)

Assup\_tor = (As\_tor \* xe / ue) 'cm2

Me.calsup = WorksheetFunction.Round(Assup\_tor, 2)

Aslat\_tor = As\_tor \* ye / ue 'cm2 'Valor por face

Me.callat = WorksheetFunction.Round(Aslat\_tor, 2)

Asinf\_tormin = (asmin \* xe / ue) 'cm2

Me.mininf = WorksheetFunction.Round(Asinf\_tormin, 2)

Assup\_tormin = (asmin \* xe / ue) 'cm2

Me.minsup = WorksheetFunction.Round(Assup\_tormin, 2)

Aslat\_tormin = asmin \* ye / ue 'cm2 'Valor por face

Me.minlat = WorksheetFunction.Round(Aslat\_tormin, 2)

If (h - 60) < 0 Then

    aspele = 0

ElseIf (h - 60) >= 0 Then

    If (0.1 / 100) \* b \* h > (5 \* h / 100) Then

        aspele = 5 \* h / 100 'cm2

    Else

        aspele = (0.1 / 100) \* b \* h 'cm2

    End If

End If

Me.aspele = WorksheetFunction.Round(aspele, 2)

If (h - 60) >= 0 Then

    Aslat\_tor = WorksheetFunction.Max(As\_tor \* ye / ue, aspele) 'cm2 'Valor por face

Else



```

    Aslat_tor = As_tor * ye / ue 'cm2 'Valor por face
End If

Asinf = WorksheetFunction.Max(Asinf_tor + as_inf, Asinf_tor_min + as_inf)
Assup = WorksheetFunction.Max(Assup_tor + as_sup, Assup_tor_min + as_sup)
Aslat = WorksheetFunction.Max(Aslat_tor, Aslat_tor_min)

Me.teasinf = WorksheetFunction.RoundUp(Asinf, 2)
Me.teassup = WorksheetFunction.RoundUp(Assup, 2)
Me.teaslat = WorksheetFunction.RoundUp(Aslat, 2)

If op2 = True Then
    If teta1 < 30 Or teta1 > 45 Then
        MsgBox "Para o Modelo II teta deve estar entre 30° e 45°", vbCritical, "Atenção!"
        Me.diagonal = "-"
        Me.calinf = "-"
        Me.calsup = "-"
        Me.callat = "-"
        Me.mininf = "-"
        Me.minsup = "-"
        Me.minlat = "-"
        Me.aspele = "-"
        Me.teasinf = "-"
        Me.teassup = "-"
        Me.teaslat = "-"

    End If
End If

```

```
End If  
End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Initialize()  
Me.ttfyk.AddItem "500"  
End Sub
```

e. Força Cortante

```
Private Sub cbcalcular_Click()  
On error resume next
```

```
'Cálculos para cortante
```

```
'Atribuindo os dados de entrada às variáveis que serão utilizadas
```

```
bw = Me.txbw.Text 'cm  
d = Me.txd.Text 'cm  
vsd = Me.txvsd.Text 'kN
```

```
nr = Me.txnr.Text  
phit = Me.txphit.Text 'mm  
c = Me.txc.Text 'cm  
fck = Me.txfck.Text 'MPa  
fyk = Me.txfyk.Text 'MPa  
gamac = Me.txgamac.Text  
gamas = Me.txgamas.Text
```

```
'Condições para execução do programa
```

```
'Se não atendidas retornar uma mensagem e não mostra os resultados
```

If Me.txfck > 90 Then

MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbcompr = "-"

Me.lbst = "-"

Me.tbascal = "-"

Me.tbscal = "-"

Me.tbasmin = "-"

Me.tbsmin = "-"

Me.tbS = "-"

Me.txasws = "-"

Me.tbsmax = "-"

Else 'Caso passe nos critérios anteriores, avança para o programa

'Cálculos necessários

'Concreto

fcd = fck / gamac 'MPa

If fck <= 50 Then

fctm = 0.3 \* (fck) ^ (2 / 3) 'MPa

Else

fctm = 2.12 \* Log(1 + 0.11 \* fck) 'MPa

End If

MsgBox (fctm)

fctd = 0.7 \* fctm / gamac 'MPa

alphav = 1 - (fck / 250)

'Aço

If (fyk / gamas) <= 435 Then

fyd = fyk / gamas 'MPa

Else

fyd = 435 'MPa

End If

If ob1 = True Then

modelo = 1

Else

modelo = 2

End If

Select Case modelo

Case Is = 1

teta = 45 \* (WorksheetFunction.Pi / 180) 'radianos

vrd2 = 0.27 \* alphav \* (fcd / 10) \* bw \* d 'kN

'Verificação da compressão diagonal do concreto

If (vrd2 - vsd) >= 0 Then

Me.lbcompr = "OK!"

Else

Me.lbcompr = "Redimensionar seção ou aumentar o fck!"

End If

st = (bw - 2 \* c - (phit / 10)) / (nr - 1) 'cm

If vsd <= (0.2 \* vrd2) Then

stmax = WorksheetFunction.Min(d, 80) 'cm

Else

stmax = WorksheetFunction.Min(0.6 \* d, 35) 'cm

End If

'Verificação do espaçamento transversal entre estribos

If st <= stmax Then

Me.lbst = "OK!"

Else

Me.lbst = "Aumentar n° de ramos!"

End If

vc0 = 0.6 \* (fctd / 10) \* bw \* d 'kN

vc = vc0 'kN

If (vsw - vc) < 0 Then

vsw = 0 'kN

Else

vsw = vsw - vc 'kN

End If

asw\_divS = (vsw) / (0.9 \* d \* (fyd / 10)) 'cm2/cm

Case Is = 2

teta = Me.txtteta.Text 'graus

teta = teta \* (WorksheetFunction.Pi / 180) 'radianos

vrd2 = 0.27 \* alphav \* (fcd / 10) \* bw \* d \* Sin(2 \* teta) 'kN

'Verificação da compressão diagonal do concreto

If (vrd2 - vsw) >= 0 Then

Me.lbcompr = "OK!"

```
Else
    Me.lbcompr = "Redimensionar seção ou aumentar o fck!"
End If
```

```
st = (bw - 2 * c - (phit / 10)) / (nr - 1) 'cm
```

```
If vsd <= (0.2 * vrd2) Then
    stmax = WorksheetFunction.Min(d, 80) 'cm
```

```
Else
    stmax = WorksheetFunction.Min(0.6 * d, 35) 'cm
End If
```

```
'Verificação do espaçamento transversal entre estribos
```

```
If st <= stmax Then
```

```
    Me.lbst = "OK!"
```

```
Else
```

```
    Me.lbst = "Aumentar n° de ramos!"
```

```
End If
```

```
vc0 = 0.6 * (fctd / 10) * bw * d 'kN
```

```
vc = (vrd2 - vsd) * vc0 / (vrd2 - vc0) 'kN
```

```
If (vsd - vc) < 0 Then
```

```
    vsw = 0
```

```
Else
```

```
    vsw = vsd - vc
```

```
End If
```

```
asw_divS = (vsw / (0.9 * d * fyd / 10)) * Tan(teta) 'cm2/cm
```

```
End Select
```

```
aswmin_s = 0.2 * bw * fctm / fyk 'cm2cm 'asw,min/s
```

Me.tbasmin = WorksheetFunction.Round(aswmin\_s \* 100, 2) 'cm2/m

asw = nr \* WorksheetFunction.Pi \* (phit \* phit / 100) / 4 ' cm2/cm

Me.tbascal = WorksheetFunction.Round(asw\_divS \* 100, 2) 'cm2/m

Smin = asw \* fyk / (0.2 \* bw \* fctm) 'cm

Me.tbsmin = WorksheetFunction.RoundDown(Smin, 1)

'Espaçamento longitudinal calculado

If vsw = 0 Then

Scal = "-"

Me.tbscal = Scal

Else

Scal = asw \* 0.9 \* d \* (fyd / 10) / (vsw \* Tan(teta)) 'cm

Me.tbscal = WorksheetFunction.RoundDown(Scal, 1)

End If

'Espaçamento longitudinal máximo

If (vsd - 0.67 \* vrd2) < 0 Then

smax = WorksheetFunction.Min(0.6 \* d, 30) 'cm

Else

smax = WorksheetFunction.Min(0.3 \* d, 20) 'cm

End If

Me.tbsmax = WorksheetFunction.RoundDown(smax, 1)

If asw\_divS > 0 Then

asw\_divSadot = WorksheetFunction.Max(asw\_divS, aswmin\_s) 'cm2/cm

Sadot = WorksheetFunction.Min(Scal, smax) 'cm

Else

asw\_divSadot = aswmin\_s 'cm2/cm

```

Sadot = WorksheetFunction.Min(Smin, smax) 'cm
End If

Me.tbS = WorksheetFunction.RoundDown(Sadot, 1)

Me.txasws = WorksheetFunction.Round(asw_divSadot * 100, 2) 'cm2/m

If modelo = 2 Then
    If Me.txteta < 30 Or Me.txteta > 45 Then
        MsgBox "Para o Modelo II teta deve estar entre 30° e 45°", vbCritical, "Atenção!"
        Me.lbcompr = "-"
        Me.lbst = "-"
        Me.tbascal = "-"
        Me.tbscal = "-"
        Me.tbasmin = "-"
        Me.tbsmin = "-"
        Me.tbS = "-"
        Me.txasws = "-"
        Me.tbsmax = "-"
    End If
End If

End If

End Sub

Private Sub UserForm_Initialize()
    Me.txfyk.AddItem "500"
    Me.txfyk.AddItem "600"

End Sub

```



f. Força Cortante com Momento Torçor

```
Private Sub CommandButton1_Click()
```

```
'Cálculo para torçor
```

```
On error resume next
```

```
h = Me.tth.Text 'cm
```

```
b = Me.ttb.Text 'cm
```

```
d = Me.ttd.Text 'cm
```

```
c = Me.ttc.Text 'cm
```

```
fck = Me.ttfck.Text 'MPa
```

```
gamac = Me.ttgamac.Text
```

```
fyk = Me.ttfyk.Text 'MPa
```

```
gamas = Me.ttgamas.Text
```

```
tsd = Me.ttsd.Text 'kN.m
```

```
vsd = Me.ttvsd.Text 'kN
```

```
asw_s = Me.ttasw.Text 'cm2 'Asw/s
```

```
phi = Me.ttphi.Text 'mm
```

```
phit = Me.ttphit.Text 'mm
```

```
If op1 = True Then
```

```
    teta1 = 45 'graus
```

```
Else
```

```
    teta1 = Me.ttteta.Text 'graus
```

```
End If
```

```
teta = teta1 * (WorksheetFunction.Pi / 180) 'radianos
```

```
If Me.ttfck > 90 Then
```

```
    MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"
```

Me.A90 = "-"

Me.Scal = "-"

Me.A90min = "-"

Me.Smin = "-"

Me.Atot = "-"

Me.Sfinal = "-"

Me.diagonal = "-"

Me.smax = "-"

Else

$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_{mac}$  'MPa

If  $f_{ck} \leq 50$  Then

$f_{ctm} = 0.3 * f_{ck}^{(2/3)}$  'MPa

Else

$f_{ctm} = 0.7 * 2.12 * \text{Log}(1 + 0.11 * f_{ck})$  'MPa

End If

$\alpha_{fav} = 1 - f_{ck} / 250$

If  $(f_{yk} / \gamma_{amas}) \leq 435$  Then

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{amas}$  'MPa

Else

$f_{yd} = 435$  'MPa

End If

$c_1 = (\phi_i / (2 * 10)) + c + (\phi_{it} / 10)$  'cm

$t_1 = b * h / (2 * b + 2 * h)$

$$t2 = 2 * c1$$

If  $(t1 - t2) > 0$  Then

$$tt = t1$$

Else

$$tt = t2$$

End If

$$T = \text{WorksheetFunction.Min}(tt, b / 2, h / 2) \text{ 'cm}$$

$$xe = b - T \text{ 'cm}$$

$$ye = h - T \text{ 'cm}$$

$$Ae = xe * ye \text{ 'cm}^2$$

$$ue = 2 * (xe + ye) \text{ 'cm}$$

$$trd2 = 0.5 * \text{alphav} * (fcd / 10) * Ae * T * \text{Sin}(2 * \text{teta}) / 100 \text{ 'kN.m}$$

$$vrd2 = 0.27 * \text{alphav} * (fcd / 10) * b * d * \text{Sin}(2 * \text{teta}) \text{ 'kN}$$

'Verificação da Compressão Diagonal do Concreto

If  $((v_{sd} / v_{rd2}) + (t_{sd} / trd2)) \leq 1$  Then

$$Me_{diagonal} = \text{"OK!"}$$

Else

$$Me_{diagonal} = \text{"REDIMENSIONAR A SEÇÃO"}$$

End If

$$asw = 2 * \text{WorksheetFunction.Pi} * (\text{phit} * \text{phit} / 100) / 4 \text{ ' cm}^2/\text{cm}$$

$$A90\_s = (t_{sd} * 100 * \text{Tan}(\text{teta})) / (2 * Ae * f_{yd} / 10) \text{ 'cm}^2/\text{cm}$$

$$Me.A90 = \text{WorksheetFunction.Round}(A90\_s * 100, 2) \text{ 'cm}^2/\text{m}$$

$Scal = (asw * 2 * Ae * (fyd / 10) / (tsd * 100 * Tan(teta))) / 2$  'cm

Me.Scal = WorksheetFunction.RoundDown(Scal, 1)

If  $fyk > 500$  Then

$fywk = 500$

Else

$fywk = fyk$

End If

$A90min\_s = 0.2 * T * fctm / fywk$  'cm<sup>2</sup>/cm

Me.A90min = WorksheetFunction.Round(A90min\_s \* 100, 2) 'cm<sup>2</sup>/m

$Smin = (asw * fywk / (0.2 * T * fctm)) / 2$  'cm

Me.Smin = WorksheetFunction.RoundDown(Smin, 1)

$aswtot\_s = asw\_s + 2 * 100 * WorksheetFunction.Max(A90\_s, A90min\_s)$  'cm<sup>2</sup>/m

Me.Atot = WorksheetFunction.Round(aswtot\_s, 2)

$S = asw / (aswtot\_s / 100)$  'cm

'Espaçamento longitudinal máximo

If  $((vvd / vrd2) + (tsd / trd2)) - 0.67 <= 0$  Then

$smax = WorksheetFunction.Min(0.6 * d, 30)$  'cm

Else

$smax = WorksheetFunction.Min(0.3 * d, 20)$  'cm

End If

Me.smax = WorksheetFunction.RoundDown(smax, 1)

'Espaçamento longitudinal adotado

If (S - smax) < 0 Then

    Sfinal = S

Else

    Sfinal = smax

End If

Me.Sfinal = WorksheetFunction.RoundDown(Sfinal, 1)

If op2 = True Then

    If Me.ttteta < 30 Or Me.ttteta > 45 Then

        MsgBox "Para o Modelo II teta deve estar entre 30° e 45°", vbCritical, "Atenção!"

        Me.A90 = "-"

        Me.Scal = "-"

        Me.A90min = "-"

        Me.Smin = "-"

        Me.Atot = "-"

        Me.Sfinal = "-"

        Me.diagonal = "-"

        Me.smax = "-"

    End If

End If

End If

End Sub

```

Private Sub UserForm_Initialize()
Me.ttfyk.AddItem "500"
End Sub

```

g. Detalhamento Viga

```

Private Sub CommandButton2_Click()
On error resume next

```

'Atribuindo as variáveis

b = Me.tb.Text 'cm

d = Me.td.Text 'cm

d' = Me.td'.Text 'cm

h = Me.th.Text 'cm

phi = Me.tphi.Text 'mm

phi' = Me.tphi'.Text 'mm

phit = Me.tphit.Text 'mm

phipele = Me.tphipele.Text 'mm

dag = Me.cbdag.Text 'MPa

c = Me.tc.Text 'cm

aas = Me.tas.Text 'cm<sup>2</sup>

as' = Me.tas'.Text 'cm<sup>2</sup>

nb = Application.WorksheetFunction.RoundUp(aas / (WorksheetFunction.Pi \* ((phi / 10) ^ 2) / 4), 0) ' Função para arredondar um número para cima com 0 casas decimais

Me.tbnb = nb 'Imprime o resultado

nb' = Application.WorksheetFunction.RoundUp(as' / (WorksheetFunction.Pi \* ((phi' / 10) ^ 2) / 4), 0) ' Função para arredondar um número para cima com 0 casas decimais

Me.tbnb' = nb' 'Imprime o resultado

'Espaçamento entre barras de tração

'Espaçamento vertical

$av = \text{Application.WorksheetFunction.Max}(2, (\phi / 10), (0.5 * d_{ag} / 10))$  'cm 'Função que retorna o maior valor

'Espaçamento horizontal

$ah = \text{Application.WorksheetFunction.Max}(2, (\phi / 10), (1.2 * d_{ag} / 10))$  'cm 'Função que retorna o maior valor

'Número máximo de barras de tração por camadas com estribo de 2 ramos

$nb_{max} = \text{Application.WorksheetFunction.RoundDown}((b - 2 * (c + (\phi_{it} / 10)) + ah) / ((\phi / 10) + ah), 0)$  'Função para arredondar o número obtido para baixo, com zero casas decimais

Me.tbnbmax = nbmax 'Imprime o resultado

'Espaçamento entre barras de compressão

'Espaçamento vertical

$av' = \text{Application.WorksheetFunction.Max}(2, (\phi' / 10), (0.5 * d_{ag} / 10))$  'cm 'Função que retorna o maior valor

'Espaçamento horizontal

ah' = Application.WorksheetFunction.Max(2, (phi' / 10), (1.2 \* dag / 10)) 'cm 'Função que retorna o maior valor

'Número máximo de barras de tração por camadas com estribo de 2 ramos

nb'max = Application.WorksheetFunction.RoundDown((b - 2 \* (c + (phit / 10)) + ah') / ((phi' / 10) + ah'), 0) 'Função para arredondar o número obtido para baixo, com zero casas decimais

Me.tbnb'max = nb'max 'Imprime o resultado

nc = Application.WorksheetFunction.RoundUp(nb / nbmax, 0) 'Número de camadas utilizadas para tração

ncmax = Application.WorksheetFunction.RoundDown(((0.2 \* h) / (av + phi / 10)) + 1, 0)  
'Número máximo de camadas de tração permitidas

Me.tbncmax = ncmax

'Caso seja superado o número máximo de camadas, aparecerá uma mensagem de aviso

If nc > ncmax Then

MsgBox "Número máximo de camadas de tração atingido!"

End If

nc' = Application.WorksheetFunction.RoundUp(nb' / nb'max, 0) 'Número de camadas utilizadas para compressão

nc'max = Application.WorksheetFunction.RoundDown(((0.2 \* h) / (av' + phi' / 10)) + 1, 0)  
'Número máximo de camadas de compressão permitidas

'Caso seja superado o número máximo de camadas, aparecerá uma mensagem de aviso



Me.tbnc'max = nc'max

If nc' > nc'max Then

    MsgBox "Número máximo de camadas de compressão atingido!"

End If

If (h - 60) < 0 Then

    aspele = 0

    nbpele = 0

    Me.tbaspele = aspele

    Me.tbnbpele = nbpele

ElseIf (h - 60) >= 0 Then

    If (0.1 / 100) \* b \* h > (5 \* h / 100) Then

        aspele = 5 \* h / 100 'cm2

    Else

        aspele = (0.1 / 100) \* b \* h 'cm2

    End If

End If

'Número de barras da armadura de pele

nbpele = Application.WorksheetFunction.RoundUp(aspele / (WorksheetFunction.Pi \* ((phi pele / 10) ^ 2) / 4), 0) 'Função que arredonda o número para cima com 0 casas decimais

Me.tbaspele = aspele

Me.tbnbpele = nbpele

'Verificação das alturas úteis

dreal = h - (c + phit / 10 + phi / 20) 'cm

d´real = c + phit / 10 + phi´ / 20 'cm

Me.tbd = dreal

Me.tbd´ = d´real

If (dreal - d) < 0 Then

MsgBox ("Corrigir o valor de d")

End If

If d´real > d Then

MsgBox ("Corrigir o valor de d´")

End If

End Sub

Private Sub UserForm\_Initialize() 'Criando as opções da lista do dag

Me.cbdag.AddItem "9,5"

Me.cbdag.AddItem "19"

Me.cbdag.AddItem "25"

End Sub

h. Força Máxima que Pode ser Aplicada pelo Aparelho de Tração

```
Private Sub btnCalcular_Click()
```

```
On error resume next
```

```
Rpyk = Me.trpyk.Text 'kN
```

```
Rptk = Me.trptk.Text 'kN
```

```
relaxação = Me.cbr.Text
```

```
tipoprot = Me.cbtipo.Text
```

```
'Valores limites da tensão aplicada pelo aparelho de tração
```

```
If relaxação = "Baixa" Then
```

```
    If tipoprot = "Pré-Tração" Then
```

```
        Rpinbr = WorksheetFunction.Min(0.77 * Rptk, 0.85 * Rpyk) 'kN
```

```
    ElseIf tipoprot = "Pós-Tração com Aderência" Then
```

```
        Rpinbr = WorksheetFunction.Min(0.74 * Rptk, 0.82 * Rpyk) 'kN
```

```
    Else
```

```
        Rpinbr = WorksheetFunction.Min(0.8 * Rptk, 0.88 * Rpyk) 'kN
```

```
    End If
```

```
Else
```

```
    If tipoprot = "Pré-Tração" Then
```

```
        Rpinbr = WorksheetFunction.Min(0.77 * Rptk, 0.9 * Rpyk) 'kN
```

```
    Else
```

```
        Rpinbr = WorksheetFunction.Min(0.74 * Rptk, 0.87 * Rpyk) 'kN
```

```
    End If
```

```
End If
```

```
Me.tbnbr = WorksheetFunction.RoundUp(Rpinbr, 2)
```

```
End Sub
```

```
Private Sub cbcordos_Click()
```

```
Cordoalhas.Show  
End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Initialize()  
Me.cbtipo.AddItem "Pré-Tração"  
Me.cbtipo.AddItem "Pós-Tração com Aderência"  
Me.cbtipo.AddItem "Pós-Tração sem Aderência"  
Me.cbr.AddItem "Normal"  
Me.cbr.AddItem "Baixa"  
End Sub
```

i. Estado Limite de Serviço (ELS)

```
Private Sub btnCalcular_Click()  
On error resume next
```

'Atribuição dos dados de entrada às variáveis

```
I = Me.ti.Text 'cm4  
A = Me.ta.Text 'cm2  
ysup = Me.tysup.Text 'cm  
yinf = Me.tyinf.Text 'cm  
Ep = Me.tep.Text 'cm  
seção = Me.cbsecao.Text  
  
mcqp = Me.tmcqp.Text 'kN.m  
mcf = Me.tmcf.Text 'kN.m  
mcr = Me.tmcr.Text 'kN.m  
fck = Me.tfck.Text 'MPa  
tot = Me.ttot.Text '%  
qcordo = Me.tqcordo.Text  
Rpi = Me.tbRpi.Text 'kN
```

'Condições para execução do programa

'Se não atendidas retornar uma mensagem e não mostra os resultados

If Me.tfck > 90 Then

MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"

Me.limitada = "-"

Me.elsfcf = "-"

Me.completa = "-"

Me.infcqp = "-"

Me.supcqp = "-"

Me.infcf = "-"

Me.supcf = "-"

Me.infcr = "-"

Me.supcr = "-"

Else 'Caso passe nos critérios anteriores, avança para o programa

'ELS-F na Combinação Frequente

If seção = "Retangular" Then

alpha = 1.5

Else

alpha = 1.2

End If

'Definição de casos, temos valores para quando o fck é menor ou igual a 50 MPa e outros para quando é maior

Select Case fck

Case Is <= 50

$$fctm = 0.3 * fck ^ (2 / 3) \text{ 'MPa } \text{ 'Resistência à tração média do concreto}$$

Case Is > 50

$$fctm = 2.12 * \text{Log}(1 + 0.11 * fck) \text{ 'MPa } \text{ 'Resistência à tração média do concreto}$$

End Select

$$fctkinf = 0.7 * fctm \text{ 'MPa}$$

$$fctf = \alpha * fctkinf \text{ 'MPa}$$

$$\text{Me.tfctf} = \text{WorksheetFunction.Round}(fctf, 2)$$

'P infinito em serviço

'Após as perdas

$$\text{Pinf} = Rpi * (100 - \text{tot}) / 100 \text{ 'kN}$$

'P(ELS-F CF) >= que o valor calculado

$$\text{Pelsfcf} = ((mcf * 100 * yinf / I) - fctf / 10) / ((1 / A) + (Ep * yinf / I)) \text{ 'kN}$$

'Número de cordoalhas para ELS-F na Combinação Frequente

$$\text{nelsfcf} = \text{Pelsfcf} / \text{Pinf}$$

$$\text{Me.elsfcf} = \text{WorksheetFunction.RoundUp}(\text{nelsfcf}, 0)$$

'P (ELS-D CQP) >= que o valor calculado

$$\text{Pelsdcqp} = (mcqp * 100 * yinf / I) / ((1 / A) + (Ep * yinf / I)) \text{ 'kN}$$

'Número de cordoalhas para ELS-D na Combinação Quase Permanente  
 $n_{elsdcqp} = P_{elsdcqp} / P_{inf}$

'Protensão Limitada

$P_{limitada} = \text{WorksheetFunction.Max}(P_{elsfcf}, P_{elsdcqp})$  'kN

$n_{limitada} = P_{limitada} / P_{inf}$

$Me_{limitada} = \text{WorksheetFunction.RoundUp}(n_{limitada}, 0)$

'P (ELS-F CR) >= que o valor calculado

$P_{elsfcr} = ((mcr * 100 * y_{inf} / I) - f_{ctf} / 10) / ((1 / A) + (E_p * y_{inf} / I))$  'kN

'Número de cordoalhas para ELS-F na Combinação Rara

$n_{elsfcr} = P_{elsfcr} / P_{inf}$

'P (ELS-D CF) >= que o valor calculado

$P_{elsdcf} = (mcf * 100 * y_{inf} / I) / ((1 / A) + (E_p * y_{inf} / I))$  'kN

'Número de cordoalhas para ELS-D na Combinação Frequente

$n_{elsdcf} = P_{elsdcf} / P_{inf}$

'Protensão Completa

$P_{completa} = \text{WorksheetFunction.Max}(P_{elsfcr}, P_{elsdcf})$  'kN

$n_{completa} = P_{completa} / P_{inf}$

Me.completa = WorksheetFunction.RoundUp(ncompleta, 0)

'Verificação em Serviço

'Combinação Quase Permanente

$\text{sigmainf\_cqp} = (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} / A) + (m_{\text{cqp}} * 100 * y_{\text{inf}} / I) + (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} * E_p * y_{\text{inf}} / I)$  'kN/cm<sup>2</sup>

$\text{sigmasup\_cqp} = (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} / A) + (m_{\text{cqp}} * 100 * (y_{\text{sup}}) / I) + (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} * E_p * (y_{\text{sup}}) / I)$  'kN/cm<sup>2</sup>

'Combinação Freqüente

$\text{sigmainf\_cf} = (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} / A) + (m_{\text{cf}} * 100 * y_{\text{inf}} / I) + (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} * E_p * y_{\text{inf}} / I)$  'kN/cm<sup>2</sup>

$\text{sigmasup\_cf} = (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} / A) + (m_{\text{cf}} * 100 * (y_{\text{sup}}) / I) + (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} * E_p * (y_{\text{sup}}) / I)$  'kN/cm<sup>2</sup>

'Combinação Rara

$\text{sigmainf\_cr} = (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} / A) + (m_{\text{cr}} * 100 * y_{\text{inf}} / I) + (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} * E_p * y_{\text{inf}} / I)$  'kN/cm<sup>2</sup>

$\text{sigmasup\_cr} = (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} / A) + (m_{\text{cr}} * 100 * (y_{\text{sup}}) / I) + (-q_{\text{cordo}} * P_{\text{inf}} * E_p * (y_{\text{sup}}) / I)$  'kN/cm<sup>2</sup>

Me.infcqp = WorksheetFunction.RoundUp((sigmainf\_cqp \* 10), 2)

Me.supcqp = WorksheetFunction.RoundUp((sigmasup\_cqp \* 10), 2)

Me.infcf = WorksheetFunction.RoundUp((sigmainf\_cf \* 10), 2)

Me.supcf = WorksheetFunction.RoundUp((sigmasup\_cf \* 10), 2)



```
Me.infc = WorksheetFunction.RoundUp((sigmainf_cr * 10), 2)
Me.supcr = WorksheetFunction.RoundUp((sigmasup_cr * 10), 2)
```

```
End If
```

```
End Sub
```

```
Private Sub cbcordos_Click()
```

```
    Cordoalhas.Show
```

```
End Sub
```

```
Private Sub cbprot_Click()
```

```
    ufprot.Show
```

```
End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Initialize() 'Criando as opções da lista da seção
```

```
Me.cbsecao.AddItem "Retangular"
```

```
Me.cbsecao.AddItem "T"
```

```
End Sub
```

j. Estado Limite Último no Ato da Protensão

```
Private Sub btnCalcular_Click()
```

```
On error resume next
```

'Atribuição dos dados de entrada às variáveis

```
I = Me.ti.Text 'cm4  
A = Me.ta.Text 'cm2  
ysup = Me.tysup.Text 'cm  
yinf = Me.tyinf.Text 'cm  
Ep = Me.tep.Text 'cm  
mg1 = Me.tmg1.Text 'kN.m  
fckj = Me.tfckj.Text 'MPa  
imed = Me.timed.Text '%  
qcordo = Me.tqcordo.Text  
Rpi = Me.tbRpi.Text 'kN
```

'Condições para execução do programa

'Se não atendidas retornar uma mensagem e não mostra os resultados

If Me.tfckj > 90 Then

```
MsgBox "O fckj deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"
```

```
Me.tbtraato = "-"
```

```
Me.tbcomato = "-"
```

```
Me.infatoprot = "-"
```

```
Me.supatoprot = "-"
```

```
Me.infato = "-"
```

```
Me.supato = "-"
```

Else 'Caso passe nos critérios anteriores, avança para o programa

'Definição de casos, temos valores para quando o fck é menor ou igual a 50 MPa e outros para quando é maior

Select Case fckj

Case Is <= 50

'Resistência à tração média do concreto

$$fctmj = 0.3 * fckj ^ (2 / 3) \text{ 'MPa}$$

Case Is > 50

'Resistência à tração média do concreto

$$fctmj = 2.12 * \text{Log}(1 + 0.11 * fckj) \text{ 'MPa}$$

End Select

'Verificação no Ato da Protensão'

'P infinito no ato da protensão

$$Pinf\_ato = Rpi * (100 - imed) / 100 \text{ 'kN}$$

$$\text{sigmainf\_ato} = (-qcordo * Pinf\_ato / A) + (mg1 * 100 * yinf / I) + (-qcordo * Pinf\_ato * Ep * yinf / I) \text{ 'kN/cm}^2$$

$$\text{sigmasup\_ato} = (-qcordo * Pinf\_ato / A) + (mg1 * 100 * (ysup) / I) + (-qcordo * Pinf\_ato * Ep * (ysup) / I) \text{ 'kN/cm}^2$$

$$Me.infatoprot = \text{WorksheetFunction.RoundUp}((\text{sigmainf\_ato} * 10), 2) \text{ 'MPa}$$

$$Me.supatoprot = \text{WorksheetFunction.RoundUp}((\text{sigmasup\_ato} * 10), 2) \text{ 'MPa}$$

If sigmainf\_ato < 0 Then 'Compressão

If sigmainf\_ato < (-0.7 \* fckj / 10) Then

Me.infato = "Não Atende!"

Else

Me.infato = "Ok!"

End If

```

Else 'Tração
MsgBox "Deve ser calculada armadura de tração para o ato da protensão!", vbInformation,
"Aviso!"
    If ((1.2 * fctmj / 10) - sigmainf_ato) < 0 Then
        Me.infato = "Não Atende!"
    Else
        Me.infato = "Ok!"
    End If
End If

If sigmasup_ato < 0 Then 'Compressão
    If sigmasup_ato < (-0.7 * fckj / 10) Then
        Me.supato = "Não Atende!"
    Else
        Me.supato = "Ok!"
    End If

Else 'Tração
MsgBox "Deve ser calculada armadura de tração para o ato da protensão!", vbInformation,
"Aviso!"
    If ((1.2 * fctmj / 10) - sigmasup_ato) < 0 Then
        Me.supato = "Não Atende!"
    Else
        Me.supato = "Ok!"
    End If
End If

Me.tbtraato = WorksheetFunction.RoundUp((1.2 * fctmj), 2) 'MPa
Me.tbcomato = WorksheetFunction.RoundUp((-0.7 * fckj), 2) 'MPa

End If

```

End Sub

k. Estado Limite Último (ELU) Protensão Aderente

Private Sub cbcordos\_Click()

    Cordoalhas.Show

End Sub

Private Sub CommandButton1\_Click()

On error resume next

'Atribuindo os dados de entrada às variáveis que serão utilizadas

b = Me.tb.Text 'cm

h = Me.th.Text 'cm

d = Me.td.Text 'cm

d' = Me.td'.Text 'cm

msd = Me.tmsd.Text 'Kn.m

fck = Me.tfck.Text 'MPa

gamac = Me.tgamac.Text

fyk = Me.tfyk.Text 'MPa

gamas = Me.tgamas.Text

Es = Me.tEs.Text 'GPa

tot = Me.ttot.Text '%

Pi = Me.tPi.Text 'kN

qcordo = Me.tqcordo.Text

Ap = Me.tAp.Text 'cm<sup>2</sup>

Ecs = Me.tEcs.Text 'GPa

Rpyk = Me.trpyk.Text 'kN

Rptk = Me.trptk.Text 'kN

Ep = Me.elastp.Text 'GPa

eep = Me.tep.Text 'cm

fcd = (fck / gamac) 'MPa' Resistência de cálculo à compressão do concreto

'Condições para execução do programa

'Se não atendidas retornar uma mensagem e não mostra os resultados

If Me.tfck > 90 Then

MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"

Me.tarmadura = "-"

Me.tdominio = "-"

Me.txd = "-"

Me.tas = "-"

Me.tas' = "-"

ElseIf Me.tetalim50 > 0.628 And Me.tfyk = 500 Or Me.tetalim50 > 0.585 And Me.tfyk = 600  
Or Me.tfck > 50 And Me.tetalim90 > 0.35 Then

MsgBox "O programa só é válido quando os seguintes limites são atendidos: Concreto até  
C50: (Xlim/d) <= 0,628 para CA-50 e (Xlim/d) <= 0,585 para CA-60 Concreto C55 até C90:  
(Xlim/d) <= 0,35.", vbCritical, "Atenção!"

Me.tarmadura = "-"

Me.tdominio = "-"

Me.txd = "-"

Me.tas = "-"

Me.tas' = "-"

Else 'Caso passe nos critérios anteriores, avança para o programa

'Definição de casos, temos valores para quando o fck é menor ou igual a 50 MPa e outros  
para quando é maior

Select Case fck

Case Is <= 50

```
alphac = 0.85
lambda = 0.8
eu = 3.5 / 1000
etalim = Me.tetalim50.Text
```

```
Case Is > 50
```

```
alphac = 0.85 * (1 - (fck - 50) / 200)
lambda = 0.8 - (fck - 50) / 400
eu = (2.6 + 35 * (((90 - fck) / 100) ^ 4)) / 1000
etalim = Me.tetalim90.Text
```

```
End Select
```

```
fyd = fyk / gamas 'MPa 'Resistência de cálculo do aço
eyd = (fyd / Es) / 1000 'Deformação do aço
```

```
'Critério de ductilidade da NBR 6118:2014
```

```
xlim = etalim * d 'cm 'Altura da linha neutra
msdlim = lambda * etalim * (d ^ 2) * (b / 100) * alphac * (fcd / 10) * (1 - 0.5 * lambda *
etalim) 'KN.m
```

```
I = (b * h ^ 3) / 12 'cm4 'Momento de inércia da seção
```

```
'Cálculo da altura da linha neutra
```

```
'Verificação de armadura dupla
```

```
If (msd - msdlim) > 0 Then
  Me.tarmadura = "Dupla!"
  X = xlim
```

ElseIf (msd - msdlim) <= 0 Then

Me.tarmadura = "Simples!"

$X = (d / \lambda) * (1 - \text{Sqr}(1 - (2 * \text{msd} * 100) / (b * (d ^ 2) * \text{alphac} * \text{fcd} / 10)))$  'cm2

End If

If (msd - msdlim) > 0 Then

deltam = (msd - msdlim)

Else

deltam = 0

End If

'Verificação do domínio de deformação

$x2\text{limsobd} = eu / (0.01 + eu)$  'x2lim/d

$x3\text{limsobd} = eu / (eyd + eu)$  'x3lim/d

If (X / d) <= x2limsobd Then

Me.tdominio = "2"

ElseIf (X / d) <= x3limsobd Then

Me.tdominio = "3"

ElseIf (X / d) > x3limsobd Then

Me.tdominio = "3"

End If

Me.txd = WorksheetFunction.RoundUp((X / d), 3)

'Verificação se  $\sigma_{\text{msd}} = f_{\text{yd}}$

$e's = eu * (e_{\text{talim}} * d - d')$  / (e\_{\text{talim}} \* d)



If  $e's < e_{yd}$  Then

$$\sigma_{masd} = e's * E_s * 10^5 \text{ 'N/cm}^2$$

Else

$$\sigma_{masd} = f_{yd} * 100 \text{ 'N/cm}^2$$

End If

'P infinito

$$P_{inf} = P_i * (100 - \text{tot}) / 100 \text{ 'kN}$$

$$\epsilon_{pre} = ((q_{cordo} * P_{inf} * 0.9) / (A_p * q_{cordo} * (E_p * 1000) / 10)) * 1000 \text{ '%0 (por mil)}$$

$$\epsilon_{ondes} = (\text{Abs}((q_{cordo} * P_{inf} / (b * h)) + (q_{cordo} * P_{inf} * (eep^2) / I)) * 0.9 / ((E_{cs} * 1000) / 10)) * 1000 \text{ '%0 (por mil)}$$

If  $(X / d) \leq x_{2limsabd}$  Then

$$\epsilon_{silon} = 10 \text{ '%0 (por mil)}$$

Else

$$\epsilon_{silon} = ((e_u * 1000) * (1 - X / d) / (X / d)) \text{ '%0 (por mil)}$$

End If

$$\epsilon_{silonp} = \epsilon_{pre} + \epsilon_{ondes} + \epsilon_{silon} \text{ '%0 (por mil)}$$

$$F_{pyd} = (R_{pyk} / A_p) / \text{gamas} \text{ 'kN/cm}^2$$

$$F_{ptd} = (R_{ptk} / A_p) / \text{gamas} \text{ 'kN/cm}^2$$

$$\epsilon_{silonyd} = (F_{pyd} / ((E_p * 1000) / 10)) * 1000 \text{ '%0 (por mil)}$$

If  $(\epsilon_{silonp} - \epsilon_{silonyd}) < 0$  Then

$\text{sigmapd} = (\text{Ep} * 1000 / 10) * \text{épsilon}_{\text{p}} / 1000 \text{ 'kN/cm}^2$

Else

$\text{sigmapd} = \text{F}_{\text{ptd}} - ((\text{F}_{\text{ptd}} - \text{F}_{\text{pyd}}) * (35 - \text{épsilon}_{\text{p}}) / (35 - \text{épsilon}_{\text{pyd}})) \text{ 'kN/cm}^2$

End If

$\text{R}_{\text{pd}} = \text{q}_{\text{cordo}} * \text{A}_{\text{p}} * \text{sigmapd} \text{ 'kN}$

$\text{R}_{\text{cd}} = \text{b} * \text{lambda} * \text{X} * \text{alpha}_{\text{c}} * (\text{f}_{\text{cd}} / 10) \text{ 'kN}$

'Cálculo da armadura passiva

If  $\text{deltam} = 0$  Then

$\text{as}' = 0$

$\text{Me.tas}' = \text{as}'$

If  $(\text{R}_{\text{cd}} - \text{R}_{\text{pd}}) < 0$  Then

'Armadura ativa existente é suficiente para equilibrar a seção, sendo necessário adicionar apenas armadura passiva mínima

$\text{Me.tas} = \text{"armadura mínima"}$

Else

$\text{aas} = ((\text{R}_{\text{cd}} - \text{R}_{\text{pd}}) / \text{sigmasd}) * 1000 \text{ 'cm}^2$

$\text{Me.tas} = \text{WorksheetFunction.RoundUp}(\text{aas}, 2)$

End If

Else

$\text{as}' = (\text{deltam} * (10 \wedge 5)) / (\text{sigmasd} * (\text{d} - \text{d}')) \text{ 'cm}^2$

If  $\text{as}' < 0$  Then

$\text{MsgBox "As'negativo! AUMENTAR A POSIÇÃO LIMITE X/D", vbCritical, "Atenção!"}$

End If

Me.tas' = WorksheetFunction.RoundUp(as', 2) 'Imprime o resultado

Rcdlim = alphac \* (fcd / 10) \* lambda \* xlim \* b 'kN

Rsd' = as' \* sigmasd \* (10 ^ (-3)) 'kN

If (Rpd - (Rsd' + Rcdlim)) < 0 Then

aas = (as' \* sigmasd \* (10 ^ (-3)) + alphac \* (fcd / 10) \* lambda \* xlim \* b - qcordo \*  
Ap \* sigmapd) / (fyd / 10) 'cm2

Me.tas = WorksheetFunction.RoundUp(aas, 2)

Else

Me.tas = "armadura mínima"

End If

End If

End If

End Sub

Private Sub CommandButton4\_Click()

cbdominio.Show

End Sub

Private Sub UserForm\_Initialize()

Me.fyk.AddItem "500"

Me.fyk.AddItem "600"

Me.tfyk.AddItem "500"

```
Me.fyk.AddItem "600"  
End Sub
```

#### 1. Estado Limite Último (ELU) Protensão Não Aderente

```
Private Sub cbcordos_Click()  
    Cordoalhas.Show  
End Sub
```

```
Private Sub CommandButton2_Click()  
On error resume next
```

'Atribuindo os dados de entrada às variáveis que serão utilizadas

```
b = Me.b.Text 'cm  
h = Me.h.Text 'cm  
d = Me.d.Text 'cm  
d' = Me.d'.Text 'cm  
msd = Me.msd.Text 'Kn.m  
fck = Me.fck.Text 'MPa  
gamac = Me.gamac.Text  
fyk = Me.fyk.Text 'MPa  
gamas = Me.gamas.Text  
Es = Me.Es.Text 'GPa  
L = Me.L.Text 'm  
Ap = Me.Ap.Text 'cm2  
qcordo = Me.qcordo.Text  
tot = Me.tot.Text '%  
Pi = Me.Pi.Text 'kN
```

```
fcd = (fck / gamac) 'MPa 'Resistência de cálculo à compressão do concreto
```

'Condições para execução do programa

'Se não atendidas retornar uma mensagem e não mostra os resultados

If Me.fck > 90 Then

MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbsimplesdupla = "-"

Me.lbdominio = "-"

Me.tbxd = "-"

Me.tbas = "-"

Me.tbas' = "-"

ElseIf Me.tbeta50 > 0.628 And Me.fyk = 500 Or Me.tbeta50 > 0.585 And Me.fyk = 600 Or  
Me.fck > 50 And Me.tbeta90 > 0.35 Then

MsgBox "O programa só é válido quando os seguintes limites são atendidos: Concreto até  
C50: (Xlim/d) <= 0,628 para CA-50 e (Xlim/d) <= 0,585 para CA-60 Concreto C55 até C90:  
(Xlim/d) <= 0,35.", vbCritical, "Atenção!"

Me.lbsimplesdupla = "-"

Me.lbdominio = "-"

Me.tbxd = "-"

Me.tbas = "-"

Me.tbas' = "-"

Else 'Caso passe nos critérios anteriores, avança para o programa

'Definição de casos, temos valores para quando o fck é menor ou igual a 50 MPa e outros  
para quando é maior

Select Case fck

Case Is <= 50

alphac = 0.85

lambda = 0.8

$$e_u = 3.5 / 1000$$

$$e_{tlim} = M_e \cdot t_{beta50} \cdot Text$$

Case Is > 50

$$\alpha_{fac} = 0.85 * (1 - (f_{ck} - 50) / 200)$$

$$\lambda = 0.8 - (f_{ck} - 50) / 400$$

$$e_u = (2.6 + 35 * (((90 - f_{ck}) / 100) ^ 4)) / 1000$$

$$e_{tlim} = M_e \cdot t_{beta90} \cdot Text$$

End Select

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{as} \quad \text{'MPa'} \quad \text{'Resistência de cálculo do aço'}$$

$$e_{yd} = (f_{yd} / E_s) / 1000 \quad \text{'Deformação do aço'}$$

'Critério de ductilidade da NBR 6118:2014

$$x_{lim} = e_{tlim} * d \quad \text{'cm'} \quad \text{'Altura da linha neutra'}$$

$$m_{sdlim} = \lambda * e_{tlim} * (d ^ 2) * (b / 100) * \alpha_{fac} * (f_{cd} / 10) * (1 - 0.5 * \lambda * e_{tlim}) \quad \text{'KN.m'}$$

$$I = (b * h ^ 3) / 12 \quad \text{'cm}^4 \quad \text{'Momento de inércia da seção'}$$

'Cálculo da altura da linha neutra

'Verificação de armadura dupla

If (msd - msdlim) > 0 Then

$$M_e.lbsimplesdupla = \text{"Dupla!"}$$

$$X = x_{lim}$$

ElseIf (msd - msdlim) <= 0 Then

$$M_e.lbsimplesdupla = \text{"Simples!"}$$

```
X = (d / lambda) * (1 - Sqr(1 - (2 * msd * 100) / (b * (d ^ 2) * alphac * fcd / 10))) 'cm2  
End If
```

```
If (msd - msdlim) > 0 Then  
    deltam = (msd - msdlim)  
Else  
    deltam = 0  
End If
```

'Verificação do domínio de deformação

```
x2limsobd = eu / (0.01 + eu) 'x2lim/d  
x3limsobd = eu / (eyd + eu) 'x3lim/d
```

```
If (X / d) <= x2limsobd Then  
    Me.lbdominio = "2"
```

```
ElseIf (X / d) <= x3limsobd Then  
    Me.lbdominio = "3"
```

```
ElseIf (X / d) > x3limsobd Then  
    Me.lbdominio = "3"
```

```
End If
```

```
Me.tbxd = WorksheetFunction.RoundUp((X / d), 3)
```

'Verificação se  $\sigma_{msd} = f_{yd}$

```
e's = eu * (etalim * d - d') / (etalim * d)
```

```
If e's < eyd Then  
    sigmasd = e's * Es * 10 ^ 5 ' N/cm2
```

Else

$$\text{sigmasd} = f_{yd} * 100 \text{ 'N/cm}^2$$

End If

'Protensão não aderente

$$\text{rop} = q_{\text{cordo}} * A_p / (b * d)$$

If  $((L * 100 / d) - 35) > 0$  Then

$$\text{sigmap} = \text{WorksheetFunction.Min}(70 + f_{ck} / (300 * \text{rop}), 210) \text{ 'MPa}$$

Else

$$\text{sigmap} = \text{WorksheetFunction.Min}(70 + f_{ck} / (100 * \text{rop}), 420) \text{ 'MPa}$$

End If

'P infinito

$$P_{\text{inf}} = P_i * (100 - \text{tot}) / 100 \text{ 'kN}$$

$$\text{sigmapd} = 0.9 * ((P_{\text{inf}} / A_p) + \text{sigmap} / 10) \text{ 'kN/cm}^2$$

$$R_{\text{pd}} = \text{sigmapd} * A_p * q_{\text{cordo}} \text{ 'kN}$$

$$R_{\text{cd}} = b * \lambda * X * \alpha_{\text{fac}} * (f_{\text{cd}} / 10) \text{ 'kN}$$

'Cálculo da armadura passiva

If  $\text{deltam} = 0$  Then

$$a_s' = 0$$

$$M_e.t_{\text{bas}}' = a_s'$$

If  $(R_{\text{cd}} - R_{\text{pd}}) < 0$  Then



'Armadura ativa existente é suficiente para equilibrar a seção, sendo necessário adicionar apenas armadura passiva mínima

Me.tbas = "armadura mínima"

Else

aas = ((Rcd - Rpd) / sigmasd) \* 1000 'cm2

Me.tbas = WorksheetFunction.RoundUp(aas, 2)

End If

Else

as' = (deltam \* (10 ^ 5)) / (sigmasd \* (d - d')) 'cm2

If as' < 0 Then

MsgBox "As'negativo! AUMENTAR A POSIÇÃO LIMITE X/D", vbCritical,  
"Atenção!"

End If

Me.tbas' = WorksheetFunction.RoundUp(as', 2) 'Imprime o resultado

Rcdlim = alphac \* (fcd / 10) \* lambda \* xlim \* b 'kN

Rsd' = as' \* sigmasd \* (10 ^ (-3)) 'kN

If (Rpd - (Rsd' + Rcdlim)) < 0 Then

aas = (as' \* sigmasd \* (10 ^ (-3)) + alphac \* (fcd / 10) \* lambda \* xlim \* b - qcordo \*  
Ap \* sigmapd) / (fyd / 10) 'cm2

Me.tbas = WorksheetFunction.RoundUp(aas, 2)

Else

```
Me.tbas = "armadura mínima"  
End If
```

```
End If
```

```
End If
```

```
End Sub
```

```
Private Sub CommandButton4_Click()  
cbdominio.Show  
End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Initialize()  
Me.fyk.AddItem "500"  
Me.fyk.AddItem "600"  
Me.tfyk.AddItem "500"  
Me.tfyk.AddItem "600"  
End Sub
```

m. Armadura Passiva Mínima no ELU para Vigas

```
Private Sub CommandButton1_Click()  
Ac = Me.tAc.Text 'cm  
fck = Me.tfck.Text 'MPa  
Ap = Me.tAp.Text 'cm2  
qcordo = Me.tqcordo.Text  
ativa = Me.ativa.Text
```

```
If Me.tfck > 90 Then
```

```
MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"
Me.asmin = "-"
Else

If fck <= 30 Then
    romin = 0.15 '%'
ElseIf fck = 35 Then
    romin = 0.164 '%'
ElseIf fck = 40 Then
    romin = 0.179 '%'
ElseIf fck = 45 Then
    romin = 0.194 '%'
ElseIf fck = 50 Then
    romin = 0.208 '%'
ElseIf fck = 55 Then
    romin = 0.211 '%'
ElseIf fck = 60 Then
    romin = 0.219 '%'
ElseIf fck = 65 Then
    romin = 0.226 '%'
ElseIf fck = 70 Then
    romin = 0.233 '%'
ElseIf fck = 75 Then
    romin = 0.239 '%'
ElseIf fck = 80 Then
    romin = 0.245 '%'
ElseIf fck = 85 Then
    romin = 0.251 '%'
Else
    romin = 0.256 '%'
End If

Me.romin = WorksheetFunction.Round(romin, 3)
```

$rop = qcordo * Ap / (Ac)$

$Me.rop = WorksheetFunction.Round(rop * 100, 3)$

If ativa = "Aderente" Then

If (((romin / 100) - (rop / 100)) - (0.5 \* (romin / 100))) < 0 Then

ros = 0.5 \* (romin / 100)

Else

ros = ((romin / 100) - (rop / 100))

End If

ElseIf ativa = "Não Aderente" Then

If (((romin / 100) - 0.5 \* (rop / 100)) - (0.5 \* (romin / 100))) < 0 Then

ros = 0.5 \* (romin / 100)

Else

ros = ((romin / 100) - 0.5 \* (rop / 100))

End If

End If

$Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)$

$asmin = (ros / 100) * Ac \text{ 'cm}^2$

$Me.asmin = WorksheetFunction.Round(asmin, 2)$

End If

End Sub

```

Private Sub UserForm_Initialize()
    Me.ativa.AddItem "Aderente"
    Me.ativa.AddItem "Não Aderente"
End Sub

```

n. Armadura Passiva Mínima no ELU para Lajes

```

Private Sub CommandButton1_Click()
    b = Me.tb.Text 'cm
    h = Me.th.Text 'cm
    fck = Me.tfck.Text 'MPa
    Ap = Me.tAp.Text 'cm2
    qcordo = Me.tqcordo.Text
    ativa = Me.ativa.Text
    passiva = Me.passiva.Text

    If Me.tfck > 90 Then
        MsgBox "O fck deve ser menor que 90 MPa", vbCritical, "Atenção!"
        Me.romin = "-"
        Me.rop = "-"
        Me.ros = "-"
        Me.asmin = "-"
    Else

        If fck <= 30 Then
            romin = 0.15 '%'
        ElseIf fck = 35 Then
            romin = 0.164 '%'
        ElseIf fck = 40 Then
            romin = 0.179 '%'
        ElseIf fck = 45 Then

```

```

    romin = 0.194 '%'
ElseIf fck = 50 Then
    romin = 0.208 '%'
ElseIf fck = 55 Then
    romin = 0.211 '%'
ElseIf fck = 60 Then
    romin = 0.219 '%'
ElseIf fck = 65 Then
    romin = 0.226 '%'
ElseIf fck = 70 Then
    romin = 0.233 '%'
ElseIf fck = 75 Then
    romin = 0.239 '%'
ElseIf fck = 80 Then
    romin = 0.245 '%'
ElseIf fck = 85 Then
    romin = 0.251 '%'
Else
    romin = 0.256 '%'
End If

```

```

Me.romin = WorksheetFunction.Round(romin, 3)

```

```

rop = qcordo * Ap / (b * h)

```

```

Me.rop = WorksheetFunction.Round(rop * 100, 3)

```

```

If ativa = "Aderente" Then

```

```

    If passiva = "Armadura Negativa" Then

```

```

        If (((romin / 100) - (rop / 100)) - (0.67 * (romin / 100))) < 0 Then

```

```

            ros = 0.67 * (romin / 100)

```

```

        Else

```

```

            ros = ((romin / 100) - (rop / 100))

```

```

End If
Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
ElseIf passiva = "Armadura Negativa de Bordas sem Continuidade" Then
    ros = 0.67 * (romin / 100)
    Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
ElseIf passiva = "Armadura Positiva de Lajes Armadas nas Duas Direções" Then
    If ((0.67 * (romin / 100) - (rop / 100)) - (0.5 * (romin / 100))) < 0 Then
        ros = 0.5 * (romin / 100)
    Else
        ros = (0.67 * (romin / 100) - (rop / 100))
    End If
    Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
ElseIf passiva = "Armadura Positiva (Principal) de Lajes Armadas em Uma Direção" Then
    If (((romin / 100) - (rop / 100)) - (0.5 * (romin / 100))) < 0 Then
        ros = 0.5 * (romin / 100)
    Else
        ros = ((romin / 100) - (rop / 100))
    End If
    Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
Else
    Asprin = InputBox("Qual o As (Armadura Principal) em cm2/m?", "Entrada de Dados:")
    Me.ros = "-"

End If

ElseIf ativa = "Não Aderente" Then
    If passiva = "Armadura Negativa" Then
        If (((romin / 100) - 0.5 * (rop / 100)) - (0.67 * (romin / 100))) < 0 Then
            ros = 0.67 * (romin / 100)
        Else
            ros = ((romin / 100) - 0.5 * (rop / 100))
        End If
    End If

```

```

Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
ElseIf passiva = "Armadura Negativa de Bordas sem Continuidade" Then

    ros = 0.67 * (romin / 100)
    Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
ElseIf passiva = "Armadura Positiva de Lajes Armadas nas Duas Direções" Then

    If (((romin / 100) - 0.5 * (rop / 100)) - (0.5 * (romin / 100))) < 0 Then
        ros = 0.5 * (romin / 100)
    Else
        ros = ((romin / 100) - 0.5 * (rop / 100))
    End If

    Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
ElseIf passiva = "Armadura Positiva (Principal) de Lajes Armadas em Uma Direção" Then
    I
    f (((romin / 100) - 0.5 * (rop / 100)) - (0.5 * (romin / 100))) < 0 Then
        ros = 0.5 * (romin / 100)
    Else

        ros = ((romin / 100) - 0.5 * (rop / 100))
    End If

    Me.ros = WorksheetFunction.Round(ros * 100, 3)
Else 'VERIFICAR

    Asprin = InputBox("Qual o As (Armadura Principal) em cm2/m?", "Entrada de Dados:")
    ros = "-"

End If

End If

```



```
If ativa = "Não Aderente" And passiva = "Armadura Negativa" Then
```

```
    L = InputBox("Qual o vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada em  
cm?", "Entrada de dados:")
```

```
    asmin = WorksheetFunction.Max((ros / 100) * b * h, 0.00075 * h * L) 'cm2
```

```
ElseIf passiva = "Armadura Positiva (Secundária) de Lajes Armadas em Uma Direção" Then
```

```
    asmin = WorksheetFunction.Max(0.2 * Asprin * 100 / (b), 0.9 * 100 / (b), 0.5 * (romin /  
100) * b * h)
```

```
Else
```

```
    asmin = (ros / 100) * b * h 'cm2
```

```
End If
```

```
Me.asmin = WorksheetFunction.Round(asmin, 2)
```

```
End If
```

```
End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Initialize()
```

```
    Me.ativa.AddItem "Aderente"
```

```
    Me.ativa.AddItem "Não Aderente"
```

```
    Me.passiva.AddItem "Armadura Negativa"
```

```
    Me.passiva.AddItem "Armadura Negativa de Bordas sem Continuidade"
```

```
    Me.passiva.AddItem "Armadura Positiva de Lajes Armadas nas Duas Direções"
```

Me.passiva.AddItem "Armadura Positiva (Principal) de Lajes Armadas em Uma Direção"

Me.passiva.AddItem "Armadura Positiva (Secundária) de Lajes Armadas em Uma Direção"

End Sub